

МЕТОД РОЗРАХУНКУ ЙМОВІРНОСТІ ПОМИЛКИ НА БІТ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ СИСТЕМ РАДІОЗВ'ЯЗКУ З ШУМОПОДІБНИМИ СИГНАЛАМИ В УМОВАХ ВПЛИВУ ВЗАЄМНИХ ПЕРЕШКОД

У статті визначено умови, за яких слід використовувати методи детермінованого або випадкового аналізу. Наведено способи досягнення компромісу між точністю визначення ймовірності помилки на біт інформації та складністю розрахунків.

Постановка проблеми. У ході роботи систем радіозв'язку (СРЗ) із шумоподібними сигналами (ШПС) у пакетних радіомережах виникає проблема оцінювання ступеня впливу взаємних перешкод. Взаємні перешкоди є сигналами однотипних СРЗ, які мають різні амплітуди, часові затримки та фази в точці прийому, а також різні функції, що розширюють спектр. Перекриваючись у точці прийому за часом та частотою, ці сигнали створюють сукупність взаємних перешкод [1, 6]. Для оцінювання ефективності роботи СРЗ з ШПС в умовах впливу взаємних перешкод існує декілька методів, проте виникає необхідність здійснення узагальнюючого порівняльного аналізу щодо їх розрахункової складності та точності оцінки ймовірності помилки на біт інформації.

Огляд останніх досліджень і публікацій. У літературі [1, 6] розглянуто методи граничних розрахунків ймовірності помилки на біт інформації для СРЗ з ШПС. Вони мають достатню точність оцінки показника якості СРЗ, проте в умовах взаємних перешкод дуже складно врахувати всі можливі фактори. У [2–5] наведено методи спрощення розрахунків шляхом припущення, що взаємні перешкоди є випадковим процесом, розподіленим за гауссівським законом. Деякі з цих методів значно спрощують розрахунки показника якості СРЗ, проте їх точність значно погіршується. Крім того, вони не враховують можливості різних комбінацій фазової та імпульсної синхронізації між корисним сигналом та сигналом взаємних перешкод.

Таким чином, завданням дослідження є: 1) провести порівняльний аналіз методів розрахунку ймовірності помилки на біт інформації на предмет складності розрахунків та точності оцінки параметра; 2) розробити новий метод, який забезпечить достатню точність оцінки параметра при невеликій складності обчислень з урахуванням різних комбінацій синхронізації між перешкодовим та корисним сигналами.

Виклад основного матеріалу. Для розрахунку ймовірності помилки на біт інформації, зумовленої впливом взаємних перешкод у СРЗ з ШПС, розроблено багато методів. Їх можна умовно розділити на три групи: розрахунок границь, апроксимації та моделювання. Граничні методи, як правило, характеризуються середньою та високою складністю розрахунків, але часто дають гірші результати, коли кількість перешкодових сигналів зростає. Проте, якщо границі можна зробити максимально щільними шляхом збільшення часу розрахунків, ці методи дають найточнішу оцінку з усіх відомих аналітичних підходів, а також вони можуть бути використані для оцінки точності різних апроксимацій. Аналітичні апроксимації, як правило, проводяться на основі граничних

теорем з використанням складних розрахунків, проте розглянемо способи їх спрощення при збереженні достатньої точності. Моделювання має перевагу, коли структура сигналів вимагає надмірно складних розрахунків при застосуванні аналітичних методів. Проте моделювання у даній статті детально розглядатись не буде, а основну увагу буде приділено першим двом групам методів.

Модель каналу радіоприйому СРЗ з ШПС

З метою спрощення подальшого аналізу обмежимося розглядом ШПС з двійковою фазовою маніпуляцією (ФМ). У цьому випадку при прямокутній формі імпульсів інформаційної послідовності $b_k(t)$ k -й вхідний сигнал можна описати виразом [1, 6]:

$$S_k(t) = A_k \cdot b_k(t) \cdot a_k(t) \cdot \cos(2\pi ft + \phi_k), \tag{1}$$

де A_k – амплітуда сигналу ($A_k = \sqrt{2P_k}$, P_k – потужність сигналу);

$a_k(t)$ – псевдовипадкова послідовність;

f – несуча частота;

ϕ_k – значення початкової фази сигналу.

При проведенні аналізу прийемо, що тривалість інформаційного символу τ_b послідовності $b_k(t)$ у ціле число раз більше тривалості імпульсу τ_i псевдовипадкової послідовності $a_k(t)$, $\tau_b = N\tau_i$. Припустимо, що оптимальний прийом ФМ ШПС на фоні адитивного білого гауссівського шуму $n(t)$ забезпечується за допомогою когерентного кореляційного приймача, при цьому сигнал $S_1(t)$ є корисним, а решта сигналів – взаємні перешкоди. На рис. 1 наведено структурну схему приймача та сукупність сигналів, що діють на нього.

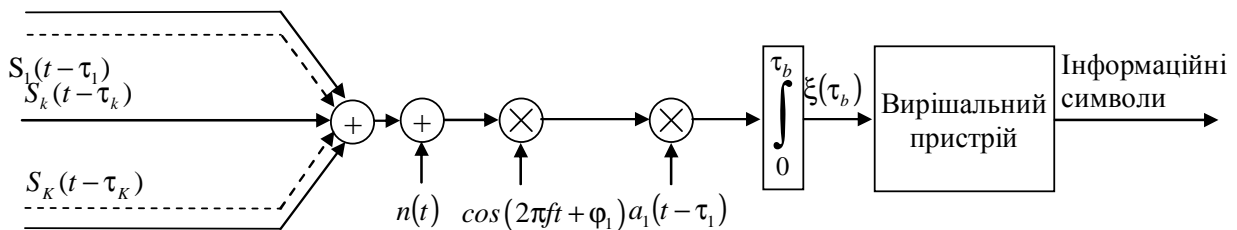


Рис. 1. Вплив взаємних перешкод на СРЗ з ШПС

Сумарний сигнал $S(t)$, що надходить на вхід приймача має вигляд [1, 3, 6]:

$$S(t) = \sum_{k=1}^K S_k(t - \tau_k) + n(t) = \sum_{k=1}^K A_k \cdot b_k(t - \tau_k) \cdot a_k(t - \tau_k) \cdot \cos(2\pi ft + \phi_k) + n(t), \tag{2}$$

де K – кількість джерел ФМ ШПС;

τ_k та ϕ_k – випадкові час затримки та фаза k -го ФМ ШПС відносно корисного сигналу $S_1(t)$.

Інформаційна послідовність $b_k(t)$ – незалежний випадковий процес, який з рівними ймовірностями приймає значення ± 1 , $a_k(t)$ – також незалежний випадковий процес із значеннями ± 1 , який застосовується з метою розширення спектра сигналу.

Нехай потужності сигналів на вході приймача від всіх джерел ФМ ШПС рівні між собою $P_1 = P_2 = \dots = P_k$, тоді вирішальна статистика приймача є такою [1]:

$$\xi_l(\tau_b) = \pm A_l \tau_b + \sum_{k=2}^K W_k \cos \varphi_k + n(\tau_b), \quad (3)$$

де $W_k = 2A_k [b_{k,1} \rho_{k1}(\tau_k) + b_{k,0} \hat{\rho}_{k1}(\tau_k)]$;

$$n(\tau_b) = 2 \int_0^{\tau_b} n(t) a_1(t) \cos(2\pi f t + \varphi_1) dt ;$$

$b_{k,1}, b_{k,0}$ – частини двох сусідніх інформаційних символів k -го сигналу, що надходять на вхід інтегратора (при цьому припускаємо, що $b_{k,1}, b_{k,0}$ – незалежні випадкові величини, що приймають значення ± 1 з імовірністю 0,5);

$\rho_{k1}(\tau_k), \hat{\rho}_{k1}(\tau_k)$ – часткові взаємкореляційні функції, що визначаються виразами:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{k1}(\tau_k) &= \int_0^{\tau_k} a_k(t - \tau_k) a_1(t) dt \\ \hat{\rho}_{k1}(\tau_k) &= \int_{\tau_k}^{\tau_b} a_k(t - \tau_k) a_1(t) dt \end{aligned} \right\} \text{ для } 0 \leq \tau_k \leq \tau_b .$$

Відносно корисного сигналу k -й сигнал має зсув за часом до найближчого імпульсу τ_k та фази несучої φ_k .

Випадкові та детерміновані послідовності, що розширюють спектр

Хоча фактичні СРЗ з ШПС використовують детерміновані послідовності, розрахунок таких величин, як границі ймовірності помилки на біт інформації, може призводити до складних розрахунків, якщо не робити припущення про їх випадковість [2]. Якщо послідовність, що розширює спектр $a_k(t)$ перешкодового сигналу, змінюється від біта до біта або невідома, аналіз імовірності помилки на біт інформації для детермінованої послідовності або надмірно складний, або неможливий. Крім цього, детермінована, розширююча спектр послідовність є псевдовипадковою і має декілька властивостей випадковості, тому її аналіз може бути спрощений з достатньо точними результатами [1]. Методи граничних розрахунків та апроксимацій можуть бути модифіковані для аналізу очікуваної детермінованої послідовності, а також розширені (зі збільшенням розрахункової складності) для врахування перешкодової детермінованої послідовності взаємних перешкод $a_k(t), k = 2 \dots K$.

Метод розрахунку границь

Границі ймовірності помилки на біт інформації для СРЗ з ШПС використовуються тоді, коли передбачається розрахунок як верхньої, так і нижньої межі, при цьому реальне значення показника якості системи знаходиться між ними. Якщо границі можуть бути скільки завгодно вузькими, точність методу обмежується тільки часом обчислень. На рис. 2 показано вид границі згідно з [1] (зі спрощеннями, отриманими у [3]), коли всі джерела радіовипромінення використовують випадкові послідовності, що розширюють спектр $a_k(t)$. Характерною особливістю цього методу є зниження точності оцінки параметра при збільшенні K .

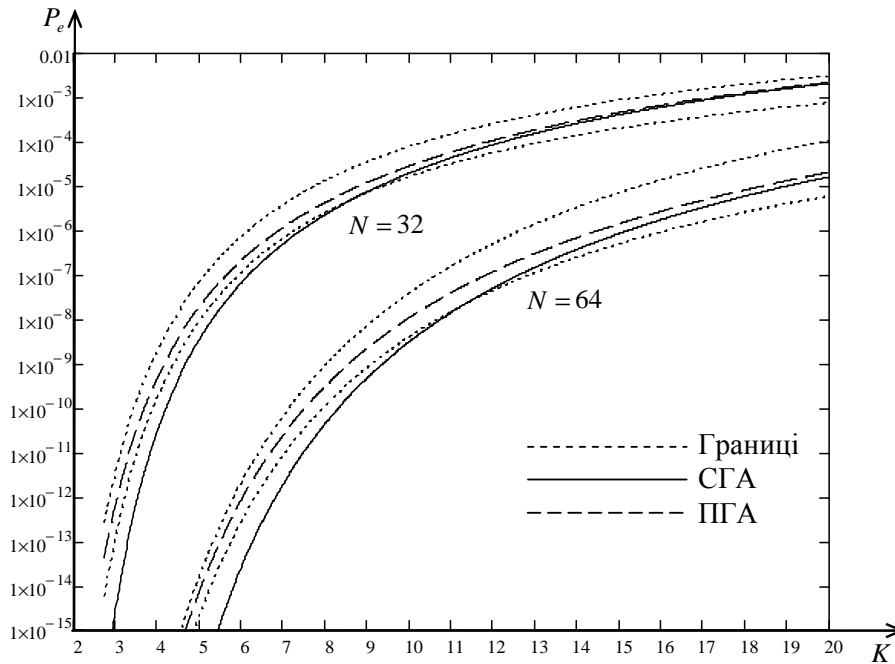


Рис. 2. Порівняння результатів розрахунку P_e методами границь, СГА та ПГА

Хоча цей метод дає точну оцінку ймовірності помилки на біт інформації у СРЗ з ШПС, виконання цифрової згортки вимагає, щоб щільність $[W_k \cos \varphi_k]$ була розділена на велику кількість відрізків. «Маса» в кожному відрізку зосереджена на одному чи іншому боці до виконання згортки, тому отримуємо верхню та нижню границі фактичної ймовірності помилки на біт. Збільшення загальної кількості відрізків зменшує їх розмір, який, у свою чергу, зменшує різницю між верхньою та нижньою границями за рахунок збільшення часу розрахунку [1] (збільшення розрахункової складності).

Розрахунок функції щільності взаємних перешкод замість тестування усіх можливих послідовностей, розширюючих спектр, значно скорочує розрахункову складність від 2^{KN} до KN^2 ітерацій [2].

Методи апроксимації

Методи апроксимації, як правило, ґрунтуються на припущенні, що взаємні перешкоди є гауссівськими випадковими величинами і, як наслідок, їх вплив може повністю характеризуватися математичним сподіванням та дисперсією взаємних перешкод.

Дисперсію взаємних перешкод σ описано в [4] як

$$\sigma = \sum_{k=2}^K Z_k, \quad (4)$$

де Z_k – незалежна та однаково розподілена випадкова величина, що визначається за виразом

$$Z_k = \left[2(\tau_k^2 - \tau_k)(2B+1) + N \right] \cos^2 \varphi_k, \quad (5)$$

де B – кількість змін стану послідовності $a_l(t)$ (з +1 на -1 чи навпаки) протягом біта даних.

Дисперсія σ , таким чином, подана у вигляді випадкової величини, яка є функцією B , затримок $\tau = (\tau_2, \dots, \tau_k)$ та фаз $\varphi = (\varphi_2, \dots, \varphi_k)$ [4].

Метод стандартної гауссівської апроксимації (СГА)

Вона складається з усереднення відношення сигнал/перешкода за усіма часовими та фазовими затримками. При цьому ймовірність помилки на біт інформації визначається з виразу [1]

$$P_e^{СГА} = Q\left(\sqrt{\frac{3N}{K-1}}\right), \quad (6)$$

де $Q(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$ – додатковий інтеграл помилок.

СГА ґрунтується на використанні середнього значення й дисперсії вихідних сигналів кореляційного приймача та дає найбільш точні результати при достатньо великих K . Не дивлячись на недоліки методу СГА, він достатньо широко використовується завдяки простоті розрахунків.

Метод покращеної гауссівської апроксимації (ПГА)

Однією з причин неточності СГА для невеликої кількості користувачів є те, що вплив взаємних перешкод, як правило, не зводиться до гауссівської випадкової величини при великому значенні N та фіксованих значеннях затримки τ і фази ϕ [4]. Метод ПГА вирішує цю проблему шляхом обробки дисперсії σ як випадкової змінної, яка є функцією часу затримки та фази. Якщо розподіл σ відомий, ПГА дає значення Q (відношення сигнал/шум) [4]:

$$P_e^{ПГА} = \int_0^{\infty} Q\left[\frac{N}{\sqrt{\sigma}}\right] f_{\sigma}(\sigma) d\sigma. \quad (7)$$

Ця апроксимація є достатньо точною порівняно з граничними розрахунками, але знаходження функції $f_{\sigma}(\sigma)$ потребує визначення розподілу Z_k та здійснення його згортки $K-2$ разів. У [3] показано, що цей процес потребує KN^2 ітерацій, що відповідає розрахунковій складності методу розрахунку границь.

На рис. 2 наведено порівняння результатів розрахунку ймовірності помилки на біт інформації з використанням методів СГА, ПГА та граничних розрахунків. Очевидно, що метод СГА дає помилкові результати особливо при малих значеннях ймовірності помилки на біт інформації. Метод ПГА дає точні результати в усіх ситуаціях.

Метод спрощення покращеної гауссівської апроксимації (СПГА)

Пропонується розрахунок ймовірності помилки на біт інформації методом СПГА, який потребує визначення тільки математичного сподівання μ та дисперсії σ . Головними перевагами цього методу є невелика розрахункова складність та висока точність оцінки ймовірності помилки на біт, яка визначається виразом

$$P_e^{СПГА} = \frac{2}{3} Q\left[\sqrt{\frac{N^2}{\mu}}\right] + \frac{1}{6} Q\left[\sqrt{\frac{N^2}{\mu + \sqrt{3}\sigma}}\right] + \frac{1}{6} Q\left[\sqrt{\frac{N^2}{\mu - \sqrt{3}\sigma}}\right] \quad (8)$$

та є середньозваженою СГА з двома іншими складниками, що є функцією μ та σ .

Розрахунок значень μ та σ може бути спрощено, хоча й з невеликими втратами точності, з використанням тільки другого порядку для σ :

$$\mu = (K-1)\frac{N}{3}; \sigma^2 \approx (K-1)\left[\frac{23N^2}{360}\right]. \quad (9)$$

Через те, що μ пропорційна K та σ пропорційна \sqrt{K} , методи СПГА та ПГА сходяться до методу СГА зі зростанням K . З рис. 3 видно, що оцінка ймовірності помилки на біт інформації P_e за допомогою методу СПГА є достатньо точною, з похибками тільки при дуже малих її значеннях. Таким чином, СПГА забезпечує високу точність та простоту розрахунків, що робить цей метод апроксимації продуктивним для оцінки ймовірності помилки на біт інформації СРЗ з ШПС при впливі взаємних перешкод.

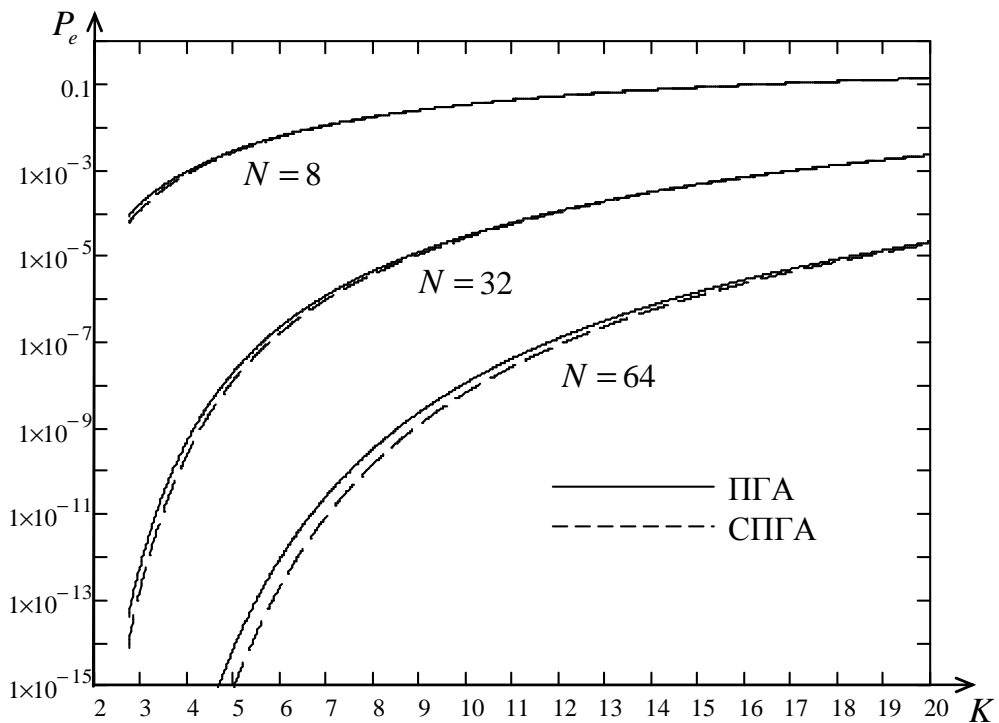


Рис. 3. Порівняння результатів розрахунку P_e методами СПГА та ПГА

Синхронізація шумоподібних сигналів

Становить інтерес також аналіз ймовірності помилки на біт інформації для ситуацій, коли фазова або імпульсна затримка детермінована, а не випадкова.

Для більшості псевдовипадкових послідовностей B дорівнює або приблизно дорівнює її очікуваному значенню $(N-1)/2$, яке означає, що новий імпульс або змінився, або залишився таким самим, як і попередній, з рівними ймовірностями. У табл. 1 наведено математичне сподівання $E[Z]$ та приблизне значення дисперсії $Var[Z]$ для різних фіксованих та випадкових значень фазової та імпульсної затримки взаємних перешкод і корисного сигналу. У такий спосіб з (6) отримаємо

$$Z_k = N(2\tau^2 - 2\tau + 1)\cos^2\phi \quad (10)$$

та розрахуємо дані для таблиці 1. Визначення μ та σ^2 може бути проведено шляхом перемноження результатів з таблиці 1 на $(K-1)$ [5].

Таблиця 1

| Ступінь імпульсної та фазової синхронізації | $E[Z]$ | $Var[Z]$ |
|--|----------------|---------------------|
| Випадкова затримка імпульсу, випадкові фази | $\frac{N}{3}$ | $\frac{23N^2}{360}$ |
| Імпульси синхронізовані, випадкові фази | $\frac{N}{2}$ | $\frac{N^2}{8}$ |
| Випадкові затримки імпульсу, фази синхронізовані | $\frac{2N}{3}$ | $\frac{N^2}{45}$ |
| Імпульси синхронізовані, фази синхронізовані | N | 0 |

Імовірність помилки на біт інформації для кожної з цих чотирьох ситуацій наведено на рис. 4 для $N = 32$.

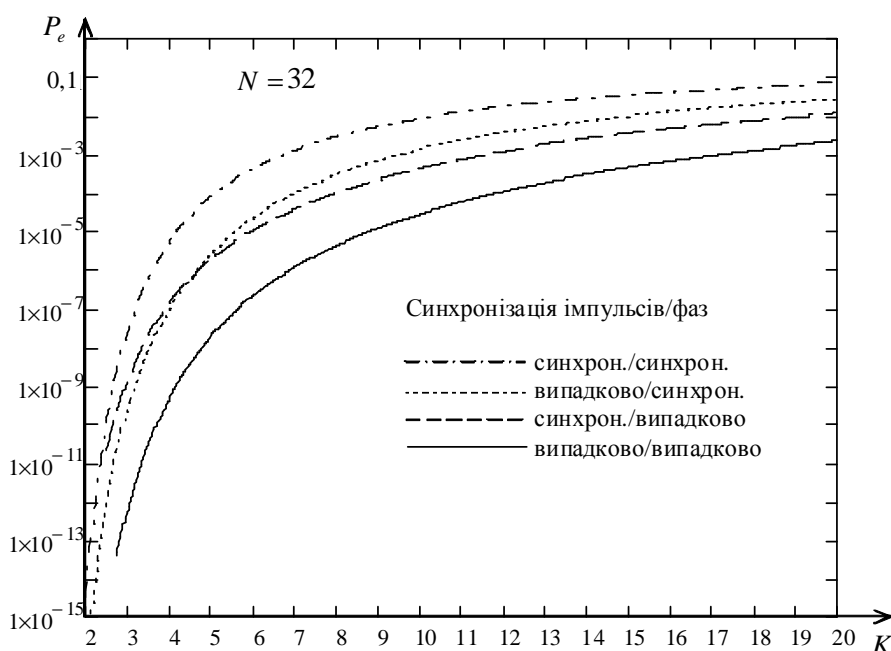


Рис. 4. Показник якості СРЗ з ШПС при різних комбінаціях фазової та імпульсної синхронізації корисного сигналу і взаємних перешкод

З графіків видно, що значення P_e помітно зростає, коли сигнали синхронізовані за фазою та імпульсами. Отже, для досягнення найменшого значення ймовірності помилки на біт необхідно структурувати сигнали таким чином, щоб не відбувалась фазова та імпульсна синхронізація.

Висновки

1. Методи розрахунку ймовірності помилки на біт у СРЗ з ШПС можуть бути умовно розділені на три категорії: розрахунок границь, апроксимації та моделювання. Граничні розрахунки дають найбільшу точність, яка покращується шляхом врахування більшої кількості параметрів системи радіозв'язку, проте мають високу розрахункову складність. Для методів апроксимації характерні або менша розрахункова складність (метод СГА), або достатньо точна оцінка P_e (метод ПГА).

2. Запропоновано метод спрощення ПГА для розрахунку ймовірності помилки на біт інформації P_e в СРЗ з ШПС при впливі взаємних перешкод. Він забезпечує малу

розрахункову складність, як і метод СГА, при цьому спостерігається незначне погіршення точності визначення P_e порівняно з методом ПГА.

3. Проаналізовано якість роботи СРЗ з ШПС за P_e з урахуванням фазової та імпульсної синхронізації взаємних перешкод з корисним сигналом.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Lehnert J. S. Error probabilities for binary direct-sequence spread-spectrum communications with random signature sequences / J. S. Lehnert, M. B. Pursley // IEEE Trans. Commun. – Jan. 1987. – P. 87–98.
2. Lehnert J. S. An efficient technique for evaluating direct-sequence spread-spectrum multiple-access communications/ J. S. Lehnert // IEEE Trans. Commun. – Aug. 1989. – P. 851–858.
3. Morrow R. K. Jr. Packet throughput in slotted ALOHA DS/SSMA packet systems with random signature sequences / R. K. Morrow Jr., J. S. Lehnert // IEEE Trans. Commun. – Jul. 1992. – P. 1223–1230.
4. Morrow R. K. Jr. Bit-to-bit error dependence in slotted DS/SSMA packet systems with random signature sequences / R. K. Morrow Jr., J. S. Lehnert // IEEE Trans. Commun. – Oct. 1989. – P. 1052–1061.
5. Morrow R. K. Jr. Accurate CDMA bit error calculations with low computational complexity / R. K. Morrow Jr. // IEEE Trans. Commun. – Jan. 1991. – P. 356–363.
6. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / [В. И. Борисов, В. М. Зинчук, А. Е. Лимарев и др.] ; под. ред. В. И. Борисова. – [1-е изд.]. – М. : Радио и связь, 2003. – С. 608–635. – ISBN-5-256-01672-5.

Подано 18.09.2014

А. Н. Кубрак, П. С. Борисов

МЕТОД РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ НА БИТ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ РАДИОСВЯЗИ С ШУМОПОДОБНЫМИ СИГНАЛАМИ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ

В статье определены условия, при которых следует использовать методы детерминированного или случайного анализа. Приведены способы достижения компромисса между точностью определения вероятности ошибки на бит информации и сложностью расчетов.

A. N. Kubrak, P. S. Borysov

THE COMPUTATION METHOD OF THE BIT ERROR PROBABILITY FOR COMMUNICATION SYSTEMS WITH NOISE-LIKE SIGNALS IN THE CONDITION OF EXPOSURE INTERFERENCE

This paper examines conditions under which deterministic or random analysis should be used and demonstrates the various tradeoffs between achieving accurate bit error rate values and the computational complexity required for their calculation.