



Світлана СКВОРЦОВА,
професор кафедри математики та методики її навчання ДЗ
"Південноукраїнський національний педагогічний університет
імені К.Д. Ушинського", доктор педагогічних наук;
Оксана ОНОПРИЄНКО,
докторант Інституту педагогіки НАПН України

Навчання математики в 4 класі: методичний коментар

Навчання математики в 4 класі відбувається відповідно до навчальної програми з математики для 4 класу зі змінами, затвердженими МОН України (наказ № 1495 від 22.12.2014).

Навчальний рік розпочинається розділом **"Узагальнення й систематизація навчального матеріалу за 3 клас"**. Його метою є актуалізація знань та вмінь учнів, пов'язаних із нумерацією трицифрових чисел, арифметичними діями додавання і віднімання, множення та ділення з круглими трицифровими числами. На цьому етапі узагальнюють усні прийоми обчислення: 1) укрупнення розрядних одиниць, який значно полегшує додавання, віднімання круглих чисел, множення та ділення круглого числа на одноцифрове та ділення круглого числа на кругле; 2) додавання і віднімання круглих трицифрових чисел частинами та послідовного множення круглого числа на одноцифрове або одноцифрового числа на кругле, ділення на кругле число; 3) порозрядного додавання та віднімання круглих трицифрових чисел, множення та ділення двоцифрового та трицифрового числа на одноцифрове; 4) округлення; 5) добору при діленні на двоцифрове число.

В основу прийомів 1-ї групи покладені знання нумерації трицифрових чисел, а саме заміна круглого числа більшими лічильними одиницями — десятками, сотнями; прийомів 2—3-ї груп обчислення — правила: додавання суми до числа, віднімання суми від числа, множення числа на добуток (сполучний закон множення), ділення числа на добуток, правило додавання суми до суми, правило віднімання суми від суми, правило множення суми на число (розподільний закон множення відносно додавання), правило ділення суми на число (розподільний закон ділення відносно додавання). Майже з усіма правилами, крім правила додавання суми до суми та віднімання суми від суми, учні вже знайомі. Ці правила слід повторити під час узагальнення й систематизації знань про арифметичні дії.

Окремим питанням цього розділу є дослідження залежності результатів арифметичних дій від зміни одного з компонентів, що є підґрунтям прийому

округлення. Теоретичною основою прийому округлення при додаванні є залежність значення суми від зміни одного з доданків, а прийому округлення при відніманні — залежність значення різниці від зміни від'ємника. На попередньому етапі навчання учні вже досліджували залежність значення добутку від зміни одного з множників, який можна застосувати для полегшення обчислень при множенні на 5, 25, 50; залежність значення частки від зміни дільника, яку також можна застосувати для полегшення ділення на вказані числа. Зазначений матеріал подано в 4 класі на виконання вимоги програми до рівня загальноосвітньої підготовки учнів, а саме: *"учень/учениця володіє навичками усного додавання й віднімання, множення й ділення в межах 1000"*.

Школярі виконують усні обчислення з круглими трицифровими числами або у випадках додавання і віднімання трицифрових чисел без переходу через розряд. Якщо міститься один і більше переходів через розряд, то доцільним є застосування письмового прийому додавання і віднімання, з яким учні ознайомились у 3 класі. На відповідних уроках доцільно зіставляти алгоритми додавання та віднімання чисел, визначати в них спільне й відмінне, пропонувати учням виконувати письмові обчислення з перевіркою. Зазначимо, що школярі ще з 2 класу знають правила перевірки арифметичних дій додавання і віднімання та вміють їх застосовувати. Вимога програми 4 класу в даному розділі, порівняно з 3 класом, є незмінною: *"учень/учениця застосовує в обчисленнях алгоритм письмового додавання і віднімання"*.

Важливим для подальшого навчання є питання узагальнення й систематизації знань та відповідних умінь, пов'язаних із діленням з остачею. Їх потрібно довести до вищого рівня засвоєння (робити прикидку правильності виконання ділення з остачею, виконувати перевірку), оскільки цей випадок є безпосередньою підготовкою до ознайомлення учнів з новим прийомом обчислення — письмовим діленням, яке являє собою ланцюжок ділень з остачею.

Наступний розділ програми — **"Письмові прийоми множення та ділення"**. У центрі "Тисяча"

учні ознайомлюються з письмовими прийомами множення та ділення спочатку на одноцифрове, а потім і на двоцифрове число. Введення письмового прийому множення/ділення слід певним чином мотивувати. Для цього можна запропонувати учням для усного обчислення складний випадок множення/ділення трицифрового числа на одноцифрове, а потім для полегшення обчислень показати іншу форму запису розв'язання та інший порядок виконання операцій. Змістова частина програми передбачає ознайомлення учнів з алгоритмом письмового множення на одноцифрове число, його застосування з розгорнутим поясненням.

Під час ознайомлення учнів з алгоритмом письмового ділення варто зважати, що ця дія є складною за своєю структурою і передбачає послідовне виконання низки окремих дій (виділення першого неповного діленого; визначення найвищого розряду частки та кількості цифр у частці; ділення неповного діленого на дільник й визначення цифри частки; множення знайденої цифри частки на дільник і з'ясування кількості одиниць певного розряду, що розділилися; знаходження кількості одиниць певного розряду, що не розділилися та порівняння остачі із дільником, що свідчить про правильність дібраної цифри частки; знаходження наступного неповного діленого ...), тому не варто вимагати від учнів одразу розгорнутого пояснення алгоритму письмового ділення. Розгорнене коментування можливе лише після опрацювання всіх складових дій.

У програмі приділено увагу перевірці правильності виконання множення і ділення. Це означає, що треба досить часто спонукати учнів до перевірки правильності виконання письмового множення — письмовим діленням і навпаки.

Прийоми письмового множення та письмового ділення на одноцифрове число є основою для опанування прийомів письмового множення та ділення на двоцифрове число. Четверокласники мають зрозуміти, що, на відміну від множення на одноцифрове число, письмове множення на двоцифрове передбачає спочатку одержання двох неповних добутоків, і лише потім — добутку, оскільки двоцифровий множник містить і десятки, й одиниці. Треба звернути увагу учнів на два варіанти запису другого неповного добутку: якщо починаємо його записувати з розряду одиниць, то у цьому розряді треба записати нуль, а в іншому варіанті — починаємо записувати другий неповний добуток з розряду десятків, розуміючи, що це число десятків. Важливо досягти вимоги програми щодо застосування учнями алгоритму письмового множення на двоцифрове число, оскільки сформоване вміння надасть змогу перенести відомий спосіб дії на випадки множення бага-

тоцифрових чисел на одноцифрове, не вивчаючи двічі подібне.

Опанувавши на попередньому етапі навчання алгоритм письмового ділення на одноцифрове число, учні будуть готовими до застосування його у випадках ділення на двоцифрові числа. Тут центральною стане операція добору цифр частки, яка є доволі складною. Для полегшення визначення цифр частки при діленні на двоцифрове число можна використовувати відомі в методиці способи міркування, зокрема: 1) заміна двоцифрового дільника меншим круглим числом, яке подається у вигляді добутку розрядної одиниці та числа з подальшим послідовним діленням на розрядну одиницю, а потім і на число; 2) визначення загальної кількості десятків у неповному діленому та дільнику з подальшим діленням цих чисел (цей спосіб зазвичай зводиться до "прикривання" у неповному діленому та дільнику по одній цифрі). У будь-якому випадку треба зважати, що одержана у такий спосіб цифра частки є пробною і може не підійти, отже її треба перевірити. Перевіряти множенням на дільник довше й складніше, ніж просто прикинути — помножити її на десятки дільника і відняти одержане число від неповного діленого, після чого прикинути, чи вистачить остачі для множення пробної цифри частки на одиниці дільника. Для виконання вимоги програми *застосовувати алгоритм письмового ділення трицифрового числа на одноцифрове* доцільно вправляти учнів у письмовому діленні трицифрового числа на двоцифрове не лише в цій темі, а й протягом наступних. Сформоване вміння виконувати письмове ділення трицифрового числа на двоцифрове у подальшому навчанні надасть змогу перенести цей спосіб міркування на випадки ділення багатоцифрового числа на двоцифрове.

Центральним розділом курсу математики 4 класу є **"Нумерація багатоцифрових чисел"**. У навчальній програмі закладено ідею укрупнення дидактичних одиниць, що передбачає вивчення питань нумерації шляхом одержання нової лічильної одиниці — тисячі, лічби тисячами, в результаті якої учні ознайомлюються з розрядними числами, одержують нові розрядні одиниці. У межах розділу учнів ознайомлюють з поняттями класу одиниць і класу тисяч. Для їх засвоєння доцільно використовувати таблиці розрядів і класів. Учні вправляються у лічбі розрядними числами, записують їх, класифікують числа на одноцифрові, двоцифрові та трицифрові; за аналогією — на чотирицифрові, п'ятицифрові, шестицифрові. Учні мають визначати не лише розрядний склад числа, а й числа першого та другого класів, подавати число у вигляді суми чисел першого та другого класів.

Ще з концентру "Тисяча" учням відомо, що 10 одиниць становить 1 десяток, 10 десятків — 1 сотню. Тепер ці знання треба перенести на групування тисяч: 10 одиниць тисяч становлять 1 десяток тисяч, 10 десятків тисяч становлять 1 сотню тисяч. У такий спосіб досягається розуміння суті десяткової системи числення, в якій 10 одиниць нижчого розряду складають 1 одиницю вищого.

Наступним кроком є утворення чисел з одиниць різних розрядів та класів, вправлення у лічбі в межах мільйона. Доцільно показати учням, що назви багатоцифрових чисел аналогічні до назв трицифрових. Для цього будуть корисними завдання на відтворення відрізка натурального ряду в межах трицифрових чисел і аналогічного — в межах багатоцифрових. Особливу увагу учнів треба приділити читанню багатоцифрових чисел: спочатку читаються числа, записані в таблиці розрядів і класів, а потім — без такої таблиці. Читаючи числа з таблиці, звертаємо увагу на те, що спершу промовляємо число другого класу з назвою класу тисяч, а потім — число першого класу без його назви. Для читання чисел використовується алгоритм, який передбачає розбиття числа на класи — для цього справа наліво відраховується 3 цифри; число, яке залишилося ліворуч і є числом другого класу, воно читається зі словом "тисяч", а решта запису числа читається без слова "одиниць".

Записувати багатоцифрові числа доцільно спочатку в таблиці розрядів і класів із зазначенням розрядного складу, а потім і без нього, але звертаючи увагу на визначення кількості одиниць кожного розряду та кожного класу. Наступним кроком є навчання звичайного запису чисел без таблиці. Учням треба запропонувати чимало вправ на визначення позиційного значення цифри в запису числа, його розрядного складу, що є основою для подання числа у вигляді суми розрядних доданків. Учні мають визначати не лише розрядний склад числа, а й визначати числа першого та другого класів, подавати число у вигляді суми чисел першого та другого класів.

Певну увагу слід приділити утворенню багатоцифрових чисел не лише з одиниць різних розрядів та різних класів, а й загальним способом — прилічуванням одиниці до попереднього числа та відлічуванням одиниці від наступного.

Для порівняння багатоцифрових чисел можна застосувати відомі учням способи міркування, перенісши їх у нову ситуацію: на підставі розташування чисел у натуральному ряді, порозрядного порівняння. При порозрядному порівнянні доцільно першим кроком визначити кількість цифр у запису числа: більше те число, в запису якого цифр більше; якщо кількість цифр у записах чисел однакова, то порівняння починаємо з найвищого розряду. Також

можна ознайомити учнів зі способом порівняння багатоцифрових чисел шляхом порівняння чисел другого класу: більше те число, в якому число другого класу більше; якщо числа другого класу рівні, то переходимо до порівняння чисел першого класу.

Ще одним питанням нумерації є визначення загальної кількості одиниць певного розряду. В концентрі "Тисяча" учні визначали кількість десятків у числі, прикриваючи справа в записі числа одну цифру, кількість сотень — прикриваючи дві цифри. За аналогією можна ознайомити учнів зі способом визначення загальної кількості тисяч, десятків тисяч, сотень тисяч у багатоцифровому числі.

Проведена робота є підґрунтям для усних обчислень на основі нумерації багатоцифрових чисел. Відтворюючи відрізки натурального ряду чисел у прямому та зворотному порядках, одержуючи наступне або попереднє число, учні прилічували або відлічували по одному. Тепер їм буде не складно перенести відомий спосіб міркування при додаванні і відніманні числа 1 на випадки обчислень з багатоцифровими числами. Вправляючись у визначенні розрядного складу числа, поданні числа у вигляді суми розрядних доданків або чисел першого та другого класів, учні підготуються до оберненої дії — заміни суми розрядних доданків або суми чисел першого та другого класів багатоцифровим числом. Актуалізуючи знання про взаємозв'язок арифметичних дій додавання і віднімання, ознайомлюємо школярів із випадками віднімання від багатоцифрового числа його першого або другого класу. Аналогічно виконуємо віднімання від багатоцифрового числа одиниць його певного розряду.

На підставі знання десяткової системи числення, а саме співвідношення розрядних одиниць, учні переносять відомий їм прийом укрупнення розрядних одиниць на випадки додавання і віднімання круглих багатоцифрових чисел, множення та ділення круглого багатоцифрового числа на одноцифрове й двоцифрове, ділення круглих багатоцифрових чисел. Водночас треба зважати на те, що в результаті укрупнення розрядних одиниць дії з багатоцифровими числами мають зводитись до дій у межах 100.

Міцні знання нумерації багатоцифрових чисел, уміння читати й записувати багатоцифрові числа, визначати їх розрядний склад є основою для виконання письмового додавання і віднімання багатоцифрових чисел. Зауважимо, що з письмовим прийомом додавання і віднімання учні ознайомилися в 3 класі, на початку навчального року в 4 класі ці прийоми було актуалізовано, але ставилася вимога застосування алгоритмів письмового додавання і ділення. В концентрі "Багатоцифрові числа" передбачається розвиток цієї компетенції до рівня навички (*"учень/учениця володіє навичками письмового дода-*

вання і віднімання багатоцифрових чисел"). Для задоволення цієї вимоги доцільно перенести відомий учням спосіб дії на випадки обчислення з багатоцифровими числами — учні мають усвідомити, що додавання (віднімання) чотирицифрових чисел виконується так само, як і трицифрових; п'ятицифрових — так само, як і чотирицифрових; шестицифрових — так само, як і п'ятицифрових.

Зауважимо, що на початку навчального року на матеріалі трицифрових чисел учнів ознайомили з письмовими прийомами множення та ділення, і протягом наступних тем вправи у письмовому множенні і діленні не мали перериватися. Ці прийоми можна перенести в нову ситуацію — на випадки множення та ділення багатоцифрових чисел, спочатку на одноцифрове, а потім — і на двоцифрове число. У процесі опанування цього питання програми учням треба розглянути різні випадки множення на одноцифрове число, коли в середині запису першого множника є нуль, коли перший множник закінчується нулем; множення на числа, що закінчуються хоча б одним нулем; множення чисел, що закінчуються нулями; множення на двоцифрове число. Програмою передбачено ознайомлення учнів з письмовим множенням на трицифрове число, в тому числі й коли другий множник містить нуль в середині запису. Результатом навчання у цьому зв'язку є розуміння способу множення на трицифрове число. При вивченні письмового ділення на одноцифрове число розглядаються й випадки, коли в запису частки є нуль в середині або наприкінці запису; випадки ділення на кругле число; випадки ділення на двоцифрове число, в тому числі й коли в запису частки є нулі. Також програмою передбачено ознайомлення з письмовим діленням на трицифрове число, але вимога у результативній частині програми щодо цієї дії відсутня. Під час виконання завдань на письмове множення і ділення багатоцифрового числа на одноцифрове та двоцифрове треба пропонувати учням виконувати обчислення з поясненням, планувати послідовність виконання дій, прогнозувати кількість цифр у результаті, перевіряти правильність одержаного результату. Зазначимо, що результатом вивчення письмового множення та ділення є таке: *"учень/учениця володіє обчислювальними навичками множення та ділення на одноцифрове та двоцифрове число"*.

Наступним розділом змістової лінії "Числа. Дії з числами" є "Дробі". В 3 класі учні ознайомились із дробами, в яких чисельник дорівнює одному, — частинами: усвідомили спосіб одержання частин, порівнювали частини на підставі наочності, знаходили частину від цілого або ціле за величиною його частини. Ці знання і вміння є підґрунтям до вивчення дробів. Актуалізуючи спосіб одержання частини

цілого, підводимо учнів до розуміння того, що можна виділити не одну, а кілька частин цілого, й у такий спосіб, одержуємо числа нового виду — дробі. Ці числа записуються двома цифрами — цифра під рискою — знаменник — показує, на скільки рівних частин розділили ціле, а над рискою — чисельник — скільки таких частин взяли. Тема "Дробі" вивчається на наочній основі, учням треба запропонувати достатню кількість вправ на поділ цілого на рівні частини і виділення однієї чи кількох рівних частин цілого з подальшим записом дробу, поясненням значення знаменника та чисельника. В результаті виконання подібних вправ учні ознайомлюються із дробами, що дорівнюють 1, та визначають їх спільну ознаку — чисельник дорівнює знаменнику. Порівняння дробів з рівними знаменниками відбувається спочатку на наочній основі, а потім за результатом індуктивного узагальнення формулюється правило. З метою введення правил знаходження дробу від числа (числа за величиною його дробу) доцільно спочатку актуалізувати правило знаходження частини від числа (числа за величиною його частини). Зазначимо, що на перших етапах учні знаходять дріб від числа (число за величиною його дробу) двома діями: спочатку знаходять величину однієї частини цілого, а потім величину дробу (цілого). На наступних етапах у результаті індуктивного узагальнення формулюється правило знаходження дробу від числа (числа за величиною його дробу), учні записують розв'язання виразом. Для засвоєння цих правил пропонується значна кількість задач на знаходження дробу від числа або числа за величиною його дробу, в тому числі й складених задач. Опанування цієї теми буде продовжено учнями в 5–6 класах, тому завданням учителя початкової школи є створення підґрунтя для подальшого розвитку в учнів цієї компетенції.

Таким чином, результатом вивчення змістової лінії "Числа. Дії з числами" є формування в учнів 4 класу обчислювальної компетенції, базис якої становлять знання та вміння, пов'язані з нумерацією багатоцифрових чисел, досвід читання й записування багатоцифрових чисел, визначення розрядного складу чисел, подання числа у вигляді суми розрядних доданків, заміни суми розрядних доданків числом; порівняння багатоцифрових чисел; визначення загальної кількості одиниць певного розряду в багатоцифровому числі; додавання і віднімання на підставі нумерації, в тому числі способом укрупнення розрядних одиниць; множення та ділення круглих багатоцифрових чисел на одноцифрове та ділення круглого числа на кругле. Основу обчислювальної компетенції становлять знання алгоритмів письмового додавання й віднімання, множення і ділення на одноцифрове та двоцифрове число й відповідні обчислювальні навички, досвід та емоційно-ціннісне

ставлення до виконання арифметичних дій з багатоцифровими числами.

Розвиток **геометричної** компетенції в 4 класі відбувається за рахунок ознайомлення учнів з видами кутів. Якщо в 3 класі учні ознайомилися із прямим кутом і класифікували кути на прямі та непрямі, то в 4 – кут більший прямого називають тупим кутом, а менший прямого – гострим.

Змістова лінія **"Математичні вирази. Рівності. Нерівності"** зазнала найбільших змін у 2014 році. З програми вилучено рівняння, які в первинній редакції пропонувалися учням на рівні ознайомлення, – це рівняння, в яких один із компонентів поданий виразом зі змінною. Але вчитель початкової школи має усвідомлювати, що саме такий вид рівнянь широко пропонується у підручниках для 5 класу, проте відповідні алгоритми розв'язування в них відсутні.

Також із програми вилучено ознайомлення учнів з алгебраїчним методом розв'язування складених задач. Між тим, у 5 класі цей метод розв'язування задач стає провідним, а випускникам початкової школи складно перейти від арифметичного методу до алгебраїчного без відповідної підготовки в 4 класі. Тому для реалізації перспективності та наступності між початковою та основною школою вчитель може разом із учнями, які прагнуть працювати на високому щаблі складності, розглядати водночас із арифметичним ще й алгебраїчний метод розв'язування певної задачі.

Змістова лінія програми **"Величини"** реалізується під час вивчення нумерації чисел шляхом ознайомлення учнів з новими одиницями вимірювання довжини (кілометр), маси (тонна, грам) та співвідношення між новою та відомими одиницями вимірювання величини. Під час вивчення арифметичних дій учнів вчать виконувати додавання й віднімання простих та складених іменованих чисел, множити та ділити іменовані числа на одноцифрове число, ділити іменоване число на іменоване. Під час розв'язування сюжетних задач використовують числа, подані в одиницях вимірювання маси, довжини, місткості, часу, вартості.

У 4 класі учні ознайомлюються з новою величиною – швидкістю руху тіла при рівномірному прямолінійному русі, з одиницями швидкості, правилом та формулою знаходження швидкості. Увагу школярів звертають на те, що процес руху тіла описує трійка взаємопов'язаних величин: подоланий шлях, швидкість і час; подоланий шлях є загальною величиною, швидкість – це величина одиниці виміру. Загальна величина (подоланий шлях) являє собою добуток величини одиниці виміру (швидкості руху тіла) на час руху. Швидкість руху тіла можна знайти за правилом знаходження невідомого першого

множника; час руху – за правилом знаходження невідомого другого множника. Учні ознайомлюються з формулами знаходження шляху, швидкості руху та часу руху і вчать їх застосовувати, спочатку при розв'язуванні простих, а потім і складених задач. Під час розв'язування простих задач на підставі застосування залежності значення добутку від зміни одного з множників, можна дослідити залежність подоланого шляху від зміни швидкості руху при сталому часі або від зміни часу руху при сталій швидкості.

Новою величиною, з якою ознайомлюються учні 4 класу, є площа фігури. Процес вимірювання площі фігур такий самий, як і будь-якої величини – обирається еталон – площа певної фігури, для зручності – квадрат, і підраховується, скільки таких еталонів вміщується в цій фігурі, таким чином робиться висновок про величину площі даної фігури. Також зручно пов'язати одиниці площі з одиницями довжини, тому за одиниці площі обираються площі квадратів зі стороною 1 мм, 1 см, 1 дм, 1 м, 1 км. Виходячи з практичних потреб людини, використовуються ще й інші одиниці площі – 1 ар та 1 гектар. Зазначимо, що з програми вилучено матеріал, пов'язаний із співвідношеннями між одиницями вимірювання площі.

Важливим етапом вивчення цієї теми є засвоєння правила знаходження площі прямокутника та відповідної формули. Правило вводиться на практичній основі шляхом розбиття прямокутника на квадратні сантиметри і дослідження способів обчислення кількості квадратних сантиметрів, що вміщуються в ньому. Виходячи з того, що квадрат – це прямокутник, у якого всі сторони рівні, учні можуть сформулювати правило знаходження площі квадрата та записати відповідну формулу. Отже, площа будь-якого прямокутника є добутком двох його вимірювань – довжини і ширини; тому довжину або ширину знаходять за правилом знаходження невідомого множника. Таким чином учні діють при розв'язуванні обернених задач до задач на знаходження площі прямокутника. Слід зазначити, що обернені задачі зручно розв'язувати алгебраїчним методом – у цьому випадку у формулу площі прямокутника підставляють значення відомих величин і в такий спосіб складають рівняння. Правило знаходження площі прямокутника широко використовується під час розв'язування складених задач, які передбачають обчислення площі прямокутної ділянки.

Однією з основних змістових ліній програми є **"Сюжетні задачі"**. Учні 4 класу розв'язують прості задачі з величинами швидкість руху, час руху та подоланий шлях, задачі на знаходження площі прямокутника та обернені до них, задачі, що містять три компоненти – час початку події, тривалість події та час закінчення події; також учні продовжують

розв'язувати прості задачі, які були предметом вивчення у попередні роки. Серед складених задач учням пропонуються задачі, які є комбінаціями вивчених видів простих задач, а також складені задачі з новими групами взаємопов'язаних величин, на знаходження дробу від числа та числа за величиною його дробу.

Основний зміст задачного матеріалу розгортається навколо типових задач: задачі, що містять однакову величину та задачі на процеси. Задачі, що містять однакову величину — це задачі на знаходження четвертого пропорційного, на подвійне зведення до одиниці, на пропорційне ділення, на знаходження невідомих за двома різницями. Задачі на процеси — це задачі на спільну роботу та задачі на рух. Зазначимо, що всі ці види задач мають бути предметом спеціального опрацювання, адже необхідно реалізувати завдання програми, яке полягає у формуванні в учнів загального уміння розв'язувати задачі.

Зазначимо, що в 3 класі учні ознайомилися із задачами на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язували способом знаходження однакової величини. В 4 класі відбувається розвиток цієї компетенції за рахунок ознайомлення школярів із способом відношень при розв'язуванні задач на знаходження четвертого пропорційного. Для введення нового способу розв'язування задачі цього типу доцільно створити проблемну ситуацію, запропонувавши задачу, в якій однакою є величина одиниці виміру або лічби, коли її не можна знайти дією ділення на ціло. Вчитель допомагає учням розв'язати проблемну ситуацію і сформулювати узагальнений спосіб дії, який вони мають застосовувати у подальшій роботі над задачами цього типу. Також корисно зіставити два способи розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного: спосіб відношень та спосіб знаходження однакової величини, з'ясувати можливості застосування кожного з них.

У 3 класі учні ознайомилися із задачами на подвійне зведення до одиниці: прямими, в яких шуканим було значення подвійної одиниці, та оберненими до них. Прямі задачі розв'язувалися двома послідовними діями ділення, а обернені — двома послідовними діями множення. В 4 класі математична структура таких задач ускладнюється: подвійна одиниця стає лише ключем до розв'язання прямих та обернених задач, і ці задачі розв'язуються вже трьома, а в складніших випадках — і чотирма діями. Слід зазначити, що в методиці математики задачі на подвійне зведення до одиниці, відносять до ускладнених задач на знаходження четвертого пропорційного, оскільки задачу на подвійне зведення до одиниці можна звести до відповідної задачі на знаходження четвертого пропорційного, виконавши лише одну арифметичну дію.

Близькими до задач на знаходження четвертого пропорційного за своєю структурою та за способом розв'язування є задачі на пропорційне ділення. Вони так само, як і задачі на знаходження четвертого пропорційного, розв'язуються способом знаходження однакової величини, але однакову величину в таких задачах знаходять за двома сумами. Тому, перед введенням задач на пропорційне ділення доцільно провести спеціальну підготовчу роботу із опрацювання в учнів вміння розв'язувати сюжетні задачі на знаходження однакової величини за двома сумами, і лише після цього ввести задачі на пропорційне ділення. Якщо в задачі на пропорційне ділення, в якій однаковими є величини одиниці виміру, шуканими є обидва значення загальної величини, то дві останні дії будуть діями множення; якщо обидва шукані є значеннями кількості або часу, то дві останні дії — ділення. Зауважимо на тому, що останніми діями мають бути або дві дії множення, або ділення, оскільки у цьому випадку є змога виконати пряму перевірку задачі: додати знайдені числові значення шуканих, і якщо одержимо числове значення суми, дане в умові задачі, то задачу розв'язано правильно.

Задачі на знаходження невідомих за двома різницями також розв'язуються способом знаходження однакової величини, але її однакову величину в таких задачах відшукують за двома різницями — різницею відношеннями двох інших величин. Так само, як і до введення задач на пропорційне ділення, перед ознайомленням із задачами на знаходження невідомих за двома різницями, доцільно провести спеціальну підготовчу роботу із опрацювання уміння знаходити однакову величину за двома різницями, і лише після цього пропонувати учням задачу нового типу. Аналогічно, як і у випадку задач на пропорційне ділення, при розв'язуванні задач на знаходження невідомих за двома різницями, в яких шуканими є два значення загальної величини, дві останні дії є діями множення, а задачі, в яких шуканими є два значення кількості або часу, дві останні дії є діями ділення (це задача іншого виду, а не обернена). Розв'язання аналогічних за сюжетом та числовими даними задач на пропорційне ділення і на знаходження невідомих за двома різницями відрізняються лише першими двома діями, оскільки передбачають різні способи відшукування однакових величин — або за двома сумами, або за двома різницями. Задачі на знаходження невідомих за двома різницями, так само як і задачі на пропорційне ділення, передбачають пряму перевірку: якщо обчислимо різницю знайдених числових значень шуканих і одержимо число, що є різницею відношенням шуканих, що дано в умові задачі, то це свідчить про те, що задачу розв'язано правильно.

Задачі, що описують процес спільної праці двох виконавців, є задачами на спільну роботу. Із подібними задачами учні ознайомились у 3 класі; в таких задачах було дано продуктивності кожного з двох виконавців і час (загальний виробіток) при спільній роботі, а шуканим був загальний виробіток (час) при спільній роботі. В 4 класі математична структура задач на спільну роботу ускладнюється за рахунок того, що вже не дано продуктивність праці кожного з виконавців, а дано загальний виробіток та час роботи для кожного з них. Для того, щоб звести таку задачу до простішої, що пропонувалася в 3 класі, достатньо першими двома діями знайти продуктивність кожного виконавця. Отже, за умов продуманої системи навчальних завдань, задачі на спільну роботу рівня складності 4 класу не мають викликати в учнів особливих труднощів.

Задачі, що описують процес спільного руху двох тіл є задачами на рух. Задачі на одночасний рух двох тіл у різних напрямках класифікують на задачі на рух назустріч та на рух у протилежних напрямках. Перед введенням задач на рух доцільно провести спеціальну підготовчу роботу, яка передбачає не лише актуалізацію формул знаходження швидкості руху, часу руху та подоланого шляху, а й спеціального спостереження за одночасним рухом двох тіл назустріч та у протилежних напрямках. Спостерігаючи за одночасним рухом двох тіл, учні мають дійти висновків про те, що відстань між тілами при русі назустріч скорочується, а при русі в протилежних напрямках збільшується; на рух вони витратили однаковий час, оскільки розпочали рух одночасно та одночасно його закінчили; вся відстань складається зі шляху, який подолало перше тіло, та шляху, який подолало друге.

Задачі на рух класифікують таким чином: задачі на знаходження відстані, на знаходження швидкості руху одного з тіл і на знаходження часу руху. Задачі на знаходження відстані та на знаходження швидкості руху розв'язують двома способами, а задачі на знаходження часу руху — лише одним. На етапі підготовчої роботи з метою подальшого введення другого способу при розв'язуванні задач на рух, водночас із виконанням завдань на усвідомлення висновку про зміну відстані між тілами, доцільно визначити її числове значення, яке дорівнює сумі числових значень шляху, що долає кожне тіло за одиницю часу. Некоректним з точки зору фізики є використання терміну "швидкість зближення" та "швидкість віддалення", оскільки таких понять у фізиці не існує, тому не треба подавати учням неправильні терміни.

Задачі на рух в одному напрямку — рух навздогін та рух із відставанням — вилучені з програми 4 класу. Проте вчитель має зважати, що в 5 класі задачі на рух у різних напрямках та задачі на рух в одному напрямку пропонуються як задачі одного рівня складності,

тим більше, що їх розв'язування відрізняються лише способом знаходження числового значення зміни відстані за одиницю часу (у задачах на рух в різних напрямках її знаходять дією додавання, а у задачах на рух в одному напрямку — віднімання). Тому, як однією з можливостей реалізації диференційованого підходу, може бути робота і над подібними задачами.

Певна увага приділяється задачам із буквеними даними. Вони можуть бути використані з метою спонукання учнів до запису розв'язання задачі виразом із подальшим обчисленням його значення шляхом підстановки числового значення змінної, а також з метою узагальнення способу розв'язування задачі.

Для формування в учнів умінь розв'язувати задачі вчитель має звернути увагу на підрозділ "Загальні прийоми розв'язування задач", в якому визначається порядок роботи над задачею: аналіз змісту задачі (виділення умови й запитання, числових даних й шуканого, зв'язків між ними), подання результатів аналізу тексту задачі у вигляді допоміжної моделі (схематичного рисунка, короткого запису у схематичному вигляді, у вигляді таблиці чи креслення у випадку задач на рух), план розв'язування задачі, який може бути складений у результаті аналітичного або синтетичного пошуку розв'язування задачі, чи в результаті актуалізації учнями загального способу розв'язування типової задачі; запис розв'язання задачі й відповіді, перевірка розв'язання. Зауважимо, що запис розв'язання задачі по діях з поясненням та запис розв'язання цієї ж задачі виразом — це лише дві різні форми запису розв'язання, а не два способи розв'язання. Розв'язання задачі різними способами передбачає різні шляхи задоволення вимоги задачі. Для відшукування різних способів розв'язування задачі, якщо це можливо, можна переформулювати запитання задачі, по-іншому скласти допоміжну модель задачі, поставити додаткове запитання тощо. Розв'язання задачі іншим способом є одним зі способів перевірки правильності розв'язання задачі (непряма перевірка). Також для перевірки можна скласти і розв'язати обернену задачу, і якщо у відповіді одержимо число, дане у прямій задачі, то зробимо висновки про те, що задачу було розв'язано правильно.

Програмою передбачено творчу роботу над задачею, яка полягає у складанні задач за коротким записом, за схемою, за рисунком, складання аналогічних, обернених задач до даної. На якість формування в учнів умінь розв'язувати задачі впливає ретельна робота над задачею після її розв'язання: краще на уроці розв'язати одну задачу, скласти і розв'язати обернені, змінити ситуацію задачі або змінити її числа, відповісти на додаткові запитання до неї, натомість не прагнути розв'язати на уроці низку різнотипових розрізнених задач.

Вивчення змістової лінії програми – **"Робота з даними"** організовується подібно до попередніх етапів навчання. Основний акцент ставиться на опануванні на практичному рівні способів подання інформації; формуванні вміння працювати з інформацією (читати і розуміти, знаходити, аналізувати, порівнювати), яка подана в різний спосіб, заносити дані до таблиць, використовувати дані для розв'язування практично зорієнтованих задач.

З огляду на зазначене вище варто зробити висновок, що зміст і процес навчання математики в 4 класі підпорядкований двом провідним цілям: виконати вимоги Державного стандарту (вони подають своєрідну модель випускника початкової школи); сформувати в учнів готовність до навчання в 5 класі наступної ланки освіти (забезпечити наступність). Від набутих у завершальному навчальному році результатів залежатиме успішність засвоєння чергового змісту предмета. 