УДК 519.873

О. В. Араменко, М. П. Бутенко, В. І. Іванов, Ю. М. Косков

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗРАЗКІВ АВТОМОБІЛЬНОЇ ТА ЕЛЕКТРОГАЗОВОЇ ТЕХНІКИ АВІАЦІЇ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ДИФУЗІЙНО-МОНОТОННОГО РОЗПОДІЛУ ВІДМОВ

Запропоновано математичну модель технічного обслуговування за станом автомобільної та електрогазової техніки (АтаЕГТ) з використанням дифузійно-монотонного (DM) розподілу відмов. Встановлено аналітичну залежність коефіцієнта технічного використання ($K_{тв}$) від характеристик надійності й параметрів технічного обслуговування. Показано залежності $K_{тв}$ для типових значень коефіцієнтів форми і масштабу DM-розподілу, періодичності і тривалості проведення робіт технічного обслуговування, достовірності контролю технічного стану.

Постановка проблеми. Для організації експлуатації АтаЕГТ за технічним станом важливо знати рівень її технічної ефективності. При цьому необхідно визначити, яким чином можна впливати на ефективність для досягнення її максимального значення. Ефективність функціонування може бути визначена за наявності математичної моделі її експлуатації. Побудова математичної моделі повинна враховувати як планові технічні обслуговування, так і проведення поточних ремонтів автомобільної техніки. Враховуючи твердження, що автомобільна техніка військового призначення значною мірою складається з механічних виробів, то під час побудови математичної моделі технічного обслуговування слід враховувати фізичну сутність об'єкта технічного обслуговування.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Як модель відмов механічних виробів сучасними закордонними та вітчизняними стандартами [1, 2] рекомендовано використовувати: логарифмічно-нормальний закон розподілу; закон розподілу Вейбула; дифузійні розподіли (DN та DM). Із зазначених законів DM-розподіл є найменш уживаним, насамперед, через складність його математичного опису. Але він вважається більш адекватним до опису реального процесу експлуатації саме виробів механічної природи. Двопараметричні дифузійні розподіли як моделі відмов детально розглядалися в роботах [3-8].

Формулювання завдання дослідження. Метою статті є розроблення математичної моделі технічного обслуговування АтаЕГТ з використанням DM-розподілу відмов.

Виклад основного матеріалу. Процес технічного обслуговування зразків АтаЕГТ доцільно описувати за допомогою напівмарківського випадкового процесу. Такий процес передбачає існування дискретних станів, що змінюються з часом детерміновано або випадково. Таким чином, зміна станів відбувається з певними ймовірностями переходів, а час перебування у станах є випадковим або детермінованим.

Наведемо основні характеристики DM-розподілу, які використовуються під час побудови математичної моделі [1]:

щільність розподілу

$$f(t) = \frac{(\mu + t)}{2\upsilon t\sqrt{2\pi\mu t}} \cdot exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\upsilon^2\mu t}\right]; \tag{1}$$

функція розподілу

$$F(t) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{\upsilon\sqrt{\mu t}}\right); \tag{2}$$

імовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = \Phi\left(\frac{\mu - t}{\upsilon \cdot \sqrt{\mu \cdot t}}\right); \tag{3}$$

математичне сподівання

$$M(t) = \mu\left(1 + \upsilon^2/2\right); \tag{4}$$

дисперсія

$$D(t) = \mu^2\upsilon^2\left(1 + 5\upsilon^2/4\right); \tag{5}$$

коефіцієнт варіації

$$V(t) = \upsilon(4+5\upsilon)^{1/2} \Big/ \left(2+\upsilon^2\right), \tag{6}$$

де μ – параметр масштабу, який збігається з медіаною розподілу випадкової величини t;

υ – параметр форми розподілу випадкової величини t;

$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt$ – функція Лапласа.

Для двомірного DM-розподілу математичне сподівання називають параметром масштабу, а коефіцієнт варіації – параметром форми.

Для побудови математичної моделі використаємо такі дані:

параметр масштабу μ = 250 год;

параметр форми υ = 0,5;

інтенсивність надходження сигналів помилкових тривог $\lambda = 10^{-3}$ ^{1}/ год;

інтенсивність проявлення відмов, що сталися в АтаЕГТ $\lambda_{ПР} = 10^{-3}$ ^{1}/ год;

тривалість контролю зовнішніми засобами контролю $t_{ПР}$ = 1 год;

період проведення регламентних робіт T = 100 год;

тривалість контролю вбудованими засобами контролю $t_{П}^{*} = 0,5$ год;

тривалість виконання профілактичних робіт t_P = 3 год;

тривалість відновлення у разі її відмови t_B = 1,5 год;

достовірність контролю зовнішніми системами контролю $d_{НГ}$ = 0,9;

достовірність правильного визначення несправного стану вбудованими засобами контролю $d^*_{НГ}=0,7$;

достовірність правильного визначення справного стану вбудованими засобами контролю $d_Г$ = 0,9;

імовірність надходження сигналу про відмову об'єкта контролю від вбудованої системи контролю ρ = 0,7.

Зазначені вище параметри необхідні для розрахунку матриць імовірностей переходів зі стану $i=\overline{1,7}$ до стану $j=\overline{1,7}$ і матриці функцій тривалості переходів зі стану *i* до стану *j*.

За критерій ефективності технічного обслуговування АтаЕГТ пропонується використовувати комплексний показник надійності – коефіцієнт технічного використання $K_{тв}$ [5]:

$$K_{тв}=\frac{\sum_{i=1}^{7}\pi_i(T)\cdot\omega_i(T)}{\sum_{i=1}^{7}\pi_i(T)\cdot\upsilon_i(T)}, \tag{7}$$

де $\pi_i(T)$ – частота потрапляння марківського ланцюга до стану *i*;

$\omega_i(T)$ – середній час перебування виробу АтаЕГТ у справному стані;

$\upsilon_i(T)$ – середній час перебування виробу АтаЕГТ у будь-якому стані.

Вираз (7) являє собою формулу Сміта, записану в оригінальний спосіб. У чисельнику виразу записаний час перебування виробу у справному стані, а в знаменнику – календарний час експлуатації.

Частота $\pi_i(T)$ знаходиться з рівняння Феллера [9]:

$$\left.\begin{aligned}&\pi_i(T)=\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{7}\pi_j(T)\cdot P_{ji}(T),\\ &\sum_{i=1}^{7}\pi_i(T)=1\end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

У формулі (8) $P_{ji}(T)$ – матриця ймовірностей переходів, яка для запропонованої моделі має вигляд:

$$P_{ij}(T)=\left\|\begin{matrix}0 & P_{12}(T) & P_{13}(T) & 0 & P_{15}(T) & P_{16}(T) & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & d_{нг} & 0 & 0 & 1-d_{нг}\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & d^*_{нг} & 0 & 0 & 1-d^*_{нг}\\ d^*_r & 0 & 0 & 1-d^*_r & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & e^{-\lambda_{пр}T} & 0 & 1-e^{-\lambda_{пр}T} & 0 & 0\end{matrix}\right\|, \tag{9}$$

У матриці (9) використано такі позначення:

$$P_{12}=\left[1-F\left(T\right)\right]\cdot e^{-\lambda T}; \tag{10}$$

$$P_{13}=\left(1-\rho\right)\int_{0}^{T} e^{-\lambda t}dF\left(t\right); \tag{11}$$

$$P_{15}=\rho\int_{0}^{T} e^{-\lambda t}dF\left(t\right); \tag{12}$$

$$P_{16}=\lambda\int_{0}^{T} e^{-\lambda t}\left[1-F\left(t\right)\right]dt. \tag{13}$$

Для початкових умов, які викладені вище, матриця ймовірностей переходів з урахуванням DM-розподілу буде мати вигляд:

$$P_{ij}\left(T\right)=\begin{Vmatrix} 0 & 0.8787 & 7.96\cdot10^{-3} & 0 & 0.02 & 0.09 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0 & 0 & 0.1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0.9 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.37 & 0 & 0.63 & 0 & 0 \end{Vmatrix}. \tag{14}$$

Матриця функцій розподілу часу перебування в станах напівмарківського процесу для запропонованої моделі має вигляд

$$F_{ij}\left(T\right)=\begin{Vmatrix} 0 & 1(T) & 1(T) & 0 & F_{15}(T) & F_{16}(T) & 0 \\ 1\left(t_{пр}+t_{р}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1\left(t_{пр}\right) & 0 & 0 & 1\left(t_{пр}+t_{р}\right) \\ 1\left(t_{в}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1\left(t^{*}_{пр}\right) & 0 & 0 & 1\left(t^{*}_{пр}\right) \\ 1\left(t^{*}_{пр}\right) & 0 & 0 & 1\left(t^{*}_{пр}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1(T) & 0 & F_{75}(t) & 0 & 0 \end{Vmatrix}. \tag{15}$$

У матриці (15) використано такі позначення:

$$F_{15}\left(T\right)=\frac{\int_{0}^{t} e^{-\lambda x}dF\left(x\right)}{\int_{0}^{T} e^{-\lambda x}dF\left(x\right)}; \tag{16}$$

$$F_{16}(T)=\frac{\int_0^t e^{-\lambda x}\left[1-F(x)\right]dx}{\int_0^T e^{-\lambda x}\left[1-F(x)\right]dx}; \tag{17}$$

$$F_{75}(T)=\frac{\int_0^t e^{-\lambda_{пр}x}dx}{\int_0^T e^{-\lambda_{пр}x}dx}. \tag{18}$$

З використанням функції DM-розподілу матриця функцій розподілу часу перебування в станах напівмарківського процесу має вигляд:

$$F_{ij}(100)=\begin{Vmatrix} 0 & 1(100) & 1(100) & 0 & 0 & 0{,}105 & 0 \\ 1(4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1(1) & 0 & 0 & 1(4) \\ 1(1{,}5) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1(0{,}5) & 0 & 0 & 1(0{,}5) \\ 1(0{,}5) & 0 & 0 & 1(0{,}5) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1(100) & 0 & 0{,}15 & 0 & 0 \end{Vmatrix}. \tag{19}$$

Для визначення складових компонентів вектора $\overline{\pi}\,(T)$ введемо такі позначення:

$$a_1(T)=\left[1-F(T)\right]\cdot e^{-\lambda T}; \tag{20}$$

$$a_2(T)=(1-\rho)\int_0^T e^{-\lambda t}dF(t); \tag{21}$$

$$a_3(T)=e^{-\lambda_{ПР}T}; \tag{22}$$

$$a_4(T)=\rho\cdot\int_0^T e^{-\lambda t}dF(t); \tag{23}$$

$$a_5(T)=1-e^{-\lambda_{ПР}T}; \tag{24}$$

$$a_6(T)=\lambda\cdot\int_0^T e^{-\lambda t}\left[1-F(t)\right]dt. \tag{25}$$

З використанням DM-розподілу отримаємо для початкових умов параметрів систем технічного обслуговування такі значення: $a_1(T)$ = 0,879; $a_2(T)$ = $7{,}958\cdot10^{-3}$; $a_3(T)$ = 0,368; $a_4(T)$ = 0,019; $a_5(T)$ = 0,632; $a_6(T)$ = 0,095.

Складові компоненти вектора $\overline{\pi}(T)$ можна визначити із системи рівнянь:

$$\begin{cases} \pi_1(T) = \dfrac{M(T)}{C(T)} \\ \pi_2(T) = a_1(T)\dfrac{M(T)}{C(T)} \\ \pi_3(T) = a_2(T)\dfrac{M(T)}{C(T)} + a_3(T)\dfrac{a_2(T)(1-d_{НГ}) + a_4(T)(1-d^*_{НГ})}{C(T)} \\ \pi_4(T) = \dfrac{M(T)\cdot\left[d_{НГ}\cdot a_2(T) + d^*_{НГ}\cdot a_4(T) + (1-d_Г)\cdot a_6(T)\right]}{C(T)} + \\ \dfrac{\left[d_{НГ}\cdot a_3(T) + d^*_{НГ}\cdot a_5(T)\right]\cdot\left[a_2(T)\cdot(1-d_{НГ}) + a_4(T)\cdot(1-d^*_{НГ})\right]}{C(T)} \\ \pi_5(T) = a_4(T)\dfrac{M(T)}{C(T)} + a_5(T)\dfrac{a_2(T) - d_{НГ}\cdot a_2(T) + a_4(T) - d^*_{НГ}}{C(T)} \\ \pi_6(T) = a_6(T)\dfrac{M(T)}{C(T)} \\ \pi_7(T) = \dfrac{a_2(T)\cdot(1-d_{НГ}) + a_4(T)\cdot(1-d^*_{НГ})}{C(T)} \end{cases} . \qquad (26)$$

З урахуванням рівняння (8) для DM-розподілу і початкових умов системи технічного обслуговування АтаЕГТ, що були розглянуті вище, компоненти вектора $\overline{\pi}(T)$ потрапляння ланцюга Маркова до стану і, де $i = \overline{1,7}$, дорівнюють: $\pi_1(T)$ = 0,489; $\pi_2(T)$ = = 0,43; $\pi_3(T) = 5{,}371\cdot10^{-3}$; $\pi_4(T)$ = 0,018; $\pi_5(T)$ = 0,012; $\pi_6(T)$ = 0,040; $\pi_7(T) = 4{,}024\cdot10^{-3}$.

Можна переконатися, що з досить високою точністю сума компонентів вектора $\overline{\pi}(T)$ дорівнює одиниці, а це свідчить, що система рівнянь (9) розв'язана правильно.

Компоненти матриці середніх тривалостей перебування напівмарківського процесу у станах моделі визначаються з рівнянь:

$$\begin{cases} \mu_1(T) = \left[1 - F(T)\right]\cdot e^{-\lambda T}\cdot T + (1-\rho)\int_0^T e^{-\lambda t} dF(t)\cdot T + \\ +\rho\cdot\int_0^T e^{-\lambda t} dF(t)\cdot\int_0^T t\cdot dF_{15}(t) + \lambda\cdot\int_0^T e^{-\lambda t}\left[1-F(t)\right]dt\cdot\int_0^T t\cdot dF_{16}(t); \\ \mu_2(T) = t_P + t_{ПР}; \\ \mu_3(T) = t_P - d_{НГ}\cdot t_P + t_{ПР}; \\ \mu_4(T) = t_B; \\ \mu_5(T) = t^*_{ПР}; \\ \mu_6(T) = t^*_{ПР}; \\ \mu_7(T) = \dfrac{1 - e^{-\lambda_{ПР} T}}{\lambda_{ПР}} \end{cases} . \qquad (27)$$

З урахуванням початкових умов системи технічного обслуговування АтаЕГТ і параметрів DM-розподілу складові компоненти матриці середніх тривалостей перебування напівмарківського процесу в станах моделі дорівнюють: $\mu_1(T) = 94,9$ год; $\mu_2(T) = 4$ год; $\mu_3(T) = 1,3$ год; $\mu_4(T) = 1,5$ год; $\mu_5(T) = 0,5$ год; $\mu_6(T) = 0,5$ год; $\mu_7(T) = 63,2$ год.

Середній час одного переходу напівмарківського процесу дорівнює $\mu_{сер}(T) = \pi_1\mu_1 + \pi_2\mu_2 + \pi_3\mu_3 + \pi_4\mu_4 + \pi_5\mu_5 + \pi_6\mu_6 + \pi_7\mu_7 = 48,43$ год.

Середній час безвідмовної роботи буде дорівнювати

$$\omega_1(T) = M\left\{min\left(\tau, \tau_П\right)\right\} = \int_0^T \left[1 - F(t)\right] \cdot \left[1 - \lambda(t)\right] dt = \int_0^T \left[1 - F(t)\right] e^{-\lambda t} dt = 94,78 \text{ год.}$$

Таким чином, для зазначених вище початкових умов з використанням DM-розподілу коефіцієнт технічного використання дорівнює $K_{тв} = \dfrac{\pi_1(T) \cdot \omega_1(T)}{\mu_{сер}(T)} = 0,957$ в одній точці.

За наявності аналогічної залежності $K_{тв}$ від параметрів системи технічного обслуговування і характеристик DM-розподілу можуть бути вставлені залежності від періодичності проведення регламентних робіт, параметрів масштабу і форми DM-розподілу, імовірності надходження інформації від вбудованої системи контролю про відмову, тривалості відновлення виробу після відмови.

Висновки

1. У роботі розроблено математичну модель технічного обслуговування за станом АтаЕГТ з використанням DM-розподілу її відмов.
2. З використанням напівмарківського випадкового процесу встановлено аналітичну залежність коефіцієнта технічного використання від характеристик як об'єкта контролю, так і системи його технічного обслуговування.
3. Показано існування оптимального періоду проведення технічних обслуговувань, за якого досягається максимальне значення коефіцієнта технічного використання.
4. Враховуючи математичну складність характеристик DM-розподілу, залежність коефіцієнта технічного використання від параметрів моделі встановлено числовим методом.
5. Перспективами подальших досліджень у даному напрямку є розроблення методики визначення оптимальної періодичності проведення технічних обслуговувань АтаЕГТ і встановлення її залежності від основних експлуатаційних характеристик.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Надійність техніки. Моделі відмов. Основні положення : ДСТУ3433-96. – К. : Держспоживстандарт України, 1996. – 42 с. – (Національний стандарт України).
2. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності : ДСТУ 2862-94. – К. : Держспоживстандарт України, 1994. – 90 с. – (Національний стандарт України).

3. Стрельников В. П. Параметризация DM-распределения. Математические машины и системы / В. П. Стрельников. – 2007. - № 2. - С. 117-124.
4. Серебровский А. Н. Об использовании вероятностно-физических моделей отказов для оценки вероятностей элементарных событий, порождающих техногенную опасность / А. Н. Серебровский, В. П. Стрельников // Математические машины и системы. – 2007. - № 1. - С. 137-143.
5. Яблонский П. М. Экономико-математическая модель технического обслуживания образцов вооружения и военной техники по состоянию для диффузионно-немонотонного распределения отказов / П. М. Яблонский, С. А. Пустовой, П. В. Опенько // Экономика и предпринимательство. – М. – 2013. - № 8. - С. 436-443.
6. Зависимость показателей надёжности электронных изделий от времени для диффузионно-немонотонного распределения отказов / В. И. Мирненко, П. М. Яблонский, С. А. Пустовой, Н. Ф. Бутенко // Оралдың Ғылым Жаршысы ”Уралнаучкнига” – 2014. - № 41(120). - С. 29-36.
7. The mechanical products storage efficiency definition by means of diffusion-monotonic distribution / V. Mirnenko, S. Pustovyi, P. Yablonskyi, O. Avramenko // French Journal of Scientific and Educational Research. – 2014. - № 2(12). - P. 122-132.
8. The influence of exploitation parameters is on efficiency of mechanical wares storage by means of diffusion-monotonic distribution of their failures / V. Mirnenko, S. Pustovyi, P. Yablonskyi, V. Dyptan // Harvard Journal of Fundamental and Applied Studies. – 2015. - № 1(7). – P. 531-538.
9. The reliability computation of the series connected and reserved elements without recovery for diffusion-monotonic distribution of their failures / V. Mirnenko, S. Pustovyi, P. Yablonskyi, Y. Tselishchev // Japanese Educational and Scientific Review. – 2015. - № 1(9). – P. 745–754.
10. Герцбах И. Б. Модели профилактики / И. Б. Герцбах. – М. : Советское радио, 1969. – 216 с.

Подано 22.05.2015

А. В. Араменко, Н. П. Бутенко, В. И. Иванов, Ю. М. Косков

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ОБРАЗЦОВ АВТОМОБИЛЬНОЙ И ЭЛЕКТРОГАЗОВОЙ ТЕХНИКИ АВИАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИФФУЗИОННО-МОНОТОННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОТКАЗОВ

Предложено математическую модель технического обслуживания по состоянию автомобильной и электрогазовой техники с использованием диффузионно-монотонного распределения отказов. Установлена аналитическая зависимость коэффициента технического использования таких изделий от характеристик надежности и параметров технического обслуживания. Показаны зависимости для типичных значений параметров формы и масштаба диффузионно-монотонного распределения, периодичности и длительности проведения регламентных работ, достоверности контроля технического состояния.

O. V. Avramenko, M. P. Butenko, V. I. Ivanov, Y. M. Koskov

THE MATHEMATICAL MODEL OF MAINTENANCE OF MILITARY MOTOR VEHICLES THAT PROVIDE FLIGHTS OF THE AIR FORCE PLANES IS BASED ON DIFFUSION-MONOTONIC DISTRIBUTION OF FAILURES

The mathematical model of maintenance on the technical state is offered military motor vehicles that provide flights of the Air Force planes with the use of diffusion-monotonic distribution of their failures. The analytical dependence of coefficient of the technical use is on descriptions of their reliability and parameters of maintenance were determinate. The shown dependences of $K_{тв}$ *are for the typical values of coefficients of form and shape of diffusion-monotonic distribution, periodicity and duration of realization of maintenance works, authenticity of control of the technical state.*