

МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ БИНАРНЫХ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С КВАЗИИДЕАЛЬНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ И ИНВЕРСНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИЕЙ

В. Е. ЩЕРБАКОВ, К. А. ЛУКИН

Предложен новый метод формирования бинарных псевдослучайных последовательностей (БПСП) с квазиидеальной периодической автокорреляцией и инверсно-периодической автокорреляцией. Метод разработан на базе модифицированного дискретного многомерного хаотического отображения с двумя параметрами запаздывания. Компьютерным моделированием исследована структура различных БПСП, сформированных согласно предложенному методу. Найдены спектры периодов различных БПСП, сгенерированных предложенными алгоритмами при конкретных значениях начальных условий и параметра запаздывания. Проведено исследование и анализ корреляционных характеристик сгенерированных БПСП. Показано, что при соответствующем выборе начальных условий и значений параметров запаздывания предложенные алгоритмы генерируют различные БПСП, имеющие корреляционные характеристики достаточно близкие к характеристикам М-последовательностей. Констатируется, что БПСП, сформированные согласно предложенному методу, полностью удовлетворяют требованиям, предъявляемым к сигналам для радаров и систем связи.

Ключевые слова: бинарная псевдослучайная последовательность, периодическая автокорреляционная функция, инверсно-периодическая автокорреляционная функция, дискретное многомерное хаотическое отображение, спектр периодов БПСП, дискретный алгоритм.

ВВЕДЕНИЕ

Одна из проблем, существующих в настоящее время и постоянно возникающих при разработке радаров и систем связи [1–9], состоит в трудности генерирования действительно случайных двоичных, в том числе бинарных, последовательностей.

Известно [3, 4, 11] довольно много алгоритмов генерации псевдослучайных последовательностей.

На практике для генерации псевдослучайных последовательностей, как правило, используются рекуррентные алгоритмы. Двоичные последовательности на основе рекуррентных соотношений достаточно легко реализуются на ЭВМ в виде программ и схемотехнически на основе быстродействующих многорядных двоичных сдвиговых регистров. Таким образом могут быть построены, например, так называемые М-последовательности [11].

Однако самый большой недостаток данного метода – отсутствие математического аппарата, позволяющего получать алгебраические многочлены, порождающие последовательности максимального периода сколь угодно большой степени.

Бинарные псевдослучайные последовательности находят широкое применение в различного рода радарах, системах передачи информации и радиосвязи [1–9].

При разработке и практической реализации радаров, систем передачи информации и радиосвязи очень важен выбор вида бинарных псевдослучайных после-

довательностей (БПСП), удовлетворяющих требованиям не только хороших свойств периодической автокорреляции и инверсно-периодической автокорреляции, но и большому набору значений длин БПСП, а также больших объемов ансамблей БПСП [3, 4, 11].

Основные требования, предъявляемые к бинарным псевдослучайным последовательностям, которые могут быть использованы при практической реализации радаров, систем передачи информации и радиосвязи, следующие [3, 4, 11]:

- 1) бинарная псевдослучайная последовательность должна быть сбалансированной, т.е. число «+1» отличается от числа «-1» не более, чем на единицу;
- 2) вероятность появления блока из k одинаковых символов должна быть близка к $p(k) = 1/2^k$;
- 3) объем ансамбля бинарных псевдослучайных последовательностей должен быть максимально большим;
- 4) периодическая автокорреляционная функция (ПАКФ) и инверсно-периодическая автокорреляционная функция (ИПАКФ) бинарной псевдослучайной последовательности должны иметь один узкий пик и очень малые боковые выбросы;
- 5) должен быть обеспечен малый уровень взаимной корреляции между различными бинарными псевдослучайными последовательностями;
- 6) должна быть обеспечена приемлемая сложность алгоритма для его практической реализации.

Широко известные классы псевдослучайных последовательностей как линейных (М-последовательности, последовательности Адамара, Голда, Касами и др.), так и нелинейных (последовательности Лежандра, бент-последовательности и др.) не удовлетворяют некоторым из перечисленных выше требований [11].

В последние годы в связи с бурным развитием возможностей цифровой техники широкое применение находят бинарные псевдослучайные последовательности, сформированные при помощи алгоритмов реализуемых в виде программ [1–4].

В свою очередь, развитие методов вычислительной математики привело к созданию специальных алгоритмов генерации последовательностей, так называемых псевдослучайных чисел, при разработке которых особое место занимают методы формирования хаотических целочисленных последовательностей, определенных на ограниченном интервале множества целых чисел [3, 4].

Цель работы – разработка нового метода формирования уникальных бинарных псевдослучайных последовательностей (БПСП), исследование и анализ спектра периодов БПСП и корреляционных характеристик БПСП, сформированных согласно предложенному методу.

1. МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ БПСП НА БАЗЕ МОДИФИКАЦИИ ДИСКРЕТНОГО ХАОТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

На основе математической модели генерации автоколебаний в одномерном резонаторе с нелинейно отражающей поверхностью, динамика поля в котором описывается системой функционально-разностных уравнений с двумя запаздываниями [10], был разработан и исследован модифицированный дискретный хаотический алгоритм формирования бинарных псевдослучайных последовательностей, который может быть отнесен к классу алгоритмов рекуррентно-параметрического типа с двумя параметрами запаздывания.

Дискретный хаотический алгоритм построен на основе дискретного функционального преобразования (итерационного отображения) с двумя запаздываниями, которое в самом общем виде записывается следующим образом [3, 4]:

$$X_n = F(X_{n-q}, X_{n-Q}, q, Q, M), \quad (1)$$

где X_n , X_{n-q} и X_{n-Q} – вычисляемые и задаваемые члены формируемой хаотической числовой последовательности на n -м шаге; n , q , Q , M – целые числа натурального ряда; $M = 2, 3, 4, \dots$; $Q = 2, 3, 4, \dots$; $n \geq Q + 1$; $1 \leq q < Q$; q – первый параметр запаздывания; Q – второй параметр запаздывания.

При $q < Q$ величина запаздывания Q определяет количество членов числовой последовательности

$X_{n-1}, X_{n-2}, \dots, X_{n-Q}$, по которым в самом общем случае пересчитывается значение X_n согласно (1) и которые, следовательно, должны быть заданы в качестве начальных условий на первом шаге итерационного процесса генерации числовой последовательности.

$F(X)$ – функция, которая описывает нелинейное хаотическое, в общем случае, преобразование начальных значений электромагнитного поля в автогенераторной резонаторной задаче с нелинейным отражением [10].

Частным случаем рассмотренного выше алгоритма (1) является модифицированный дискретный хаотический алгоритм (в дальнейшем, бинарный алгоритм), который может быть записан в таком виде:

$$X_n = [(\pm 1)^{n-q} \times X_{n-q}] \times [(\pm 1)^{n-Q} \times X_{n-Q}], \quad (2)$$

где $X_n \in \{\pm 1\}$; $X_{n-q} \in \{\pm 1\}$; $X_{n-Q} \in \{\pm 1\}$; $1 \leq q < Q$; $Q \geq 2$; $Q < n < \infty$.

1.1. Бинарные алгоритмы генерации БПСП достаточно близких к М-последовательностям

Некоторые варианты бинарного алгоритма (2) для генерации различных БПСП с характеристиками как у М-последовательностей и БПСП с характеристиками, близкими к М-последовательностям могут быть записаны следующим образом:

$$X_n = [(1)^{n-q} \times X_{n-q}] \times [(1)^{n-Q} \times X_{n-Q}], \quad (3)$$

$$X_n = [(-1)^{n-q} \times X_{n-q}] \times [(-1)^{n-Q} \times X_{n-Q}], \quad (4)$$

$$X_n = [(-1)^q \times X_{n-q}] \times [(-1)^Q \times X_{n-Q}], \quad (5)$$

$$X_n = X_{n-q} \times [(-1)^q \times X_{n-Q}], \quad (6)$$

$$X_n = [(-1)^q \times X_{n-q}] \times X_{n-Q}. \quad (7)$$

1.2. Бинарные алгоритмы генерации БПСП с уникальными характеристиками

Некоторые варианты бинарного алгоритма (2) для генерации БПСП с уникальными характеристиками могут быть записаны таким образом:

$$X_n = [(1)^{n-q} \times X_{n-q}] \times [(-1)^{n-Q} \times X_{n-Q}], \quad (8)$$

$$X_n = [(-1)^{n-q} \times X_{n-q}] \times [(1)^{n-Q} \times X_{n-Q}], \quad (9)$$

$$X_n = [(-1)^{n-Q} \times X_{n-q}] \times [(-1)^q \times X_{n-Q}], \quad (10)$$

$$X_n = [(-1)^q \times X_{n-q}] \times [(-1)^{n-Q} \times X_{n-Q}]. \quad (11)$$

2. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ БИНАРНЫХ АЛГОРИТМОВ

Ниже, в таблице 1 и таблице 2, представлены некоторые результаты исследования бинарных алгоритмов (3...7) и (8...11) соответственно, а именно, получены

спектры периодов бинарных псевдослучайных последовательностей (БПСП), сгенерированных бинарными алгоритмами (3...7) и (8...11) при конкретных значениях параметров $q = 1, 2, \dots, 14$, $Q = 3, 4, \dots, 15$.

Таблица 1

Спектр периодов БПСП, сгенерированных бинарными алгоритмами (3) – (7)

q/Q	Период БПСП												
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>M-psp</i>	7	15	31	63	127	255	511	1023	2047	4095	8191	16383	32767
1	7	15	21	63	127	63	73	889	1533	3255	7905	11811	32767
2	7	6	31	14	93	30	465	42	2047	126	1785	254	4599
3		15	31	9	127	217	21	1023	1953	45	8001	5115	63
4			21	14	127	12	511	62	1533	28	7161	186	32767
5				63	93	217	511	15	595	819	6141	5461	35
6					127	30	21	62	595	18	7665	254	93
7						63	465	1023	1533	819	7665	21	32767
8							73	42	1953	28	6141	254	32767
9								889	2047	45	7161	5461	93
10									1533	126	8001	186	35
11										3255	1785	5115	32767
12											7905	254	63
13												11811	4599
14													32767

Таблица 2

Спектр периодов БПСП, сгенерированных бинарными алгоритмами (8) – (11)

q/Q	Период БПСП												
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>M-psp</i>	7	15	31	63	127	255	511	1023	2047	4095	8191	16383	32767
1	7	15	21	63	127	63	73	889	1533	3255	7905	11811	32767
2	7	6	31	14	93	30	465	42	2047	126	1785	254	4599
3		15	31	9	127	217	21	1023	1953	45	8001	5115	63
4			21	14	127	12	511	62	1533	28	7161	186	32767
5				63	93	217	511	15	595	819	6141	5461	35
6					127	30	21	62	595	18	7665	254	93
7						63	465	1023	1533	819	7665	21	32767
8							73	42	1953	28	6141	254	32767
9								889	2047	45	7161	5461	93
10									1533	126	8001	186	35
11										3255	1785	5115	32767
12											7905	254	63
13												11811	4599
14													32767

3. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БПСП, СГЕНЕРИРОВАННЫХ БИНАРНЫМИ АЛГОРИТМАМИ

Периодические автокорреляционные функции (ПАКФ) для некоторых реализаций бинарных псевдослучайных последовательностей (БПСП с характеристиками как у М-последовательностей), сгенерированных предложенными бинарными алгоритмами (3) – (7), с периодами БПСП соответствующими данным таблице 1 (желтый фон) представлены на рис. 1 и рис. 2.

Как видно из рис. 1 и рис. 2 максимальные уровни боковых лепестков периодических автокорреляционной функций различных БПСП с характеристиками как у М-последовательностей всегда равны $R_{max} = -1/N$, где N – длина БПСП.

Периодические автокорреляционные функции (ПАКФ) для некоторых реализаций бинарных псевдослучайных последовательностей (БПСП с характеристиками близкими к М-последовательностям), сгенерированных предложенными бинарными алгоритмами (3) – (7), с периодами БПСП соответствующими

данным таблицы 1 (синий фон) представлены на рис. 3 и рис. 4.

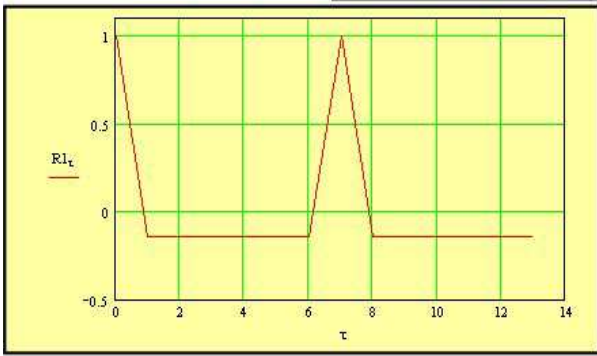


Рис. 1. Периодическая автокорреляционная функция БПСП как M-последовательности при значениях параметров: $Q=3$; $q=1$; Период = 7

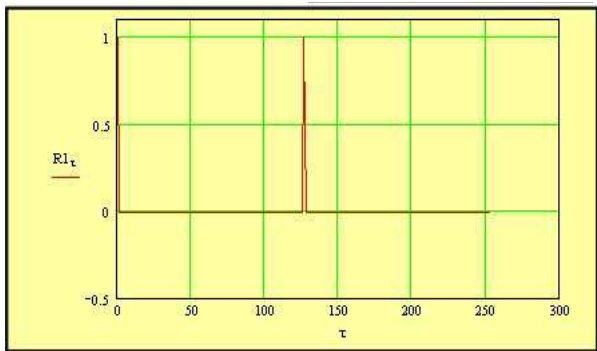


Рис. 2. Периодическая автокорреляционная функция БПСП как M-последовательности при значениях параметров: $Q=7$; $q=1$; Период = 127

Как видно из рис.3 и рис. 4 максимальные уровни боковых лепестков периодических автокорреляционных функций различных БПСП с характеристиками близкими к M-последовательностям равны $R_{max} = -2/N$, где N – длина БПСП.

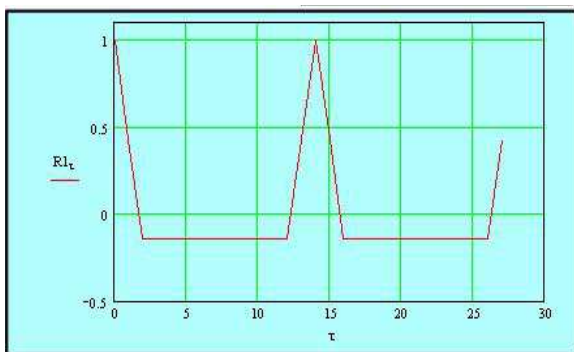


Рис. 3. Периодическая автокорреляционная функция БПСП близкой к M-последовательности при значениях параметров: $Q=6$; $q=2$; Период = 14

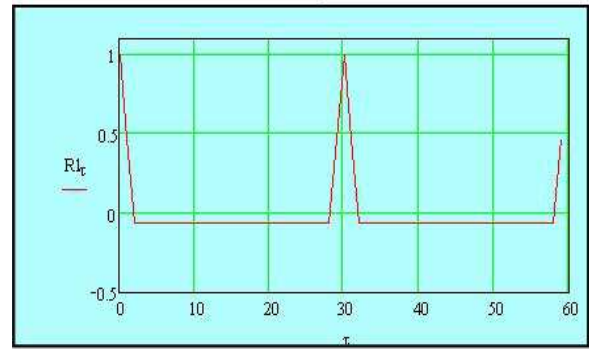


Рис. 4. Периодическая автокорреляционная функция БПСП близкой к M-последовательности при значениях параметров: $Q=8$; $q=2$; Период = 30

Инверсно-периодические автокорреляционные функции (ИПАКФ) для некоторых реализаций бинарных псевдослучайных последовательностей (БПСП с уникальными характеристиками), сгенерированных предложенными бинарными алгоритмами (8) – (11), с периодами БПСП соответствующими данным таблице 2 (зеленый фон) представлены на рис. 5...8.

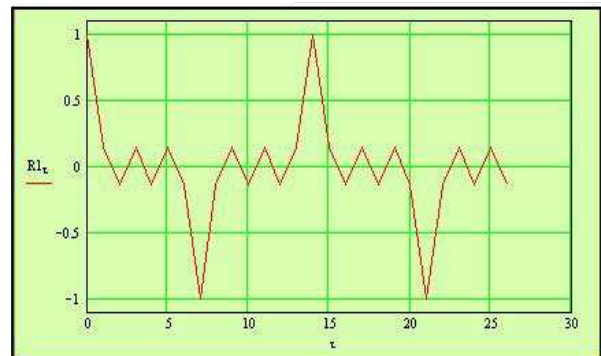


Рис. 5. Инверсно-периодическая автокорреляционная функция уникальной БПСП при значениях параметров: $Q=3$; $q=1$; Период = 7

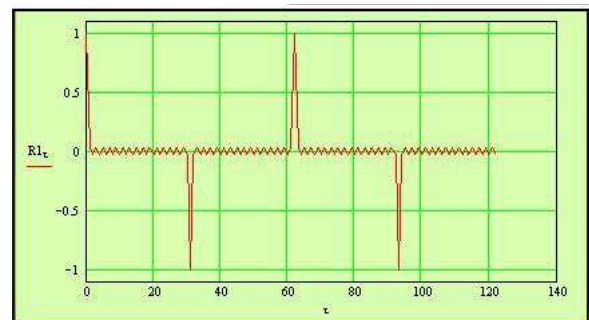


Рис. 6. Инверсно-периодическая автокорреляционная функция уникальной БПСП при значениях параметров: $Q=5$; $q=2$; Период = 31

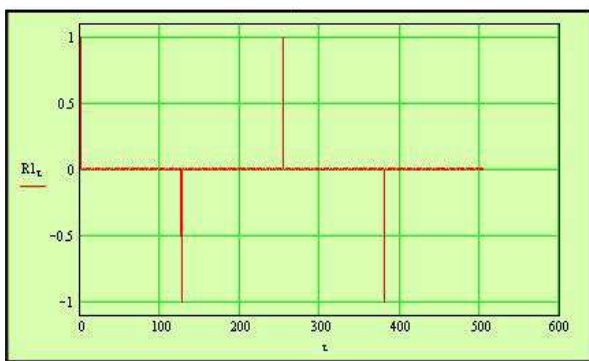


Рис. 7. Инверсно-периодическая автокорреляционная функция уникальной БПСП при значениях параметров: $Q = 7$; $q = 1$; Период = 127

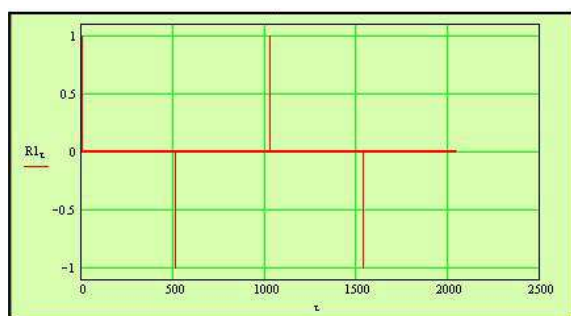


Рис. 8. Инверсно-периодическая автокорреляционная функция уникальной БПСП при значениях параметров: $Q = 9$; $q = 4$; Период = 512

Как видно из рис. 5...8 максимальные уровни боковых лепестков инверсно-периодических автокорреляционных функций различных БПСП с уникальными характеристиками всегда равны $R_{max} = \pm 1/N$, где N – длина БПСП.

ВЫВОДЫ

1. Предложен новый метод формирования бинарных псевдослучайных последовательностей (БПСП) с квазиидеальной периодической автокорреляцией и инверсно-периодической автокорреляцией. Метод разработан на базе модифицированного дискретного многомерного хаотического отображения с двумя параметрами запаздывания.

2. Компьютерным моделированием исследования структура различных БПСП, сформированных согласно предложенному методу. Найдены спектры периодов различных БПСП, сгенерированных предложенными алгоритмами при конкретных значениях начальных условий и параметра запаздывания.

3. Проведено исследование и анализ корреляционных характеристик сгенерированных БПСП. Показано, что при соответствующем выборе начальных условий и значений параметров запаздывания предложенные алгоритмы генерируют различные БПСП, имеющие корреляционные характеристики достаточно близкие к характеристикам М-последова-

тельств. Максимальные уровни боковых лепестков:

– периодических автокорреляционных функций различных БПСП с характеристиками как у М-последовательностей всегда равны $R_{max} = -1/N$,

– периодических автокорреляционных функций различных БПСП с характеристиками близкими к М-последовательностям равны $R_{max} = -2/N$,

– инверсно-периодических автокорреляционных функций различных БПСП с уникальными характеристиками всегда равны

$$R_{max} = \pm 1/N,$$

где N – длина БПСП.

Констатируется, что БПСП, сформированные согласно предложенному методу, полностью удовлетворяют требованиям, предъявляемым к сигналам для радаров и систем связи.

Литература

- [1] V. Ye. Shcherbakov, K. A. Lukin, "Generation of Binary Pseudo-Random Sequences with Quasi-Perfect Periodic and Inverse Periodic Autocorrelations for Radar Systems," Proceedings of the 18th International Radar Symposium IRS 2017, June 28-30, 2017, Prague, Czech Republic.
- [2] V. Ye. Shcherbakov, K. A. Lukin, "New Method for Generation of Binary Pseudo-Random Sequences with Quasi-perfect Autocorrelation," MSMW'2016, The 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves, Kharkiv, Ukraine, June 20-24, 2016.
- [3] K. A. Lukin, V. Ye. Shcherbakov, and D. V. Shcherbakov, "New Method for Generation of Quasi-Orthogonal Chaotic Sequences," Applied Radio Electronics, 2013, vol. 12, № 1, pp. 17–24.
- [4] V. Ye. Shcherbakov, K. A. Lukin, "The Generation Method of Quasi-Orthogonal Chaotic Sequences," NRT-2012, The 3rd International Conference on Noise Radar Technology, Yalta Hotel, Yalta, Crimea, Ukraine, September 27–29, 2012.
- [5] К. А. Лукин, В. Е. Щербаков, "ММО-система передачи информации между автомобилями на автобане с пропускной способностью, близкой к пределу Шеннона," Радиофизика и электроника, 2015, 6(20), № 2, с. 97–102.
- [6] В. Е. Щербаков, К. А. Лукин, "Моделирование системы передачи/приема данных между транспортными средствами на автобане," Радиоэлектронные и компьютерные системы, 2009, №7 (41), с. 288–294.
- [7] К. А. Лукин, В. Е. Щербаков, В. М. Коновалов, Д. С. Бруд, "Метод построения самоорганизующейся системы связи между транспортными средствами на автобане," Радиоэлектронные и компьютерные системы, 2007, №6 (25), с. 238 – 244.
- [8] K. A. Lukin, V. Ye. Shcherbakov, V. M. Kononov, and D. S. Breed, "New Concept of Multiplex Broadband Wireless Communication for Vehicle-to-Vehicle Data Transmission on Highways," Proc. of the Sixth Int. Kharkov Symp. on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW'07), 2007, Kharkov, pp. 852–854.
- [9] Konstantin Lukin, Valery Scherbakov, Vladimir Kononov, Ryan Breed, "Dedicated Short-Range Commu-

nication System for Vehicle-to-Vehicle Data Transmission on the Basis of Chaotic Waveform codes (DSRC-VVDT),” Proceedings of 16 International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications (MIKON-2006), Krakow, Poland, May 22 – 24, 2006, Vol. 1, pp. 442–445.

- [10] К. А. Лукин, Ю. Л. Майстренко, А. Н. Шарковский, В. П. Шестопалов. Метод разностных уравнений в резонаторной задаче с нелинейным отражателем. 1989, ДАН СССР, т. 309, с. 327–331.
- [11] Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.

Поступила в редколлегию 18.10.2018



Щербаков Валерий Евгеньевич, ведущий инженер-исследователь отдела нелинейной динамики электронных систем ИРЭ НАН Украины. Область научных интересов – широкополосная радиолокация и радиосвязь, синтез и обработка хаотических и псевдослучайных сигналов.



Лукин Константин Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, IEEE Fellow, заведующий отделом нелинейной динамики электронных систем ИРЭ НАН Украины. Область научных интересов – динамический хаос, генерация и обработка случайных сигналов, широкополосная шумовая радиолокация и радиосвязь.

УДК 621.396.2.018.424

Щербаков В. Е. **Метод формування бінарних псевдовипадкових послідовностей із квазіідеальною періодичною та інверсно-періодичною автокореляцією** / В. Е. Щербаков, К. О. Лукин // Прикладна радіоелектроніка: наук. – техн. журнал. – 2019. – Том 18, № 1, 2. – С. 10–15.

Запропоновано новий метод формування бінарних псевдовипадкових послідовностей (БПВП) з квазіідеальною періодичною й інверсно-періодичною автокореляцією. Метод розроблений на базі модифікованого дискретного багатовимірного хаотичного відображення з двома параметрами запізнювання. Комп'ютерним моделюванням досліджена і вивчена структура різних БПВП, сформованих згідно з запропонованим методом. Знайдено спектри періодів різних

БПВП, що згенерували запропонованими алгоритмами при конкретних значеннях початкових умов і параметра запізнювання. Проведено дослідження і аналіз кореляційних характеристик БПВП. Проведено дослідження і аналіз кореляційних характеристик БПВП. Показано, що при відповідному виборі початкових умов і значень параметрів запізнювань запропоновані алгоритми генерують різні БПВП, що мають кореляційні характеристики, достатньо близькі до характеристик М-послідовностей. Констатовано, що БПВП, сформовані згідно з запропонованим методом, повністю задовольняють вимоги, що висуваються до сигналів для радарів і систем зв'язку.

Ключові слова: бінарна псевдовипадкова послідовність, періодична автокореляційна функція, інверсно-періодична автокореляційна функція, дискретне багатовимірне хаотичне відображення, спектр періодів БПВП, дискретний алгоритм.

Табл.: 02. Іл.: 08. Бібліогр.: 11 найм.

UDC 621.396.2.018.424

Shcherbakov V. Ye. **Method for generation of binary pseudo-random sequences with quasi-perfect periodic and inverse periodic autocorrelations** / V. Ye. Shcherbakov, K. A. Lukin, // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2019. – Vol. 18, № 1, 2. – P. 10–15.

There is a new method for generation of binary pseudorandom sequences (BPR-sequences) with quasi-perfect periodic and inverse periodic autocorrelation suggested for applications in radars. The method is based upon a modified discrete multi-dimensional chaotic map with two parameters of delay. Various BPR-sequences formed according to the method suggested have been analysed by means of computer modelling. The article presents spectrums of BPR-sequences periods generated with the help of suggested algorithms for the particular values of initial conditions and delays. It involves the study and analysis of correlation characteristics of BPR-sequences generated. It is shown that for the appropriate choice of initial conditions and delays the suggested algorithms generate BPR-sequences having their correlation characteristics close enough to those of M-sequences. In addition, BPR-sequences generated due to the method are found to meet the requirements to the signals for radar and communications.

Keywords: binary pseudorandom sequence, periodic autocorrelation function, inverse periodic autocorrelation function, discrete multi-dimensional chaotic map, spectrum of BPRS periods, discrete algorithm.

Tab.: 02. Fig.: 08. Ref.: 11 items.