УДК 629.7:001.57.001.63

П. В. Фриз

УТОЧНЕНИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ПАРАМЕТРІВ ЗЕМЛЕОГЛЯДУ В ЗАДАЧАХ КОСМІЧНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ КОНІЧНОЮ ЗОНОЮ ОГЛЯДУ ПОЗА НАДИРОМ

Запропоновано уточнений математичний апарат для розрахунків параметрів землеогляду за допомогою космічних апаратів (КА) дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) для сферичної моделі земної поверхні з урахуванням орбітальних параметрів КА та технічних характеристик бортової цільової апаратури (БЦА) оптико-електронного типу з конічною зоною огляду при її відворотах від надира за креном і тангажем.

Постановка проблеми. Відомо, що в задачах ДЗЗ за допомогою БЦА оптико-електронного спостереження (ОЕСп) точність визначення розмірів і положення спостережуваної ділянки однозначно залежить від точності розрахунків лінійних розмірів та площі проекції зони огляду БЦА на Землю [1, 2].

Особливістю сучасних космічних систем спостереження (КСС) є те, що в них з метою забезпечення необхідної детальності зображень використовують БЦА з *вузьким полем зору*, а для підвищення їх оглядовості застосовують *кутові маневри* КА [3, 4], зокрема, відвороти від надира візирної осі КА за креном η (перпендикулярно до траси орбіти) та за тангажем ϑ (уздовж траси). У той же час при вирішенні прикладних завдань часто цих особливостей не враховують, у тому числі й через відсутність прийнятного математичного апарату.

У зв'язку з цим виникає **актуальне завдання** підвищення точності розрахунків параметрів землеогляду (траси КА, траси візирної осі БЦА, зони огляду БЦА та її проекції на земну поверхню, смуги огляду, знятої сцени, смуги захвату і т. п.) з урахуванням кривизни Землі, орбітальних параметрів та технічних характеристик БЦА, яка формує конічну зону огляду та забезпечує її відвороти від надира за креном і тангажем. Такі розрахунки необхідні як на етапі планування космічної зйомки, так і на етапі оцінювання її результатів.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Питання розрахунку окремих параметрів землеогляду в тій чи іншій мірі розглянуто в ряді наукових праць останнього часу [5–7], але в них досліджено тільки окремі показники або підходи.

Зокрема, у роботі [5] запропоновано алгоритм розрахунку контрольованої площі та обчислення коефіцієнта накриття зоною огляду заданого району, причому зроблено припущення, що розміри району невеликі, і тому його межі можна задавати плоскою трапецією.

В авторській статті [6] наведено удосконалений математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованої ділянки земної поверхні, але при космічних спостереженнях *пірамідальною* зоною огляду.

© П. В. Фриз, 2015

Найближчими до визначеної проблеми є авторські статті [7] та [8], але перша із них присвячена питанням розрахунків розмірів контрольованих ділянок Землі при космічних спостереженнях тільки *в надир*, а в другій прийнято обмеження, що відвороти візирної осі БЦА здійснюються тільки за креном, крім того, зроблено припущення, що проекція зони огляду на земній поверхні має форму випуклого деформованого еліпса (ВДЕ), мала вісь якого є дугою *великого* круга $\overset{\frown}{L_b}$. Насправді, як показано далі, ця вісь є дугою *малого* круга $\overset{\frown}{L'_b}$, що важливо враховувати при точних розрахунках.

Виходячи з цього, **метою статті є** уточнення раніше отриманого автором математичного апарату та розробка методики для розрахунків параметрів землеогляду сферичної поверхні в задачах космічних спостережень конічною зоною огляду при її відворотах від надира за креном та тангажем.

Виклад основного матеріалу. Для цілісного сприйняття викладеного матеріалу скористаємось окремими положеннями та визначеннями із [7, 8].

Під ***зоною огляду*** КА розуміють [2] частину простору, обмежену відносно *нерухомого* КА за дальністю його висотою H над поверхнею Землі, а за кутами – його полем зору (тілесним кутом конуса).

Якщо БЦА встановлена на КА нерухомо, а її візирна вісь збігається з віссю симетрії КА, то поля зору БЦА і КА та їх зони огляду є поняттями тотожними [4].

У разі конічної зони її характеристики визначають такі параметри землеогляду (рис. 1):

а) лінійні розміри $L_a \times L_b$ проекції конічної зони огляду на поверхні Землі, яка в загальному випадку має форму еліпса з великою a та малою b півосями;

б) ширину смуги огляду $L_{огл}$;

в) площу проекції конічної зони огляду на поверхні Землі $S_{огл}$;

г) площу знятої сцени $S_{сц}$;

д) ширину смуги захвату $L_{зхв}$ і т. ін.

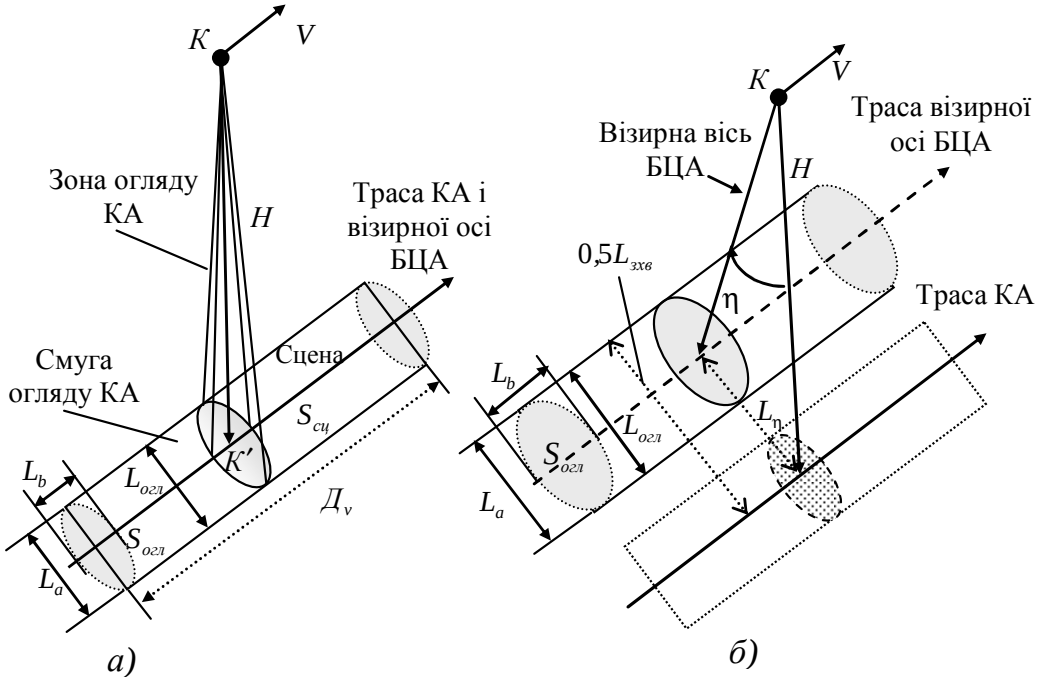

Рис. 1. До поняття смуги огляду, сцени (а) та смуги захвату (б)

Смуга огляду утворюється за рахунок *поступального* руху КА (рис. 1а). Вона є частиною земної поверхні, що накривається проекцією зони огляду БЦА на Землю при фіксованому кутовому положенні КА. При цьому, як видно із прикладу, ширина смуги огляду $L_{огл} = L_a$.

Знята сцена – це частина смуги огляду БЦА, що обмежена шириною смуги огляду $L_{огл}$ та довжиною спостережуваної ділянки $Д_v$, яка утворюється за рахунок орбітального руху КА з лінійною швидкістю V за час спостереження

$$\Delta t_{сп} = t_к - t_п, \tag{1}$$

де $t_п$ і $t_к$ – моменти початку і кінця спостереження відповідно.

Оскільки в задачах ДЗЗ час спостереження за наземними об'єктами (НО) займає від десятків секунд до декількох хвилин, то кутовою швидкістю обертання Землі навколо своєї осі можна нехтувати, прийнявши $\omega_з \approx 0$. Крім того, вважатимемо, що Земля має сферичну форму, а її середній радіус $R_з = 6371$ км.

Тоді ***площу знятої сцени*** (див. рис. 1а) можна знайти як [2]

$$S_{сц} = S_{огл} + L_{огл}\, Д_v. \tag{2}$$

У цій формулі площа проекції конічної зони огляду є площею еліпса [8]

$$S_{огл} = \pi ab. \tag{3}$$

Довжина знятої сцени $Д_v$ у загальному випадку може бути знайдена через лінійну швидкість підсупутникової точки (ПТ) $V_{пт}(t) = V_{пт}$ як

$$Д_v = \int_{t_п}^{t_к} V_{пт} d\,t. \tag{4}$$

Підсупутникова точка – це точка K' на земній поверхні (рис. 1а), з якої КА в даний момент часу видно в зеніті. Іншими словами, це точка перетинання поточного радіуса-вектора КА $\overline{r}(t)$ з поверхнею Землі. Множина ПТ становить трасу КА.

Як показано в роботі [2], лінійна швидкість ПТ залежить від лінійної швидкості КА та висоти його орбіти. Її величину можна оцінити як

$$V_{пт} = \frac{R_з}{R_з + H} V. \tag{5}$$

У свою чергу, лінійна швидкість КА залежить від розмірів і форми орбіти та поточного положення КА. У загальному випадку вона розраховується за формулою [2]

$$V = \sqrt{\mu_0 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_o} \right)}, \tag{6}$$

де $\mu_0 = 3{,}986 \cdot 10^5$ км^3/с^2 – гравітаційний параметр Землі;

$r = r(t) = H + R_з$ – поточна довжина радіуса-вектора КА;

$a_o = 0{,}5(H_A + H_П + 2R_з)$ – велика піввісь еліптичної орбіти;

H_A і $H_П$ – висота апогею і перигею еліптичної орбіти над Землею.

З урахуванням отриманих результатів із формули (2) знайдемо

$$S_{сц} = S_{огл} + L_{огл} \int_{t_п}^{t_к} \frac{R_з}{R_з + H} \sqrt{\mu_0 \left(\frac{2}{R_з + H} - \frac{1}{a_o} \right)} dt \,. \tag{7}$$

Якщо для спостережень застосовують колові або майже колові орбіти, то $H \approx H_A \approx H_П \approx H_o$, $r = r_o$, $a_o = H_o + R_з = r_o$ і формула (5) спрощується до вигляду

$$V \approx V_o = \sqrt{\mu_0 / r_o} \approx const \,.$$

Тоді вираз (4) набуває такого вигляду:

$$V_{пто} = \frac{R_з}{R_з + H_o} V_o \,. \tag{8}$$

У цьому випадку для розрахунків довжини знятої сцени замість виразу (4) можна скористатись спрощеною формулою

$$Д_{vo} \approx V_{пто} \Delta t_{сп} \,. \tag{9}$$

З урахуванням отриманих результатів із формули (2) знайдемо кінцевий вираз для розрахунків площі знятої сцени з колових або майже колових орбіт:

$$S_{сцо} \approx S_{огл} + \frac{L_{огл} R_з \sqrt{\mu_0 / (R_з + H_o)}}{R_з + H_o} \Delta t_{сп} \,. \tag{10}$$

Якщо використовувати відвороти поля зору КА від надира за креном на кут η (рис. 1б), то одержимо ***смугу захвату КА*** з лінійними розмірами (шириною) на поверхні Землі:

$$L_{захв} \approx L_a + 2L_\eta \,, \tag{11}$$

де $L_\eta \approx H\, tg\eta$ – лінійна відстань між трасами КА і візирної осі БЦА.

Зазначимо, що в цьому випадку змінюється форма і зростають розміри проекції конічної зони огляду, а отже, й інших параметрів землеогляду. Цей факт необхідно враховувати, зокрема, у формулі (11) стосовно величини L_a (див. рис. 1а, б).

Такі ж деформації проекції конічної зони огляду відбуватимуться в разі відворотів поля зору КА від надира за тангажем на кут ϑ, наприклад, при стереозйомках НО.

Як показано у [6–8], у задачах спостереження Землі із космосу слід розглядати множину ситуацій, які можуть виникати залежно від вибраної моделі спостережуваної поверхні, форми зони огляду КА та її орієнтації відносно надира.

Враховуючи те, що ситуації Ξ_{111}, Ξ_{112}, Ξ_{121} та Ξ_{122} уже досліджені в авторських статтях [7, 8], розглянемо ті, що характерні для спостережень ***сферичної моделі*** Землі ***конічною зоною огляду*** *при її відворотах* від надира ***за креном та тангажем.***

Ситуація Ξ_{122} (конус, відворот за креном, сферична поверхня Землі). Приймемо, що зона огляду КА становить собою ***прямий коловий конус*** з кутом при вершині 2χ, візирна вісь БЦА збігається з висотою цього конуса. За рахунок кутового маневру КА за ***креном*** його зона огляду і візирна вісь БЦА ***відхилені*** від надира на кут η (рис. 2). КА знаходиться на висоті H. У цьому випадку проекція конічної зони огляду на поверхні *сферичної* Землі трансформується в деяку поверхню другого порядку яйцевидної форми – ***"випуклий деформований еліпс"***, осями якого є *дуги*.

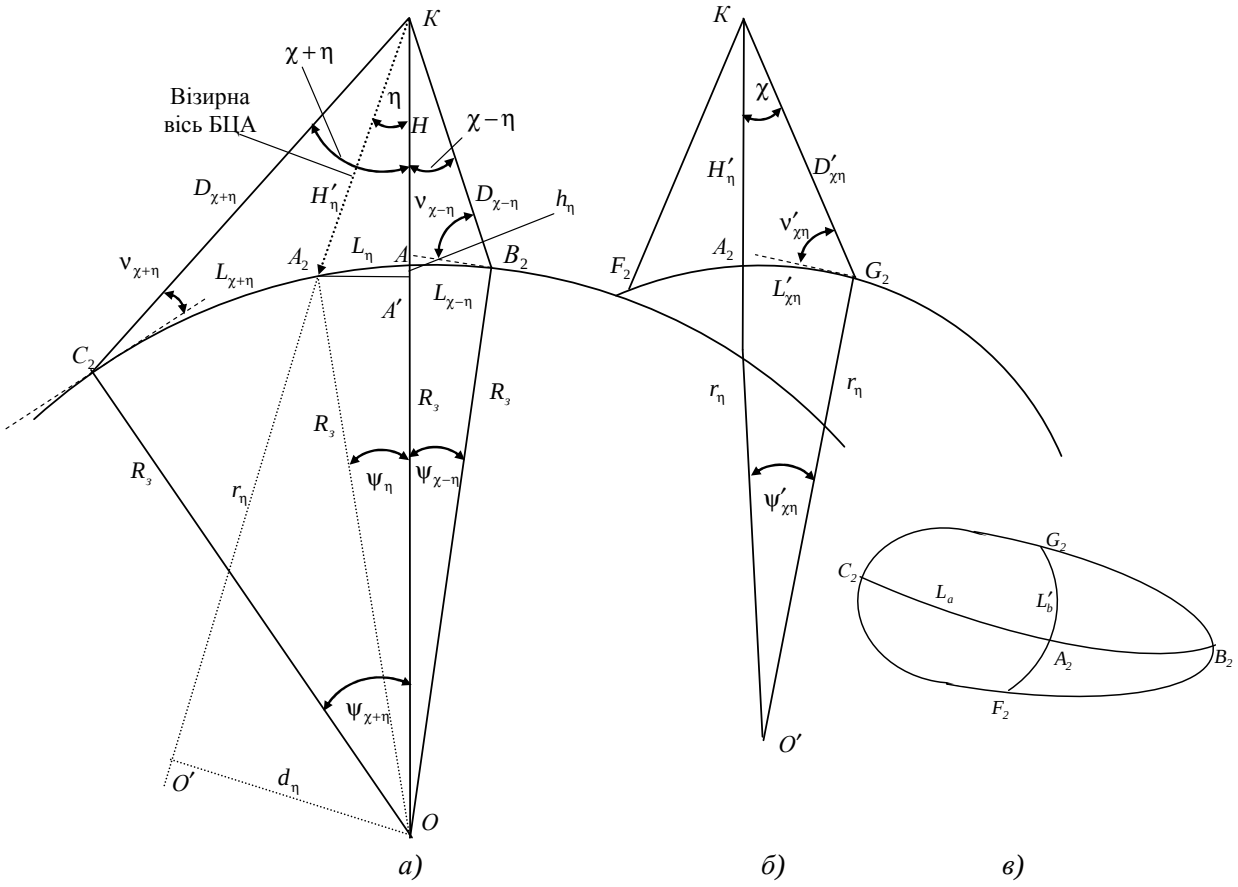

Рис. 2. До розрахунків зони огляду при відхиленні візирної осі БЦА від надира

Необхідно розрахувати:

а) лінійні розміри проекції зони огляду $\widehat{L}_a(\Xi_{122}) \times \widehat{L}_b(\Xi_{122}) = \widehat{L}_a \times \widehat{L}'_b$;

б) ширину смуги огляду $L_{огл}(\Xi_{122}) = \widehat{L}_a$;

в) площу проекції зони огляду $S_{огл}(\Xi_{122}) = S_{122}$;

г) площу сцени $S_{сц}(\Xi_{122})$, яку зніме КА за час спостереження $\Delta t_{сп}$.

Очевидно, що математичний апарат для розрахунків геометричних розмірів отримуваної проекції зони огляду у формі ВДЕ є досить *складним*. Не дивлячись на це, у разі необхідності *точних* обчислень можна скористатись класичним методом, відомим із аналітичної геометрії у просторі [9]. Для цього слід записати рівняння сфери і конуса в одній системі координат та розв'язати їх. Знайдений результат становитиме собою рівняння отриманої фігури на поверхні сфери. Потім шляхом інтегрування за контуром цієї фігури можна знайти її площу.

На практиці ***лінійні розміри*** проекції зони огляду на земній поверхні достатньо описати великою $C_2A_2B_2$ (рис. 2а, в) та малою $F_2A_2G_2$ осями ВДЕ (рис. 2б, в).

Таким чином, за велику вісь такого еліпса приймемо дугу $C_2A_2B_2 = \widehat{L}_a$:

$$\widehat{L}_a = \widehat{L}_{\chi+\eta} + \widehat{L}_{\chi-\eta}, \tag{12}$$

де $\widehat{L}_{\chi-\eta} = B_2A$ – зменшена за рахунок крену *дуга* земної поверхні;

$\widehat{L}_{\chi+\eta} = AC_2$ – збільшена за рахунок крену *дуга* земної поверхні.

За малу вісь ВДЕ (див. рис. 2б) приймемо дугу $F_2A_2G_2 = \widehat{L}'_b$, тобто

$$\widehat{L}'_b = 2\widehat{L}'_{\chi\eta} = 2R_з\psi'_{\chi\eta}. \tag{13}$$

Зменшену та збільшену дуги для виразу (12) можна знайти безпосередньо з рис. 2а як

$$\widehat{L}_{\chi-\eta} = \psi_{\chi-\eta}R_з; \tag{14}$$

$$\widehat{L}_{\chi+\eta} = \psi_{\chi+\eta}R_з. \tag{15}$$

Для знаходження зв'язку між зменшеною довжиною дуги (14), висотою орбіти H, параметрами поля зору КА χ і його креном η скористаємось теоремою синусів [9], записавши її з ΔOB_2K (див. рис. 2а) у такому вигляді:

$$\frac{R_з}{sin(\chi-\eta)} = \frac{R_з+H}{cos\,\nu_{\chi-\eta}} = \frac{D_{\chi-\eta}}{sin\,\psi_{\chi-\eta}}, \tag{16}$$

де $D_{\chi-\eta} = KB_2$ – зменшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до поверхні Землі в межах зони огляду;

$\nu_{\chi-\eta}$ – збільшений за рахунок крену кут візування земної поверхні, який можна знайти з формули (16) як

$$\nu_{\chi-\eta} = arccos\left(\frac{R_з+H}{R_з}sin(\chi-\eta)\right). \tag{17}$$

Далі, використовуючи значення кута $\nu_{\chi-\eta}$ та враховуючи властивість суми кутів трикутника, можна знайти величину центрального кута:

$$\psi_{\chi-\eta} = 0,5\pi - \left[(\chi-\eta) + \nu_{\chi-\eta}\right] = 0,5\pi - \chi + \eta - arccos\left(\frac{R_з + H}{R_з} sin(\chi-\eta)\right). \quad (18)$$

Тоді, підставивши отримане значення кута (18) у вираз (14), отримаємо

$$\overset{\frown}{L}_{\chi-\eta} = R_з\left[0,5\pi - \chi + \eta - arccos\left(\frac{R_з + H}{R_з} sin(\chi-\eta)\right)\right]. \quad (19)$$

Таким же чином для знаходження зв'язку між збільшеною довжиною дуги $\overset{\frown}{L}_{\chi+\eta}$, висотою орбіти H, параметрами поля зору КА χ і його креном η скористаємось теоремою синусів, записавши її для ΔOC_2K (див. рис. 2а) у такому вигляді:

$$\frac{R_з}{sin(\chi+\eta)} = \frac{R_з + H}{cos\,\nu_{\chi+\eta}} = \frac{D_{\chi+\eta}}{sin\,\psi_{\chi+\eta}}, \quad (20)$$

де $D_{\chi+\eta} = KC_2$ – збільшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до Землі;

$\nu_{\chi+\eta}$ – зменшений за рахунок крену кут візування земної поверхні, який можна знайти із формули (20) як

$$\nu_{\chi+\eta} = arccos\left(\frac{R_з + H}{R_з} sin(\chi+\eta)\right). \quad (21)$$

Далі, використовуючи кут $\nu_{\chi+\eta}$, за аналогією із формулою (18) можна знайти центральний кут:

$$\psi_{\chi+\eta} = 0,5\pi - \left[(\chi+\eta) + \nu_{\chi+\eta}\right] = 0,5\pi - \chi - \eta - arccos\left(\frac{R_з + H}{R_з} sin(\chi+\eta)\right). \quad (22)$$

Потім, підставивши отримане значення кута (22) у вираз (15), отримаємо шукану дугу:

$$\overset{\frown}{L}_{\chi+\eta} = R_з\left[0,5\pi - \chi - \eta - arccos\left(\frac{R_з + H}{R_з} sin(\chi+\eta)\right)\right]. \quad (23)$$

Скориставшись отриманими значеннями (19) та (23) і формулою (12), отримаємо ***велику вісь*** ВДЕ, яка одночасно є ***шириною смуги огляду*** КА:

$$\overset{\frown}{L}_a = \overset{\frown}{L}_{огл}(\Xi_{122}) = R_з\left\{\pi - 2\chi - arccos\left[\frac{R_з + H}{R_з} sin(\chi-\eta)\right] - arccos\left[\frac{R_з + H}{R_з} sin(\chi+\eta)\right]\right\}. \quad (24)$$

Отримані результати вже опубліковані автором раніше, зокрема в статті [8], а тут наведені для цілісного сприйняття матеріалу та зручності користування. Далі викладено

уточнений математичний апарат, суть якого випливає із рис. 3, коли замість *великого круга* з радіусом Землі $R_з$, запропонованого для приблизних розрахунків у статті [8], використовується *малий круг* земної кулі зі змінним радіусом r_η.

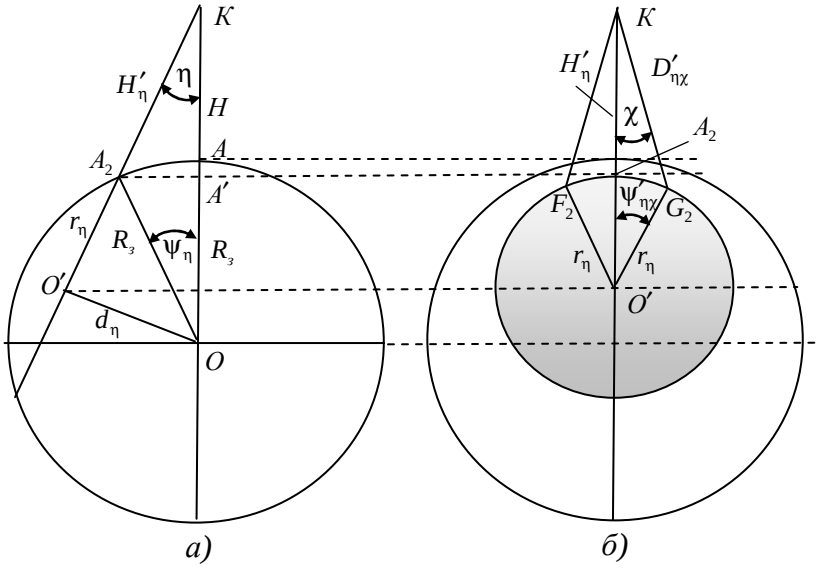

Рис. 3. До уточнення малої осі ВДЕ

З урахуванням цього для знаходження зв'язку між дугою $\hat{L}'_{\chi\eta}$ у виразі (13), висотою орбіти H, параметрами поля зору КА χ і його креном η скористаємось теоремою синусів, записавши її із $\Delta O'G_2K$ (див. рис. 2б) у такому вигляді:

$$\frac{r_\eta}{\sin\chi} = \frac{r_\eta + H'_\eta}{\cos\nu'_{\chi\eta}} = \frac{D_{\chi\eta}}{\sin\psi_{\chi\eta}}, \tag{25}$$

де $r_\eta = \sqrt{R_з^2 - d_\eta^2}$ – радіус малого круга, утвореного від перетину візирною віссю БЦА земної кулі під кутом крену η (див. рис. 3а);

$d_\eta = (R_з + H)\sin\eta$ – відстань між центрами Землі та малого круга ($d_\eta \perp r_\eta$);

$H'_\eta = KA_2$ – спотворена за рахунок крену "висота" КА (див. рис. 2а, б) *над трасою візирної осі* БЦА (а не над трасою КА) на поверхні сферичної Землі;

$D'_{\chi\eta} = KG_2$ – збільшена за рахунок крену максимальна дальність від КА до сферичної поверхні Землі, що спирається на малу піввісь ВДЕ;

$\nu'_{\chi\eta}$ – кут візування земної поверхні, який можна знайти з формули (25) як

$$\nu'_{\chi\eta} = \arccos\left(\frac{r_\eta + H'_\eta}{r_\eta}\sin\chi\right). \tag{26}$$

Для знаходження спотвореної висоти H_η у виразі (25) скористаємось прямокутним трикутником $A'KA_2$ (див. рис. 2а), із якого випливає, що

$$H'_\eta = \left(H + h_\eta\right) \Big/ cos\,\eta\,, \tag{27}$$

де $h_\eta = AA'$ – висота "занурення" візирної осі БЦА в надирі за рахунок крену КА.

Її можна знайти із очевидного співвідношення

$$\left(H + h_\eta\right) tg\eta = R_з\, sin\psi_\eta\,, \tag{28}$$

де ψ_η – центральний кут, утворений відхиленням візирної осі БЦА за креном, який можна визначити, скориставшись виразом (18) або (22) і прийнявши $\chi = 0$:

$$\psi_\eta = 0{,}5\pi - \left[\eta + arccos\left(\frac{R_з + H}{R_з} sin\,\eta\right)\right]. \tag{29}$$

Тоді з (28) отримаємо

$$h_\eta = R_з sin\psi_\eta \,/\, tg\eta - H\,. \tag{30}$$

Далі, використовуючи кут $\nu'_{\chi\eta}$, на підставі властивості суми кутів трикутника можна знайти центральний кут (див. рис. 3б):

$$\psi'_{\chi\eta} = 0{,}5\pi - \left(\chi + \nu'_{\chi\eta}\right) = 0{,}5\pi - \chi - arccos\left(\frac{r_\eta + H'_\eta}{r_\eta} sin\,\chi\right), \tag{31}$$

а із виразу (13) з урахуванням (31) і дугу:

$$\widehat{L}'_{\chi\eta} = r_\eta \left[0{,}5\pi - \chi - arccos\left(\frac{r_\eta + H'_\eta}{r_\eta} sin\,\chi\right)\right], \tag{32}$$

яку можна прийняти за *шукану малу вісь* ВДЕ, тобто

$$\widehat{L}'_b = 2\widehat{L}'_{\chi\eta} = 2r_\eta \left[0{,}5\pi - \chi - arccos\left(\frac{r_\eta + H'_\eta}{r_\eta} sin\,\chi\right)\right]. \tag{33}$$

Результати розрахунків великої $\widehat{L}_a$ та малої $\widehat{L}'_b$ осей ВДЕ для колової орбіти КА з висотою $H_o = 600$ км та сферичної моделі Землі як функцій кутів крену $-30^\circ \le \eta \le +30^\circ$ та поля зору БЦА $\chi = 1^\circ \ldots 4^\circ$ подані на рис. 4а.

Як видно із наведених графіків, за рахунок відхилення поля зору за креном лінійні розміри проекції конічної зони огляду суттєво зростають, особливо великої осі $\widehat{L}_a$, що свідчить, з одного боку, про розширення суги огляду КА при його відворотах за креном, а з іншого – про неминучі спотворення отримуваних зображень.

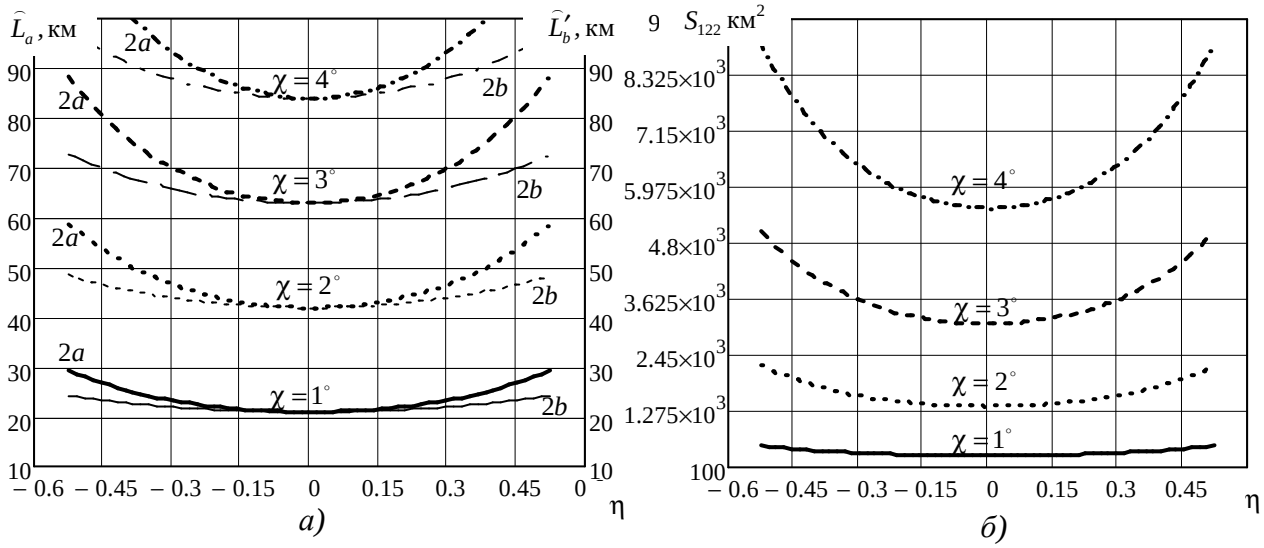

Рис. 4. Графіки залежностей розмірів ВДЕ (а) і його площі (б) від крену КА при різних значеннях кута поля зору БЦА для сферичної моделі Землі

Використовуючи отримані результати, можна орієнтовно обчислювати шукану ***площу проекції зони огляду*** з урахуванням виразів (12) і (13) як

$$S'_{122} = S'_{огл}\left(\Xi_{122}\right) \approx \pi ab \approx 0{,}5\pi\left(\widehat{L}_{\chi+\eta} + \widehat{L}_{\chi-\eta}\right)\widehat{L}'_{\chi\eta}. \tag{34}$$

Графіки залежностей площі проекції зони огляду від крену КА при різних значеннях кута поля зору БЦА за тих же умов, що і для розрахунків лінійних розмірів (див. рис. 4а), подані на рис. 4б. Як і очікувалось, площа проекції зростає у квадратичній залежності від лінійних розмірів ВДЕ, що суттєво розширює можливості КА щодо геометричного накриття ділянок земної поверхні.

Площу знятої сцени $S'_{сц}\left(\Xi_{122}\right)$ за час спостереження $\Delta t_{сп}$ можна обчислювати за формулами (7) або (10), а **ширину смуги захвату** – за (11) з використанням в обох випадках виразів (24) та (34).

Аналогічно можна розраховувати параметри землеогляду і при відворотах візирної осі БЦА за тангажем. Для цього достатньо в запропонованому математичному апараті замінити кут крену η на кут тангажа ϑ.

Якщо ж застосовувати відвороти візирної осі БЦА одночасно за креном і тангажем, то математичний апарат суттєво зміниться. Ця ситуація потребує окремого дослідження, яке передбачається автором у майбутньому.

Для оцінки отриманих результатів достатньо порівняти *абсолютні похибки* розрахунків малих осей ВДЕ та площі проекції зони огляду з відповідними параметрами з авторської статті [8], де вони розраховані як

$$\widehat{L}_b \approx 2\widehat{L}_{\chi\eta} \approx 2R_з\left[0{,}5\pi - \chi - arccos\left(\frac{R_з + H_\eta}{R_з}\sin\chi\right)\right]; \tag{35}$$

$$S_{122} = S_{огл}\left(\Xi_{122}\right) \approx \pi ab \approx 0{,}5\pi\left(\widehat{L}_{\chi+\eta} + \widehat{L}_{\chi-\eta}\right)\widehat{L}_{\chi\eta}. \tag{36}$$

Виходячи з цього, доцільно порівняти значення, знайдені за формулами (33) та (34), з відповідними значеннями, отриманими за виразами (35) і (36), використовуючи залежності:

$$\Delta L_b(\eta,\chi) = \hat{L}_b(\eta,\chi) - \hat{L}'_b(\eta,\chi); \tag{37}$$

$$\Delta S(\eta,\chi) = S_{122}(\eta,\chi) - S'_{121}(\eta,\chi). \tag{38}$$

Результати порівняння абсолютних похибок розрахунків малої осі ВДЕ подано на рис. 5а, а площі проекцій зон огляду – на рис. 5б.

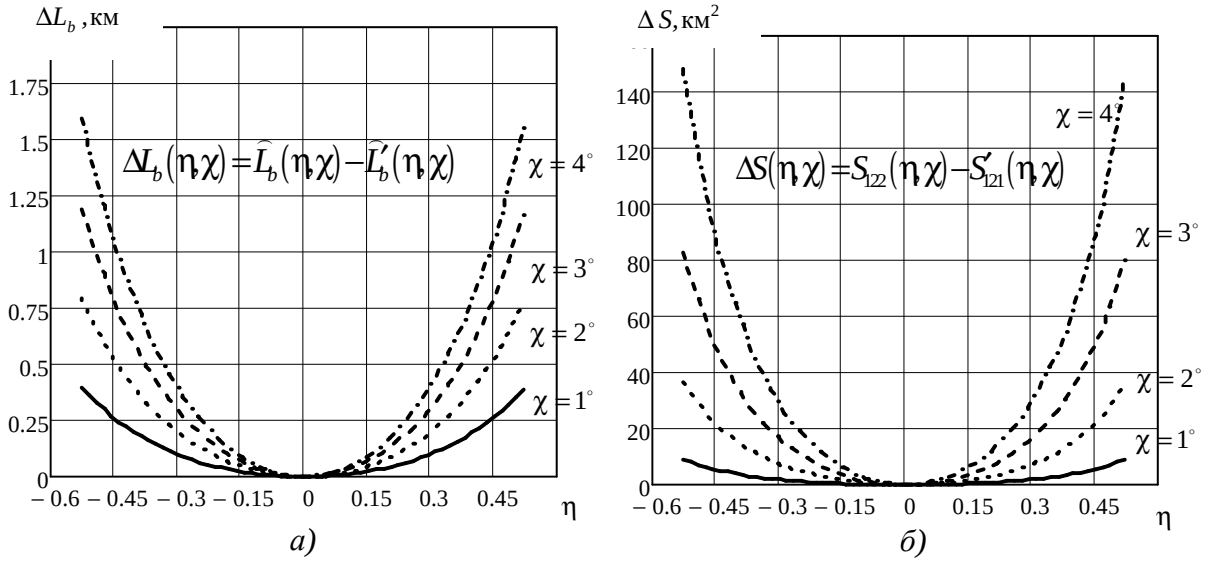

Рис. 5. Графіки порівняння абсолютних похибок розрахунків малої осі ВДЕ (а) і його площі (б) при використання різних методик

Як видно із рис. 5, при вузькому полі зору БЦА ($\chi \le 4^\circ$) і кутах крену КА $-0,25 \le \eta \le +0,25$ ($-15^\circ \le \eta \le +15^\circ$) при розрахунках параметрів землеогляду сферичної поверхні з висоти орбіти $H \approx 600$ км можна користуватись будь-якою із запропонованих методик. При цьому абсолютна похибка розрахунків малої осі ВДЕ становить $\Delta L_b\left(\eta = \pm 15^\circ, \chi \le 4^\circ\right) \le 0,3$ км, а площі проекції зони огляду – $\Delta S\left(\eta = \pm 15^\circ, \chi \le 4^\circ\right) \le 20$ км^2. При відворотах на кути крену $\eta = \pm 30^\circ$ ці похибки різко зростають до значень $\Delta L_b\left(\eta = \pm 30^\circ, \chi \le 4^\circ\right) \approx 1,5$ км, $\Delta S\left(\eta = \pm 30^\circ, \chi \le 4^\circ\right) \approx 150$ км^2, що свідчить про необхідність використання формул, отриманих у даній статті.

Висновки. У статті систематизовано й удосконалено математичний апарат та наведено методику, які в сукупності корисні для практичного використання в задачах планування космічних спостережень і оцінювання отриманих результатів для сферичної моделі Землі та конічної зони огляду БЦА при її відворотах за креном та тангажем.

У користувачів запропонованого науково-методичного апарату є можливість раціонального вибору математичних залежностей та їх програмної реалізації з метою моделювання ситуацій у задачах планування космічних спостережень та оцінювання їх результатів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Фриз П. В. Можливий підхід до формалізованого опису специфічних орбіт космічних апаратів у задачах спостереження Землі / П. В. Фриз, О. М. Кондратов // Проблеми створення, випробування, застосування, експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2011. – Вип. 5. – С. 147–157.
2. Фриз П. В. Основи орбітального руху космічних апаратів : підручник / П. В. Фриз. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – 348 с. : іл.
3. Петрожалко В. В. Методика розрахунку кута відхилення оптичної осі технічного засобу ДЗЗ для максимізації площі спостереження заданого району / В. В. Петрожалко, С. П. Фриз // Системи управління, навігації та зв'язку : зб. наук. праць. – К. : ДП "ЦНДІ навігації і управління", 2011. – Вип. 2 (18). – С. 29–32.
4. Фриз П. В. Моделювання процесів перенацілювання поля зору космічних апаратів у завданнях оптико-електронного спостереження Землі / П. В. Фриз // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2013. – Вип. 8. – С. 26–37.
5. Фриз С. П. Алгоритм розрахунку площі контрольованої частини заданого району при проведені зйомки з космічних апаратів / С. П. Фриз // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – Вип. № 1 (60). – С. 69–77.
6. Фриз П. В. Удосконалений математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованої ділянки земної поверхні при космічних спостереженнях пірамідальною зоною огляду / П. В. Фриз // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – Вип. 6. – С. 113–127.
7. Фриз П. В. Систематизований математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованих ділянок земної поверхні при космічних спостереженнях конічною зоною огляду в надир / П. В. Фриз // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – Вип. № 4 (63). – С. 118–127.
8. Фриз П. В. Методика розрахунків параметрів землеогляду в задачах космічних спостережень конічною зоною огляду поза надиром / П. В. Фриз // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2014. – Вип. 9. – С. 193–205.
9. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М. : Наука, 1964. – 872 с.

Подано 26.02.2015

П. В. Фриз

УТОЧНЕННЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ПАРАМЕТРОВ ЗЕМЛЕОБЗОРА В ЗАДАЧАХ КОСМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ КОНИЧЕСКОЙ ЗОНОЙ ОБЗОРА ВНЕ НАДИРА

Предложен уточненный математический аппарат для расчетов параметров землеобзора с помощью космических аппаратов дистанционного зондирования Земли для

сферической модели земной поверхности с учетом орбитальных параметров космических аппаратов и технических характеристик бортовой целевой аппаратуры оптико-электронного типа с конической зоной обзора при ее отворотах от надира по крену и тангажу.

P. V. Frees

REFINED MATHEMATICAL APPARATUS FOR CALCULATING THE PARAMETERS REVIEW IN PROBLEMS OF SPACE OBSERVATIONS CONE ZONE REVIEW OUTSIDE NADIR

Proposed refined mathematical apparatus for calculating the parameters of the review of the Earth from space remote sensing satellites for a spherical model of the earth surface, taking into account the orbital parameters of spacecraft and specifications board target equipment opto-electronic type with a conical field of view at its nadir lapels roll and pitch.