

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКІВ ПАРАМЕТРІВ ЗЕМЛЕОГЛЯДУ В ЗАДАЧАХ КОСМІЧНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ КОНІЧНОЮ ЗОНОЮ ОГЛЯДУ ПОЗА НАДИРОМ

Запропоновано оригінальний математичний апарат та методика розрахунків параметрів землеогляду за допомогою космічних апаратів (КА) дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) для плоскої та сферичної поверхні землі з урахуванням орбітальних параметрів КА та технічних характеристик бортової цільової апаратури (БЦА) оптико-електронного типу з конічною зоною огляду при її відворотах від надира.

Постановка проблеми. У завданнях ДЗЗ за допомогою БЦА оптико-електронного спостереження (ОЕСп) однією із умов успішного їх виконання є наявність геометричної видимості між КА і заданими наземними об'єктами (НО) спостереження [1]. У цьому випадку зазначені об'єкти повністю або частково потраплять у деякий момент часу в зону огляду БЦА або “накриватимуться” смугою огляду чи смугою захвату КА на заданому інтервалі спостережень [2]. Розміри і положення фактично відзнятої ділянки земної поверхні відносно заданого НО можуть виступати одним із показників цільової ефективності космічних систем спостереження (КСС). У свою чергу, точність визначення розмірів і положення спостережуваної ділянки однозначно залежить від точності розрахунків лінійних розмірів та площі проекції зони огляду БЦА на Землю.

Особливістю сучасних КСС є те, що в них з метою забезпечення необхідної детальності зображень використовують БЦА з *вузьким полем зору*, а для підвищення їх оглядовості застосовують *кутові маневри* КА [3, 4], зокрема відвороти від надира візирної осі КА за креном η (перпендикулярно до траси орбіти).

У зв'язку з цим виникає **актуальне завдання** підвищення точності розрахунків параметрів землеогляду (траси КА, траси візирної осі БЦА, зони огляду БЦА та її проекції на земну поверхню, смуги огляду, знятої сцени, смуги захвату і т. п.) як без врахування, так і з урахуванням кривизни Землі, орбітальних параметрів та технічних характеристик БЦА, яка формує конічну зону огляду та забезпечує її відвороти від надира за креном. Такі розрахунки необхідні як на етапі планування космічної зйомки, так і на етапі оцінювання її результатів.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Питання розрахунку окремих параметрів землеогляду в тій чи іншій мірі розглядають у низці наукових праць останнього часу [5–7], але в них аналізують тільки окремі показники або підходи.

Зокрема, у роботі [5] запропоновано алгоритм розрахунку площі контрольованої частини заданого району та обчислення коефіцієнта накриття зоною огляду даного району. При цьому введено припущення, що розміри району невеликі, тому його межі можна задавати плоскою трапецією.

В авторській статті [6] наведено удосконалений математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованої ділянки земної поверхні, але при космічних спостереженнях *пірамідальною зоною огляду*.

Найближчою до визначеної проблеми є авторська стаття [7], але вона присвячена питанням розрахунків розмірів контрольованих ділянок Землі при космічних спостереженнях *тільки в надир*.

Виходячи з цього, **метою статті** є систематизація й удосконалення математичного апарату та розробка методики для розрахунків розмірів контрольованої ділянки земної поверхні при ОЕСп заданих НО *конічною зоною огляду* БЦА при її відворотах від надира за креном. У подальшому заплановано розробку серії таких статей, у яких досліджуватимуться інші ситуації.

Виклад основного матеріалу. Загальновідомо, що КА ОЕСп сприймають оптичне випромінювання від НО тільки в межах зони огляду. При цьому під *зоною огляду* КА розуміють [2] частину простору, обмежену відносно *нерухомого* КА по дальності його висотою H над поверхнею Землі, а по кутах – його полем зору (тілесним кутом конуса).

Поле зору КА, як правило, формується за рахунок технічних і геометричних характеристик БЦА. Якщо вона встановлена нерухомо, а її візирна вісь збігається з віссю симетрії КА, то поля зору БЦА і КА та їх зони огляду є поняттями тотожними [4].

У разі конічної зони її характеристики однозначно визначають цілий ряд параметрів землеогляду (рис. 1):

- а) лінійні розміри $L_a \times L_b$ проєкції конічної зони огляду на поверхні Землі, яка в загальному випадку має форму еліпса з великою a та малою b півосями ;
- б) ширину смуги огляду $L_{огл}$;
- в) площу проєкції конічної зони огляду на поверхні Землі $S_{огл}$;
- г) площу знятої сцени $S_{сц}$;
- д) ширину смуги захвату $L_{зхв}$ і т. ін.

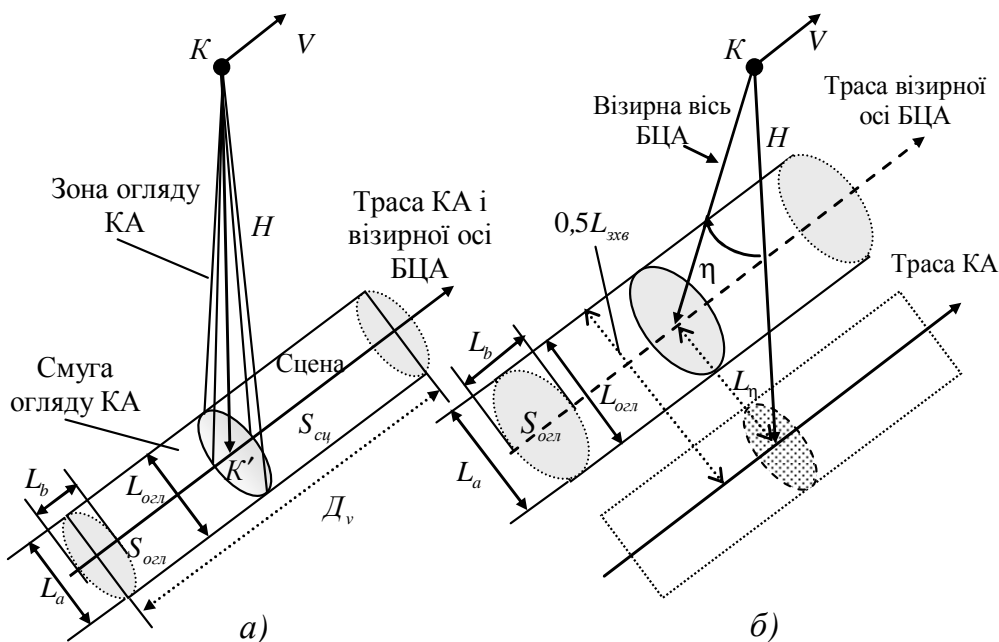


Рис. 1. До поняття смуги огляду, сцени (а) та смуги захвату (б)

Смуга огляду утворюється за рахунок поступального руху КА (рис. 1а), це частина земної поверхні, що накривається проекцією зони огляду БЦА на Землю при фіксованому кутовому положенні КА. При цьому, як видно із прикладу, ширина смуги огляду $L_{озл} = L_a$.

Знята сцена – це частина смуги огляду БЦА, що обмежена шириною смуги огляду $L_{озл}$ та довжиною спостережуваної ділянки D_v , яка утворюється за рахунок орбітального руху КА з лінійною швидкістю V за час спостереження

$$\Delta t_{cn} = t_k - t_n, \tag{1}$$

де t_n і t_k – моменти початку і кінця спостереження відповідно.

Оскільки в задачах ДЗЗ час спостереження за НО займає від десятків секунд до декількох хвилин, то кутовою швидкістю обертання Землі навколо своєї осі можна нехтувати, прийнявши $\omega_3 \approx 0$. Крім того, вважатимемо, що Земля має сферичну форму, а її середній радіус $R_3 = 6371$ км.

Тоді *площу знятої сцени* (див. рис. 1а) можна знайти як [2]

$$S_{сц} = S_{озл} + L_{озл} D_v. \tag{2}$$

У цій формулі площа проекції конічної зони огляду є площею еліпса [8]:

$$S_{озл} = \pi ab. \tag{3}$$

Довжина знятої сцени D_v у загальному випадку може бути знайдена через лінійну швидкість підсупутникової точки (ПТ) $V_{nm}(t) = V_{nm}$ як

$$D_v = \int_{t_n}^{t_k} V_{nm} dt. \tag{4}$$

Підсупутникова точка – це точка K' на земній поверхні (рис. 1а), з якої КА в даний момент часу видно в зеніті. Іншими словами, це точка перетинання поточного радіуса-вектора КА $\vec{r}(t)$ з поверхнею Землі. Множина ПТ утворює трасу КА.

Як показано в роботі [2], лінійна швидкість ПТ залежить від лінійної швидкості КА та висоти його орбіти. Її величину можна оцінити як

$$V_{nm} = \frac{R_3}{R_3 + H} V. \tag{5}$$

У свою чергу, лінійна швидкість КА залежить від розмірів і форми орбіти та поточного положення КА на ній і в загальному випадку розраховується за формулою [2]

$$V = \sqrt{\mu_0 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_o} \right)}, \tag{6}$$

де $\mu_0 = 3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$ – гравітаційний параметр Землі;

$r = r(t) = H + R_3$ – поточна довжина радіуса-вектора КА;

$a_o = 0,5(H_A + H_{II} + 2R_3)$ – велика піввісь еліптичної орбіти;

H_A і H_{II} – висота апогею і перигею еліптичної орбіти над Землею.

З урахуванням отриманих результатів із формули (2) знайдемо

$$S_{ци} = S_{озл} + L_{озл} \int_{t_n}^{t_k} \frac{R_3}{R_3 + H} \sqrt{\mu_0 \left(\frac{2}{R_3 + H} - \frac{1}{a_o} \right)} dt. \quad (7)$$

Якщо для спостережень застосовують колові або майже колові орбіти, то $H \approx H_A \approx H_{II} \approx H_o$, $r = r_o$, $a_o = H_o + R_3 = r_o$ і формула (5) спрощується до такого вигляду:

$$V \approx V_o = \sqrt{\mu_0 / r_o} \approx const.$$

Тоді вираз (4) набуває вигляду

$$V_{nmo} = \frac{R_3}{R_3 + H_o} V_o. \quad (8)$$

У цьому випадку для розрахунків довжини знятої сцени замість виразу (4) можна скористатись спрощеною формулою

$$D_{vo} \approx V_{nmo} \Delta t_{cn}. \quad (9)$$

З урахуванням отриманих результатів із формули (2) знайдемо кінцевий вираз для розрахунків площі знятої сцени з колових або майже колових орбіт:

$$S_{ццо} \approx S_{озл} + \frac{L_{озл} R_3 \sqrt{\mu_0 / (R_3 + H_o)}}{R_3 + H_o} \Delta t_{cn}. \quad (10)$$

Якщо використовувати відвороти поля зору КА від надира за креном на кут η (рис. 1б), то одержимо **смугу захвату КА** з лінійними розмірами (шириною) на поверхні Землі:

$$L_{зхв} \approx L_a + 2L_\eta, \quad (11)$$

де $L_\eta \approx H \operatorname{tg} \eta$ – лінійна відстань між трасами КА і візирної осі БЦА.

Зазначимо, що в цьому випадку змінюється форма і зростають розміри проекції кінчної зони огляду, а отже, і інших параметрів землеогляду. Цей факт необхідно враховувати, зокрема, у формулі (11) стосовно величини L_a (див. рис. 1а, б).

Як показано у [6, 7], у задачах спостереження Землі із космосу слід розглядати множини ситуацій, які можуть виникати залежно від вибраної моделі спостережуваної поверхні, форми зони огляду КА та її орієнтації відносно надира (табл. 1).

Варіант позначень ситуацій у задачах ДЗЗ

Поверхня Землі (III)	Форма зони огляду (I)					
	Конічна (1)			Пірамідальна (2)		
	Орієнтація зони огляду (II)			Орієнтація зони огляду (II)		
	в надир (1)	крен (2)	тангаж (3)	в надир (1)	крен (2)	тангаж (3)
Плоска (1)	Ξ_{111}	Ξ_{121}	Ξ_{131}	Ξ_{211}	Ξ_{221}	Ξ_{231}
Сферична (2)	Ξ_{112}	Ξ_{122}	Ξ_{132}	Ξ_{212}	Ξ_{222}	Ξ_{232}
Еліпсоїдальна (3)	Ξ_{113}	Ξ_{123}	Ξ_{133}	Ξ_{213}	Ξ_{223}	Ξ_{233}

Враховуючи те, що ситуації Ξ_{111} та Ξ_{112} уже досліджені в авторській статті [7], розглянемо ті, які характерні для спостережень *плоскої і сферичної* поверхні Землі *конічною зоною огляду при її відворотах* від надира за *креном*.

Ситуація Ξ_{121} (конус, відворот за креном, плоска поверхня Землі). Приймемо, що зона огляду КА первісно є *прямим коловим конусом* з кутом при вершині 2χ , візирна вісь БЦА збігається з висотою цього конуса. За рахунок кутового маневру КА за *креном* його зона огляду і візирна вісь БЦА *відхилені* від надира на кут η (рис. 2). КА знаходиться на висоті H . У цьому випадку проекція зони огляду на плоскій поверхні Землі трансформується в *еліпс*.

Необхідно розрахувати: а) лінійні розміри проекції конічної зони огляду $L_a(\Xi_{121}) \times L_b(\Xi_{121}) = L_a \times L_b$; б) ширину смуги огляду $L_{озл}(\Xi_{121}) = L_a$; в) площу проекції конічної зони огляду $S_{озл}(\Xi_{121}) = S_{121}$; г) площу сцени $S_{сц}(\Xi_{121})$, яку зніме КА за час спостереження $\Delta t_{сн}$; ширину смуги захвату $L_{зхв}$.

Оскільки проекція зони огляду трансформується в еліпс (рис. 2а), то її *лінійні розміри* можна характеризувати великою C_1B_1 та малою F_1G_1 осями цього еліпса.

Як видно із рис. 2б, велика вісь еліпса

$$C_1B_1 = L_a(\Xi_{121}) = L_a = L_{\chi+\eta} + L_{\chi-\eta}, \tag{12}$$

де $L_{\chi+\eta} = C_1A$ – збільшений за рахунок крену *катет* прямокутного трикутника KAC_1 ;

$L_{\chi-\eta} = B_1A$ – зменшений за рахунок крену *катет* прямокутного трикутника KAB_1 .

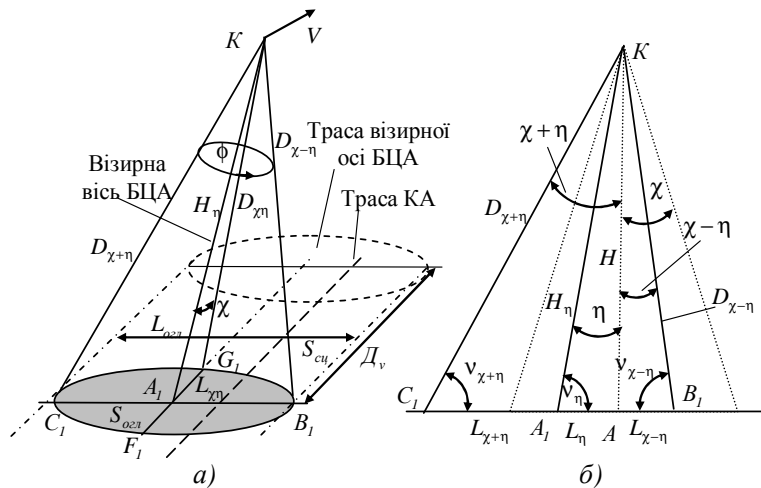


Рис. 2. До ситуації спостережень за НО на плоскій Землі конічною зоною огляду КА з відхиленням візирної осі БЦА за креном

У свою чергу, змінені значення катетів у виразі (12) можна розрахувати за формулами (див. рис. 2б):

$$L_{\chi+\eta} = H \operatorname{tg}(\chi + \eta) = H \operatorname{ctg} v_{\chi+\eta} = D_{\chi+\eta} \sin(\chi + \eta) = D_{\chi+\eta} \cos v_{\chi+\eta}; \quad (13)$$

$$L_{\chi-\eta} = H \operatorname{tg}(\chi - \eta) = H \operatorname{ctg} v_{\chi-\eta} = D_{\chi-\eta} \sin(\chi - \eta) = D_{\chi-\eta} \cos v_{\chi-\eta}, \quad (14)$$

де $v_{\chi+\eta} = 0,5\pi - \chi - \eta$ – зменшений за рахунок крену кут візування земної поверхні;

$v_{\chi-\eta} = 0,5\pi - \chi + \eta$ – збільшений за рахунок крену кут візування земної поверхні;

$D_{\chi+\eta} = H / \cos(\chi + \eta)$ – збільшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до поверхні Землі в межах зони огляду;

$D_{\chi-\eta} = H / \cos(\chi - \eta)$ – зменшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до поверхні Землі в межах зони огляду.

Використовуючи перші значення виразів (13) і (14), із формули (12) отримаємо **ширину смуги огляду**

$$L_{\text{озл}}(\Xi_{121}) = L_a(\Xi_{121}) = L_a = H [\operatorname{tg}(\chi + \eta) + \operatorname{tg}(\chi - \eta)]. \quad (15)$$

Малу вісь еліпса знайдемо (див. рис. 2 а,б) як

$$F_1 G_1 = L_b(\Xi_{121}) = L_b = 2L_{\chi\eta} = 2H_{\eta} \operatorname{tg}\chi = 2H \operatorname{tg}\chi / \cos\eta, \quad (16)$$

де $H_{\eta} = KA_1 = H / \cos\eta$ – спотворена за рахунок крену “висота” КА (див. рис. 2,б) над *траєю візирної осі* БЦА (а не над траєю КА) на плоскій поверхні Землі.

Результати розрахунків великої L_a та малої L_b осей еліпса для колової орбіти КА з висотою $H_o = 600$ км та *плоскої* поверхні Землі як функцій кутів крену $-30^{\circ} \leq \eta \leq +30^{\circ}$ та поля зору БЦА $\chi = 1^{\circ} \dots 4^{\circ}$ подані на рис. 3а.

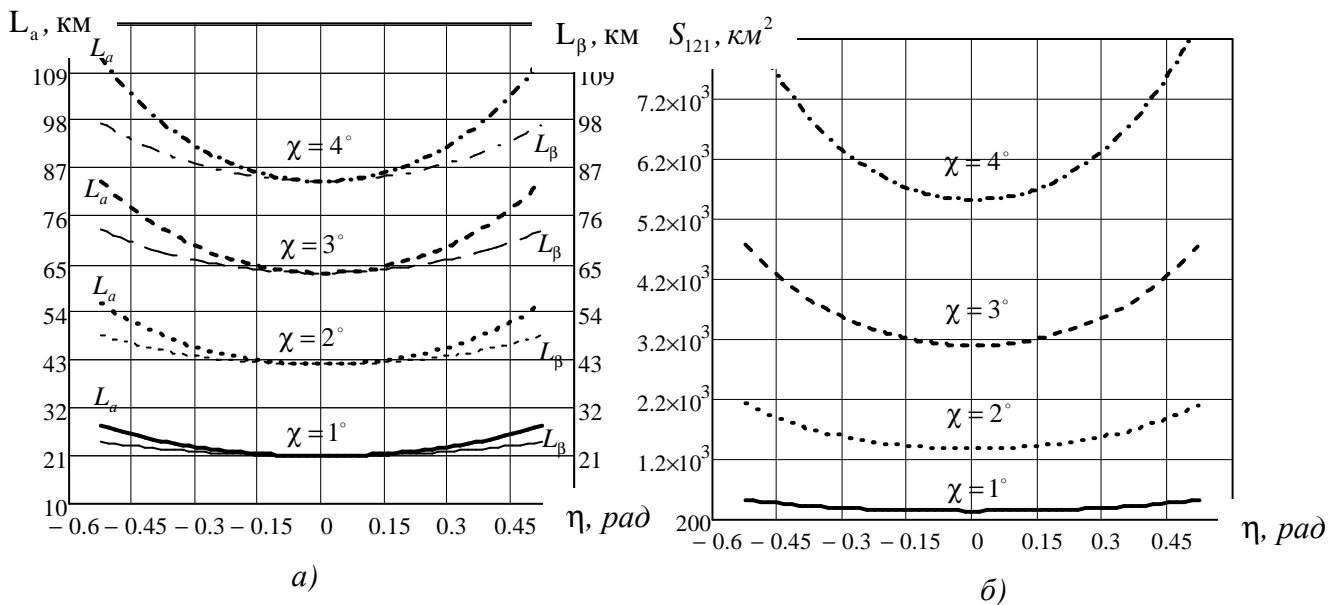


Рис. 3. Графіки залежностей розмірів еліпса (а) і його площі (б) від крену КА при різних значеннях кута поля зору БЦА для плоскої поверхні Землі

Як видно із наведених графіків, за рахунок відхилення поля зору за креном лінійні розміри проекції зони огляду (еліпса) суттєво зростають, особливо – великої осі L_a , що свідчить, з одного боку, про розширення суги огляду КА при його відворотах за креном, а з іншого – про неминучі спотворення отримуваних зображень [3].

Для знаходження **площі проекції зони огляду** еліптичної форми на плоскій поверхні Землі скористаємось формулою (3). У нашому випадку (див. рис. 2) у еліпса $C_1G_1B_1F_1$ велика піввісь $a = 0,5L_a$, а мала $b = 0,5F_1G_1 = 0,5L_b = L_{\chi\eta}$.

Тоді з урахуванням виразів (15) та (16) площу еліпса $C_1G_1B_1F_1$ можна знайти як

$$S_{121} = S_{ozl}(\Xi_{121}) = 0,5\pi H^2 [tg(\chi + \eta) + tg(\chi - \eta)] tg\chi / \cos \eta. \quad (17)$$

Графіки залежностей площі проекції зони огляду (площі еліпса) від крену КА при різних значеннях кута поля зору БЦА при тих же умовах, що і для розрахунків лінійних розмірів (див. рис. 3а), подані на рис. 3б. Як і очікувалось, площа проекції зростає у квадратичній залежності від лінійних розмірів еліпса, що суттєво розширює можливості КА щодо геометричного накриття ділянок земної поверхні.

Площу знятої сцени $S_{cy}(\Xi_{121})$ за час спостереження Δt_{cn} можна обчислювати за формулами (7) або (10), а **ширину смуги захвату** – за формулою (11) з використанням в обох випадках виразів (15) та (17).

Ситуація Ξ_{122} (конус, відворот за креном, сферична поверхня Землі). Прийmemo, що зона огляду КА є **прямим коловим конусом** з кутом при вершині 2χ , візирна вісь БЦА збігається з висотою цього конуса. За рахунок кутового маневру КА за **креном** його зона огляду і візирна вісь БЦА **відхилені** від надира на кут η (рис. 4). КА знаходиться на висоті H . У цьому випадку проекція конічної зони огляду на **сферичній** поверхні Землі трансформується у деяку поверхню другого порядку яйцевидної форми – **“випуклий деформований еліпс”** (ВДЕ), осями якого є дуги.

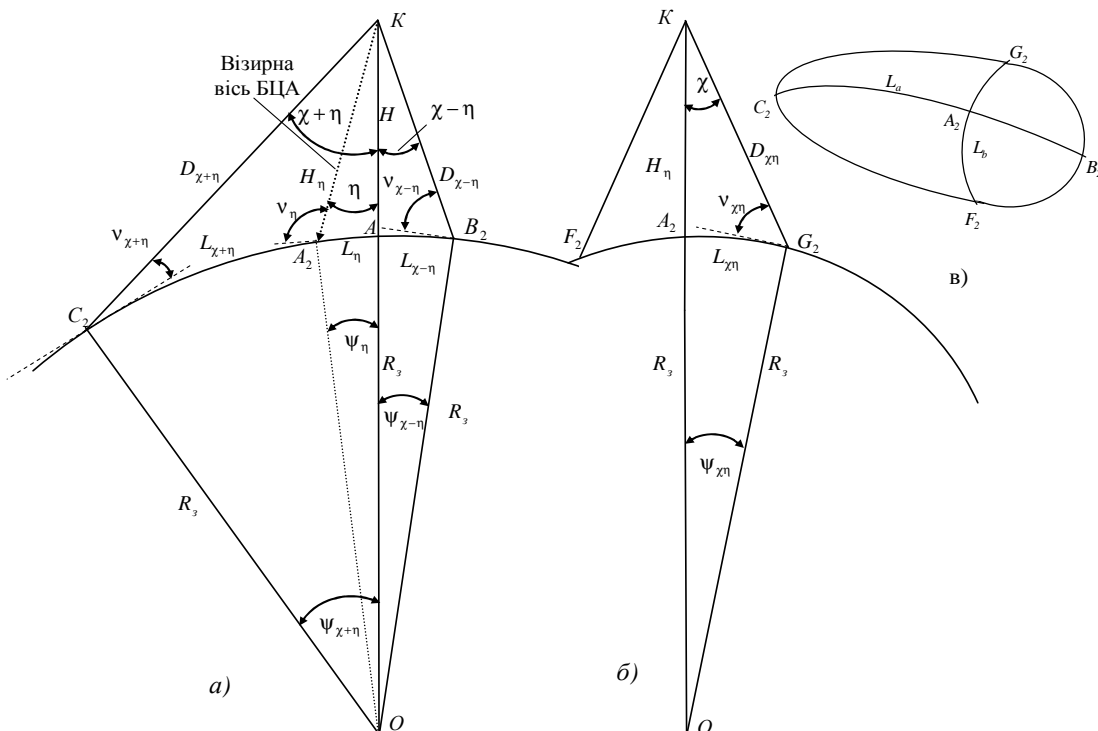


Рис. 4. До розрахунків зони огляду при відхиленні візирної осі БЦА від надира

Необхідно розрахувати: а) лінійні розміри проекції зони огляду $\widehat{L}_a(\Xi_{122}) \times \widehat{L}_b(\Xi_{122}) = \widehat{L}_a \times \widehat{L}_b$; б) ширину смуги огляду $L_{озл}(\Xi_{122}) = \widehat{L}_a$; в) площу проекції зони огляду $S_{озл}(\Xi_{122}) = S_{122}$; г) площу сцени $S_{сц}(\Xi_{122})$, яку зніме КА за час спостереження $\Delta t_{сн}$.

Очевидно, що математичний апарат для розрахунків геометричних розмірів отримуваної проекції зони огляду у формі ВДЕ є досить *складним*. Не дивлячись на це, у разі необхідності *точних* обчислень можна скористатись класичним методом, відомим із аналітичної геометрії у просторі [8]. Для цього слід записати рівняння сфери і конуса в одній системі координат та розв'язати їх. Знайдений результат буде рівнянням отриманої фігури на поверхні сфери. Потім шляхом інтегрування по контуру цієї фігури можна знайти її площу.

На практиці **лінійні розміри** проекції зони огляду на земній поверхні достатньо описати великою $C_2A_2B_2$ (рис. 4а) та малою $F_2A_2G_2$ осями ВДЕ (рис. 4б).

Таким чином, за велику вісь такого еліпса прийемо дугу $C_2A_2B_2 = \widehat{L}_a$:

$$\widehat{L}_a = \widehat{L}_{\chi+\eta} + \widehat{L}_{\chi-\eta}, \quad (18)$$

де $\widehat{L}_{\chi-\eta} = B_2A$ – зменшена за рахунок крену довжина дуги земної поверхні;

$\widehat{L}_{\chi+\eta} = AC_2$ – збільшена за рахунок крену довжина дуги земної поверхні.

За малу вісь ВДЕ (див. рис. 4б) прийемо дугу $F_2A_2G_2 = \widehat{L}_b$, тобто

$$\widehat{L}_b \approx 2\widehat{L}_{\chi\eta} \approx 2R_3\psi_{\chi\eta}. \quad (19)$$

Зауважимо, що знак приблизної рівності у формулі (19) вжито з огляду на те, що дуга $F_2A_2G_2$ (див. рис. 4б) не є дугою великого кола, оскільки січна площина $F_2KG_2A_2$ не проходить через центр сфери Землі (див. рис. 4а). Однак у прикладних задачах цим можна нехтувати, оскільки значення малої осі ВДЕ відіграє здебільшого допоміжну роль на відміну від значень великої осі, що визначає ширину смуги огляду.

Величини зменшеної та збільшеної дуг для виразу (18) можна знайти безпосередньо із рис. 4а як

$$\widehat{L}_{\chi-\eta} = \psi_{\chi-\eta} R_3; \quad (20)$$

$$\widehat{L}_{\chi+\eta} = \psi_{\chi+\eta} R_3. \quad (21)$$

Для знаходження зв'язку між зменшеною довжиною дуги (20), висотою орбіти H , параметрами поля зору КА χ і його креном η скористаємось теоремою синусів [8], записавши її з ΔOB_2K (див. рис. 4а) у вигляді

$$\frac{R_3}{\sin(\chi - \eta)} = \frac{R_3 + H}{\cos \psi_{\chi-\eta}} = \frac{D_{\chi-\eta}}{\sin \psi_{\chi-\eta}}, \quad (22)$$

де $D_{\chi-\eta} = KB_2$ – зменшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до поверхні Землі в межах зони огляду;

$v_{\chi-\eta}$ – збільшений за рахунок крену кут візування земної поверхні, який можна знайти з формули (22) як

$$v_{\chi-\eta} = \arccos\left(\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi - \eta)\right). \quad (23)$$

Далі, використовуючи значення кута $v_{\chi-\eta}$ та враховуючи властивість суми кутів трикутника, можна знайти величину центрального кута:

$$\psi_{\chi-\eta} = 0,5\pi - [(\chi - \eta) + v_{\chi-\eta}] = 0,5\pi - \chi + \eta - \arccos\left(\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi - \eta)\right). \quad (24)$$

Тоді, підставивши отримане значення кута (24) у вираз (20), отримаємо

$$\widehat{L}_{\chi-\eta} = R_3 \left[0,5\pi - \chi + \eta - \arccos\left(\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi - \eta)\right) \right]. \quad (25)$$

Таким же чином для знаходження зв'язку між збільшеною довжиною дуги $\widehat{L}_{\chi+\eta}$, висотою орбіти H , параметрами поля зору КА χ і його креном η скористаємось теоремою синусів, записавши її для ΔOC_2K (див. рис. 4а) у вигляді

$$\frac{R_3}{\sin(\chi + \eta)} = \frac{R_3 + H}{\cos v_{\chi+\eta}} = \frac{D_{\chi+\eta}}{\sin \psi_{\chi+\eta}}, \quad (26)$$

де $D_{\chi+\eta} = KC_2$ – збільшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до Землі;

$v_{\chi+\eta}$ – зменшений за рахунок крену кут візування земної поверхні, який можна знайти із формули (26) як

$$v_{\chi+\eta} = \arccos\left(\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi + \eta)\right). \quad (27)$$

Далі, використовуючи значення кута $v_{\chi+\eta}$, за аналогією з формулою (24) можна знайти величину центрального кута:

$$\psi_{\chi+\eta} = 0,5\pi - [(\chi + \eta) + v_{\chi+\eta}] = 0,5\pi - \chi - \eta - \arccos\left(\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi + \eta)\right). \quad (28)$$

Тоді, підставивши отримане значення кута (28) у вираз (21), отримаємо

$$\widehat{L}_{\chi+\eta} = R_3 \left[0,5\pi - \chi - \eta - \arccos\left(\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi + \eta)\right) \right]. \quad (29)$$

Підставивши отримані значення (25) та (29) у формулу (18), отримуємо **велику вісь** ВДЕ, яка одночасно є **шириною смуги огляду** КА:

$$\widehat{L}_a = \widehat{L}_{ozl}(\Xi_{122}) = R_3 \left\{ \pi - 2\chi - \arccos \left[\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi - \eta) \right] - \arccos \left[\frac{R_3 + H}{R_3} \sin(\chi + \eta) \right] \right\}. \quad (30)$$

Результати розрахунків великої \widehat{L}_a та малої \widehat{L}_b осей ВДЕ для колової орбіти КА з висотою $H_o = 600$ км та сферичної моделі Землі як функцій кутів крену $-30^\circ \leq \eta \leq +30^\circ$ та поля зору БЦА $\chi = 1^\circ \dots 4^\circ$ подані на рис. 5а.

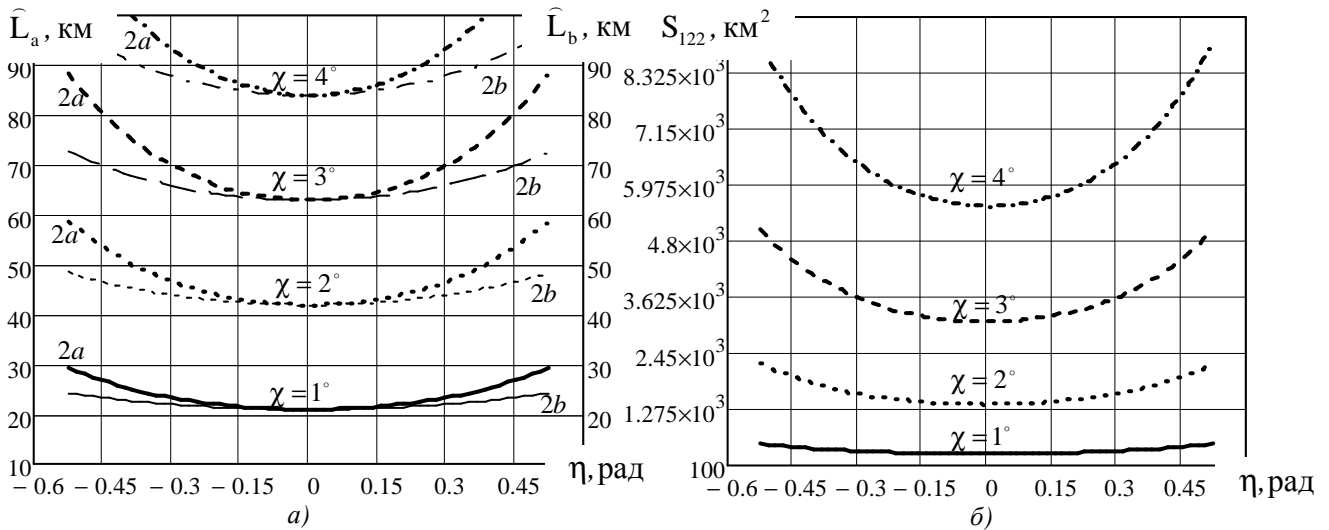


Рис. 5. Графіки залежностей розмірів ВДЕ (а) і його площі (б) від крену КА при різних значеннях кута поля зору БЦА для сферичної поверхні Землі

Як видно із наведених графіків, за рахунок відхилення поля зору за креном лінійні розміри проекції конічної зони огляду суттєво зростають, особливо – великої осі \widehat{L}_a , що свідчить, з одного боку, про розширення суги огляду КА при його відворотах за креном, а з іншого – про неминучі спотворення отримуваних зображень.

Для знаходження зв'язку між довжиною дуги $\widehat{L}_{\chi\eta}$ у виразі (19), висотою орбіти H , параметрами поля зору КА χ і його креном η скористаємось теоремою синусів, записавши її із ΔOG_2K (див. рис. 3б) у вигляді

$$\frac{R_3}{\sin \chi} = \frac{R_3 + H_\eta}{\cos \nu_{\chi\eta}} = \frac{D_{\chi\eta}}{\sin \psi_{\chi\eta}}, \quad (31)$$

де $H_\eta = KA_2 = H / \cos \eta$ – спотворена за рахунок крену “висота” КА (див. рис. 4а, б) над трасою візирної осі БЦА (а не над трасою КА) на сферичній поверхні Землі;

$D_{\chi\eta} = KG_2$ – збільшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до сферичної поверхні Землі, що спирається на малу піввісь ВДЕ;

$v_{\chi\eta}$ – кут візування земної поверхні, який можна знайти із формули (31) як

$$v_{\chi\eta} = \arccos\left(\frac{R_3 + H_\eta}{R_3} \sin \chi\right). \quad (32)$$

Далі, використовуючи значення кута $v_{\chi\eta}$, на підставі властивості суми кутів трикутника можна знайти величину центрального кута:

$$\psi_{\chi\eta} = 0,5\pi - (\chi + v_{\chi\eta}) = 0,5\pi - \chi - \arccos\left(\frac{R_3 + H_\eta}{R_3} \sin \chi\right). \quad (33)$$

Тоді, підставивши отримане значення кута (33) у вираз (19), отримаємо довжину дуги:

$$\widehat{L}_{\chi\eta} \approx R_3 \left[0,5\pi - \chi - \arccos\left(\frac{R_3 + H_\eta}{R_3} \sin \chi\right) \right], \quad (34)$$

яку у першому наближенні можна прийняти за розмір малої осі ВДЕ з урахуванням залежності (19):

$$\widehat{L}_b \approx 2\widehat{L}_{\chi\eta} \approx 2R_3 \left[0,5\pi - \chi - \arccos\left(\frac{R_3 + H_\eta}{R_3} \sin \chi\right) \right]. \quad (35)$$

Використовуючи отримані результати, можна орієнтовно обчислювати шукану **площу проекції зони огляду** з урахуванням виразів (18) і (19) як

$$S_{122} = S_{ozl}(\Xi_{122}) \approx \pi ab \approx 0,5\pi (\widehat{L}_{\chi+\eta} + \widehat{L}_{\chi-\eta}) \widehat{L}_{\chi\eta}. \quad (36)$$

Графіки залежностей площі проекції зони огляду від крену КА при різних значеннях кута поля зору БЦА за тих же умов, що і для розрахунків лінійних розмірів (див. рис. 5а), подані на рис. 5б. Як і очікувалось, площа проекції зростає у квадратичній залежності від лінійних розмірів ВДЕ, що суттєво розширює можливості КА щодо геометричного накриття ділянок земної поверхні.

Площу знятої сцени $S_{cy}(\Xi_{122})$ за час спостереження Δt_{cn} можна обчислювати за формулами (7) або (10), а **ширину смуги захвату** – за формулою (11) з використанням в обох випадках виразів (30) та (36).

Для порівняння отриманих результатів за еталонні значення слід прийняти параметри, отримані для сферичної поверхні Землі. При цьому зручною і наочною формою порівняння отриманих результатів для різних моделей земної поверхні є **абсолютні похибки** розрахунків. Виходячи з цього, доцільно порівнювати результати обчислень за формулами (15) і (30) та (17) і (36), використовуючи залежності (рис. 6):

$$\Delta L(\eta, \chi) = \widehat{L}_{122}(\eta, \chi) - L_{121}(\eta, \chi); \quad (37)$$

$$\Delta S(\eta, \chi) = S_{122}(\eta, \chi) - S_{121}(\eta, \chi). \quad (38)$$

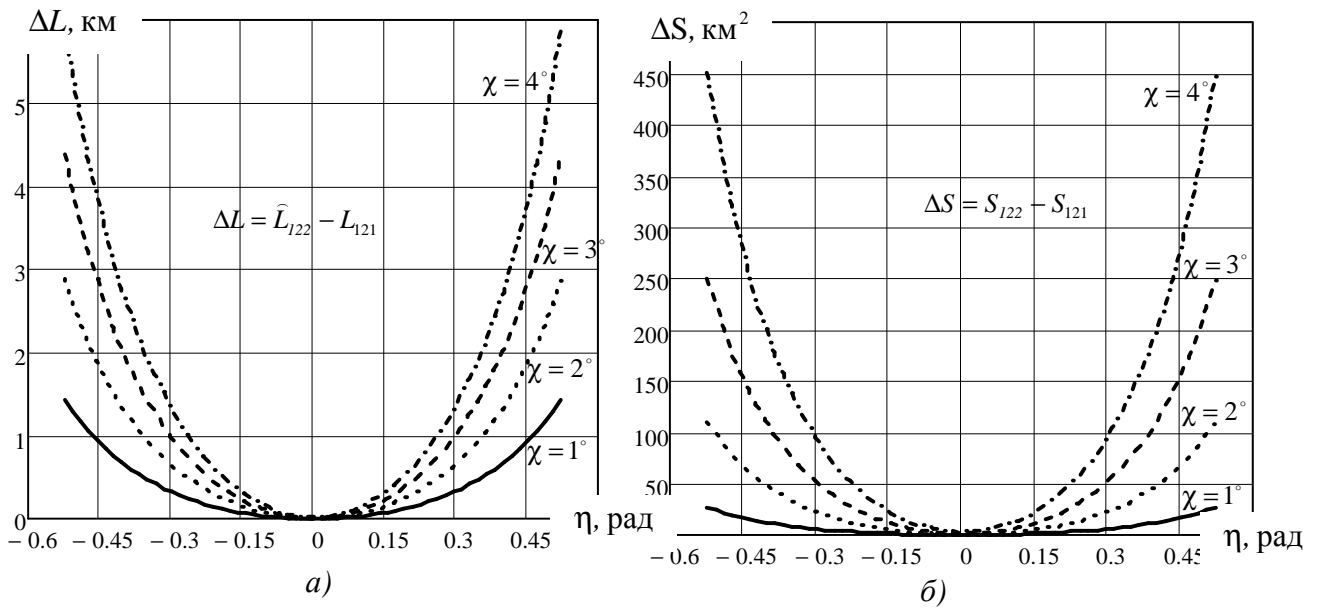


Рис. 6. Графіки порівняння розмірів ВДЕ (а) і його площі (б) від крену КА при різних значеннях кута поля зору БЦА для сферичної та плоскої поверхні Землі

Як видно із рис. 6, за вузького поля зору БЦА ($\chi \leq 4^\circ$) і кутів крену КА $-0,15 \leq \eta \leq 0,15$ ($-9^\circ \leq \eta \leq 9^\circ$) при розрахунках параметрів землегляду для висоти орбіти $H \approx 600$ км сферичністю Землі можна нехтувати. При цьому абсолютна похибка розрахунків ширини суги огляду $\Delta L(\eta = \pm 9^\circ, \chi \leq 4^\circ) \leq 0,3$ км, а площі проекції зони огляду $\Delta S(\eta = \pm 9^\circ, \chi \leq 4^\circ) \leq 25$ км². При відворотах на кути крену $\eta = \pm 30^\circ$ ці похибки різко зростають до значень $\Delta L(\eta = \pm 30^\circ, \chi \leq 4^\circ) \approx 6$ км, $\Delta S(\eta = \pm 30^\circ, \chi \leq 4^\circ) \approx 500$ км², що свідчить про необхідність використання формул, отриманих для сферичної поверхні Землі.

Висновки. У статті систематизовано й удосконалено математичний апарат та наведено методику, які в сукупності придатні для практичного використання в задачах планування космічних спостережень і оцінювання отриманих результатів для плоскої та сферичної поверхні Землі, а також конічної зони огляду БЦА при її відворотах за креном.

У користувачів наведеного науково-методичного апарату є можливість раціонального вибору математичних залежностей та їх програмної реалізації з метою моделювання ситуацій у задачах планування космічних спостережень та оцінювання їх результатів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Фриз П. В. Возможный подход до формализованого опису специфічних орбіт космічних апаратів у задачах спостереження Землі / П. В. Фриз, О. М. Кондратов // Проблеми створення, випробування, застосування, експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2011. – Вип. 5. – С. 147–157.
2. Фриз П. В. Основи орбітального руху космічних апаратів : підручник / П. В. Фриз. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – 348 с. : іл.
3. Петрожалко В. В. Методика розрахунку кута відхилення оптичної осі технічного засобу ДЗЗ для максимізації площі спостереження заданого району / В. В. Петрожалко, 204

- С. П. Фриз // Системи управління, навігації та зв'язку : зб. наук. праць. – К : ДП “ЦНДІ навігації і управління”, 2011. – Вип. 2 (18). – С. 29–32.
4. Фриз П. В. Моделювання процесів перенацілювання поля зору космічних апаратів у завданнях оптико-електронного спостереження Землі / П. В. Фриз // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2013. – Вип. 8. – С. 26–37.
5. Фриз С. П. Алгоритм розрахунку площі контрольованої частини заданого району при проведенні зйомки з космічних апаратів / С. П. Фриз // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – Вип. № 1 (60). – С. 69–77.
6. Фриз П. В. Удосконалений математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованої ділянки земної поверхні при космічних спостереженнях пірамідальною зоною огляду / П. В. Фриз // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – Вип. 6. – С. 113–127.
7. Фриз П. В. Систематизований математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованих ділянок земної поверхні при космічних спостереженнях кінцевою зоною огляду в надир / П. В. Фриз // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – Вип. № 4 (63). – С. 118–127.
8. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М. : Наука, 1964. – 872 с.

Подано 23.07.2014

П. В. Фриз

МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ ПАРАМЕТРОВ ЗЕМЛЕОБЗОРА В ЗАДАЧАХ КОСМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ВНЕ НАДИРА

Предложены оригинальный математический аппарат и методика расчетов параметров землеобзора с помощью космических аппаратов дистанционного зондирования Земли для плоской и сферической моделей земной поверхности с учетом орбитальных параметров и технических характеристик бортовой целевой аппаратуры оптико-электронного типа с конической зоной обзора при ее отворотах от надира.

P. V. Fryz

METHOD OF COMPUTATION OF PARAMETERS OF LAND IN REVIEW PROBLEMS OUTSIDE SPACE OBSERVATIONS NADIR

Original mathematical apparatus and method of calculation parameters ground survey using remote sensing spacecraft to the Earth plane and spherical models of the Earth's surface, taking into account the orbital parameters and specifications board target equipment optoelectronic type with a conical field of view at its nadir lapels.