УДК 681.32

М. О. Гуменюк, І. Г. Грабар, С. О. Шматок

ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ДІАГНОСТУВАННЯ СКЛАДНОЇ РАДІОТЕХНІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ЕНТРОПІЙНОГО ПІДХОДУ

У статті запропоновано процедуру оцінювання ефективності діагностики складної радіотехнічної системи на основі ентропійного підходу. Визначено достатню умову забезпечення необхідної середньої ймовірності прийняття рішення про стан складної радіотехнічної системи. Розроблена процедура дозволяє оцінювати ефективність в умовах великої кількості параметрів діагностики та їх значень.

Постановка проблеми. В умовах стрімкого розвитку складних радіотехнічних систем постійно підвищуються вимоги до якості їх діагностики. Це обумовлює необхідність підвищення ефективності технічної діагностики, одним з пріоритетних напрямків якої є розробка сучасної методологічної бази автоматизованого процесу обробки інформації на основі всебічного комплексного аналізу даних [1, 2]. При цьому, оскільки розпізнавання стану складної радіотехнічної системи проходить в умовах невизначеності, то ефективність діагностики має визначатися при статистичній постановці задачі розпізнавання.

Огляд останніх досліджень і публікацій. При статистичній постановці задачі розпізнавання ефективність системи діагностики визначають шляхом встановлення величини середньої ймовірності похибки діагностики [3]. Разом з тим, при діагностуванні складної радіотехнічної системи може бути використана велика кількість параметрів та їх градацій, що значно ускладнює процес знаходження середньої ймовірності похибки діагностики [4].

За таких умов у теорії розпізнавання найбільше визнання отримали критерії, що відображають відстань між розподілами класів, зокрема дивергенція, яка використовує інформаційну міру Кульбака [5], метод проекцій на один вимір [6], відстань Бхаттачарія [7], ентропійний підхід [3, 6, 8, 9]. Вибір даних критеріїв здійснюють залежно від наявної апріорної інформації та зручності їх використання для вирішення конкретних завдань розпізнавання.

При цьому слід зазначити, що застосування даних критеріїв характеризується суттєвим недоліком: при обов'язковій наявності зв'язків між ними та середньою ймовірністю похибки діагностики функціональної залежності між цими величинами немає [3]. Це не дозволяє надійно оцінити середню ймовірність похибки діагностики складної радіотехнічної системи.

Таким чином, **завданням дослідження** є розробка процедури оцінювання ефективності діагностування складної радіотехнічної системи на основі ентропійного підходу, яка дозволить оцінити середню ймовірність похибки діагностики.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо систему діагностики Ω, яка отримує інформацію про складну радіотехнічну систему Λ. Під час діагностування система Λ може знаходитися в одному зі станів $L_i = \{L_1, L_2, ..., L_N\}$, де N кількість можливих станів, які утворюють повну групу подій. Процес переходу системи Λ в один зі станів L_i є випадковим, опишемо його кінцевою множиною ймовірностей $\{p(L_1), p(L_2), ..., p(L_N)\}$, $\sum_{i=1}^{N} p(L_i) = 1$.

Припустимо, що в процесі діагностування система Ω здатна визначати параметр x_k, який може приймати J дискретних значень (градацій).

Ентропію рішення про стан системи Λ, за умови визначення j-ї градації k-го параметра, будемо знаходити як

$$H\left(L / x_{kj}\right) = -\sum_{i=1}^{N} p\left(L_i / x_{kj}\right) log_N \; p\left(L_i / x_{kj}\right), \tag{1}$$

де $p\left(L_i / x_{kj}\right)$ – умовна ймовірність знаходження системи Λ в i-му стані в разі визначення j-ї градації k-го параметра; $j = \overline{1, J}$.

Застосовуючи формулу Байєса для визначення умовної ймовірності $p\left(L_i / x_{kj}\right)$, отримаємо

$$p\left(L_i / x_{kj}\right) = \frac{p(L_i)\, p\left(x_{kj}, / L_i\right)}{p\left(x_{kj}\right)},$$

де $p(L_i)$ – апріорна ймовірність знаходження системи Λ у L_i-му стані;

$p\left(x_{kj}\right) = \sum_{i=1}^{N} p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right)$ – імовірність отримання j-ї градації k-го параметра при проведенні діагностики;

$p\left(x_{kj} / L_i\right)$ – умовна ймовірність отримання j-ї градації k-го параметра при знаходженні системи L у L_i-му стані.

Після підстановки останнього виразу в (1) формула для розрахунку ентропії рішення про стан системи при отриманні j-ої градації k-го параметра буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} H\left(L / x_{kj}\right) &= -\frac{1}{p\left(x_{kj}\right)} \sum_{i=1}^{N} p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right) log_N \frac{p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right)}{\sum_{i=1}^{N} p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right)} = \\ &= -\frac{1}{p\left(x_{kj}\right)} \left(\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{N} p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right) log_N \; p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right) - \\ &-\sum_{i=1}^{N} p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right) log_N \sum_{i=1}^{N} p(L_i)\, p\left(x_{kj} / L_i\right) \end{aligned} \right). \end{aligned} \tag{2}$$

Для одержання ентропії рішення слід знайти суму значень величин $H\left(L / x_{kj}\right)$ за всіма градаціями з вагами, пропорційними ймовірності появи кожної градації, тобто $p\left(x_{kj}\right)$. Тоді

$$H\left(L/x_k\right) = -\sum_{j=1}^{J} p\left(x_{kj}\right) H\left(L/x_{kj}\right) = -\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N} p\left(L_i, x_{kj}\right) \times$$
$$\times log_N\ p\left(L_i, x_{kj}\right) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N} p\left(L_i, x_{kj}\right) \sum_{i=1}^{N} log_N\ p\left(L_i, x_{kj}\right), \tag{3}$$

де $p\left(L_i, x_{kj}\right) = p\left(L_i\right) p\left(x_{kj}/L_i\right)$.

Відповідно до [5] кількість інформації про стан системи Λ, при отриманні k-го параметра, може бути знайдена як

$$I_k\left(L\right) = H_0\left(L\right) - H\left(L/x_k\right), \tag{4}$$

де $H_0\left(L\right)$ – початкова ентропія рішення про стан системи Λ.

Значення початкової ентропії рішення будемо знаходити за виразом

$$H_0\left(L\right) = -\sum_{i=1}^{N} p\left(L_i\right) log_N\ p\left(L_i\right). \tag{5}$$

За відсутності статистичних зв'язків між параметрами діагностики кількість інформації про стан системи Λ за умови визначення n параметрів знайдемо за виразом

$$I\left(L\right) = \sum_{k=1}^{n} I_k\left(L\right), \tag{6}$$

де $k = \overline{1,n}$.

Значення кількості інформації про стан системи $I_{необх}\left(L\right)$, необхідної при проведенні діагностики для забезпечення потрібної середньої ймовірності прийняття хибного рішення про стан системи $p_e^{необх}\left(L\right)$, визначаємо як

$$I_{необх}\left(L\right) = H_0\left(L\right) - H_{необх}\left(L\right), \tag{7}$$

де $H_{необх}\left(L\right)$ – необхідне значення ентропії рішення про стан системи Λ, що визначається за виразом

$$H_{необх}\left(L\right) = -\Big(p_e^{необх}\left(L\right) log_2\ p_e^{необх}\left(L\right) -$$
$$-\left(1 - p_e^{необх}\left(L\right)\right) log_2 \left(1 - p_e^{необх}\left(L\right)\right)\Big).$$

Разом з тим, оцінити відносну інформативність групи статистично зв'язаних параметрів, використовуючи шеннонівську міру, досить складно, оскільки для цього потрібно вирішити завдання знаходження багатомірних розподілів імовірностей параметрів. Відносна інформативність групи n параметрів діагностики дорівнює сумі відносних інформативностей окремих параметрів лише у випадку їх статистичної незалежності.

Щоб обійти складності оцінювання багатомірних розподілів імовірностей параметрів та разом з тим врахувати статистичні зв'язки між ними, використаємо спосіб, наведений у [9]. Відповідно до нього значення відносної інформативності сукупності параметрів діагностики з урахуванням значень їх інформативностей та статистичних зв'язків між ними будемо знаходити за таким виразом:

$$I(L) = \sum_{k=1}^{n} I_k(L)\left[1 - \sum_{\beta=0}^{k-1} \gamma_{k\beta} \frac{I_\beta(L)}{\left(I_\beta(L)\right)_{max}}\right], \tag{8}$$

де $I_k(L)$ та $I_\beta(L)$ – індивідуальні інформативності відповідно k-го та β-го параметра;

$\left(I_\beta(L)\right)_{max}$ – максимально можлива інформативність β-го параметра;

$\gamma_{k\beta}$ – коефіцієнт, що характеризує статистичний зв'язок між k-м та β-м параметрами.

Як видно з (8), для знаходження інформативності сукупності параметрів діагностики необхідно оцінити статистичні зв'язки між ними, які характеризуються коефіцієнтом $\gamma_{k\beta}$. Для цього використаємо критерії згоди, які базуються на обчисленні ступеня розходження виміряних частот сумісної появи дискретних значень ознак з гіпотетичним розподілом частот, що відповідає умові незалежності параметрів.

Спочатку припустимо, що параметри діагностики статистично незалежні. Гіпотетичний розподіл частот, який відповідає цій умові, потрібно статистично перевірити. Для цього використаємо критерій Пірсона.

Припустимо, що необхідно кількісно визначити статистичний зв'язок між параметрами x_1 та x_2, що можуть мати в загальному випадку декілька градацій, тобто x_{1j} та $x_{2\varphi}$ ($\varphi = \overline{1,q}$, q – максимальна кількість градацій φ-го параметра).

У табл. 1 наведено розподіли виміряних частот $M_{j\varphi}$ сумісної появи j-го значення x_1-го параметра та φ-го значення x_2-го параметра діагностики.

Таблиця 1

Частоти сумісної появи j-го значення x_1-го параметра та φ-го значення x_2 -го параметра

Градація x_1	Градація x_2				
	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2q}	$\sum$
x_{11}	$\left[M_{11}^0\right]$ M_{11}	$\left[M_{12}^0\right]$ M_{12}	$\cdots$	$\left[M_{1q}^0\right]$ M_{1q}	$M_1(x_{2q})$
x_{12}	$\left[M_{21}^0\right]$ M_{21}	$\left[M_{22}^0\right]$ M_{22}	$\cdots$	$\left[M_{2q}^0\right]$ M_{2q}	$M_2(x_{2q})$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\left[M_{j\varphi}^0\right]$ $M_{j\varphi}$	$\cdots$	$\cdots$
x_{1J}	$\left[M_{J1}^0\right]$ M_{J1}	$\left[M_{J2}^0\right]$ M_{J2}	$\cdots$	$\left[M_{Jq}^0\right]$ M_{Jq}	$M_J(x_{2q})$
$\sum$	$M_1(x_{1J})$	$M_2(x_{1J})$	$\cdots$	$M_q(x_{1J})$	W

У даній таблиці:

$M_j\left(x_{2q}\right)$ – підсумкові частоти відповідних рядків дискретних значень градацій першого параметра ($M_j\left(x_{2q}\right)=\sum_{\varphi=1}^{q} M_{j\varphi}$ при $j=const$);

$M_{\varphi}\left(x_{1J}\right)$ – підсумкові частоти відповідних стовпців дискретних значень другого параметра ($M_{\varphi}\left(x_{1J}\right)=\sum_{j=1}^{J} M_{j\varphi}$ при $\varphi=const$);

$W=\sum_{j=1}^{J} M_j\left(x_{2\varphi}\right)=\sum_{\varphi=1}^{q} M_{\varphi}\left(x_{1j}\right)$ – сума всіх виміряних частот сумісної появи дискретних значень параметрів;

$\left[M_{j\varphi}^{0}\right]=\left[M_j\left(x_{2q}\right)\right]\left[M_q\left(x_{1J}\right)\right]/W$ – гіпотетичні частоти.

Сформуємо зважені суми квадратів величин $M_{j\varphi}$ від їх гіпотетичних частот $\left[M_{j\varphi}^{0}\right]$:

$$\nu^2=\sum_{j=1}^{J}\sum_{\varphi=1}^{q}\frac{\left(M_{j\varphi}-\left[M_{j\varphi}^{0}\right]^2\right)^2}{\left[M_{j\varphi}^{0}\right]}. \tag{9}$$

Подвійна сума (9) розподілена приблизно як $\chi_{k\beta}^2$ з числом ступенів вільності $\xi=\left(J-1\right)\left(q-1\right)$ [9]. Тому будемо вважати, що

$$\chi_{k\beta}^2=\nu^2. \tag{10}$$

Чим більша величина $\chi_{k\beta}^2$ для кожної пари параметрів x_k та x_β, тим більший статистичний зв'язок між ними (для статистично незалежної пари параметрів $M_{j\varphi}=\left[M_{j\varphi}^{0}\right]$ та $\chi_{k\beta}^2=0$).

При використанні критерію Пірсона у виразі (8) величину $\chi_{k\beta}^2$ для пар параметрів потрібно нормувати, розділивши їх на $\left(\chi_{k\beta}^2\right)_{max}$ для цієї пари параметрів, тобто потрібно знайти

$$\gamma_{k\beta}=\chi_{k\beta}^2/\left(\chi_{k\beta}^2\right)_{max}, \tag{11}$$

де $\left(\chi_{k\beta}^2\right)_{max}=W$.

Статистичні зв'язки між розвідувальними ознаками у (8) враховано в усіх їх парних комбінаціях. Зв'язки більш високих порядків не враховано через їх несуттєвість для практичних розрахунків [9].

Під ефективністю системи діагностики будемо розуміти її потенційну можливість щодо забезпечення необхідного значення середньої ймовірності прийняття хибного рішення про стан системи Λ. У такому разі система діагностики буде вважатися ефективною, якщо виконуватиметься умова

$$p_e(L) \le p_e^{необх}(L), \tag{12}$$

де $p_e(L)$ – середня ймовірність прийняття хибного рішення про стан складної радіотехнічної системи.

Разом з тим, як зазначено в [3], між середньою ймовірністю прийняття хибного рішення та середньою умовною ентропією рішення однозначного зв'язку не існує.

Тому умова $I(L) \ge I_{необх}(L)$ є необхідною, але не достатньою для того, щоб забезпечити потрібну ймовірність прийняття хибного рішення про стан системи Λ. Так, якщо приймається рішення про один із двох станів системи Λ, то для того, щоб однозначно гарантувалося необхідне значення середньої ймовірності прийняття хибного рішення, достатньо, щоб виконувалась умова

$$I(L)\text{-}I_{необх}(L) \ge I^*$$

або

$$H_{необх}(L) - H(L/x) \ge I^*, \tag{13}$$

де

$$\begin{aligned} I^* = &-H(L/x)\big(1 + 0{,}5 log_2 0{,}5H(L/x)\big) - \\ &-\big(1 - 0{,}5H(L/x)\big) log_2 \big(1 - 0{,}5H(L/x)\big), \end{aligned} \tag{14}$$

щоб забезпечити виконання умови (12).

Доведемо достатність виконання умови (13), для цього скористаємося відомими виразами для точних верхніх і нижніх меж середньої умовної ентропії $H(L/x)$ при заданій середній імовірності похибки $p_e(L)$. Ці вирази відповідно до теореми В. А. Ковалевського [4] можна подати в такому вигляді:

$$sup\, H(L/x) = -p_e(L) log_2\, p_e(L) - \big(1 - p_e(L)\big) log_2 \big(1 - p_e(L)\big), \tag{15}$$

$$inf\, H(L/x) = 2p_e(L). \tag{16}$$

На основі виразу (16) робимо висновок, що при заданій середній умовній ентропії $H(L/x)$ для середньої ймовірності похибки розпізнавання $p_e(L)$ справедлива нерівність

$$p_e(L) \le 0{,}5H(L/x). \tag{17}$$

Нерівність (17) правильна, оскільки, припустивши протилежне, отримаємо, що

$$H(L/x) < 2p_e(L),$$

а це протирічить умові (16).

Будемо виходити з того, що виконується умова (13), тоді з урахуванням (14) отримаємо

$$\begin{aligned} H_{необх}(L) < -0,5H(L/x)\,log_2\,0,5H(L/x) - \\ -(1-0,5H(L/x))\,log_2(1-0,5H(L/x)). \end{aligned} \quad (18)$$

Покажемо, що при виконанні цієї умови

$$p_e^{необх}(L) < 0,5H(L/x). \quad (19)$$

Дійсно, припустимо протилежне, тобто

$$p_e^{необх}(L) \ge 0,5H(L/x).$$

При такому припущенні з урахуванням того, що $H(L/x) \le 1$, а $sup\,H(L/x)$ відповідно до (14) є монотонно зростаючою функцією від $p_e(L)$ при $p_e(L) \le 0,5$, отримаємо

$$\begin{aligned} H_{необх}(L) \ge -0,5H(L/x)\,log_2\,0,5H(L/x) - \\ -(1-0,5H(L/x))\,log_2(1-0,5H(L/x)). \end{aligned}$$

Проте дана нерівність протирічить (18). Тим самим підтверджено нерівність (19). Порівняння (17) та (19) дозволяє зробити висновок, що за виконання умови (13) буде задовольнятися і (12).

Отже, забезпечення потрібного значення ентропії рішення є необхідною, але не достатньою умовою прийняття рішення про стан складної радіотехнічної системи з необхідною середньою ймовірністю. Для того, щоб забезпечити умову $p_e(L) \ge p_e^{необх}(L)$, достатньо, щоб виконувалася умова (12).

Висновки. Таким чином, у статті запропоновано процедуру, яка на основі ентропійного підходу дозволяє оцінювати ефективність діагностики складної радіотехнічної системи в умовах великої кількості діагностичних параметрів (їх значень) з урахуванням статистичних зв'язків між ними. У статті визначено та доведено достатню умову забезпечення необхідної ймовірності прийняття хибного рішення про стан складної радіотехнічної системи. Виконання цієї умови гарантує прийняття рішення про стан системи з необхідною середньою ймовірністю.

Подальші дослідження слід присвятити розробці методики визначення необхідного мінімального набору параметрів діагностики, які необхідно враховувати для прийняття рішення про стан складної радіотехнічної системи з необхідною ймовірністю.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Спиридонов И. Н. Методы традиционной функциональной диагностики / И. Н. Спиридонов. – М. : МГТУ, 1993. – 290 с.
2. Глущенко П. В. Моделирование в диагностировании и прогнозировании состояния технических обьектов / П. В. Глущенко. – М. : Вузовская книга, 2004. – 248 с.
3. Файнзильберг Л. С. Математические методы оценки полезности диагностических признаков : монография / Л. С. Файнзильберг. – К. : "Освита Украины", 2010. – 152 с.
4. Вопросы статистической теории распознавания / Ю. Л. Барабаш, Б. В. Варский, В. Т. Зиновьев, В. С. Кириченко. – М. : Советское радио, 1967. – 399 с.
5. Горелик А. Л. Современное состояние проблемы распознавания / А. Л. Горелик, И. Б. Гуревич, В. А. Скрипник. – М. : Радио и связь, 1985. – 160 с.
6. Горелик А. Л. Методы распознавания / А. Л. Горелик, В. А. Скрипник. – М. : Высшая школа, 1989. – 230 с.
7. Kailaht T. The Divergence and Bhatacharya distance Measures in Signal selection / T. Kailaht // IEEE Transaction on Communication Technology, COM-15. – № 1. – 1967. – P. 281–289.
8. Ту Дж. Принципы распознавания образов / Дж. Ту, Р. Гонсалес ; пер. с англ. ; под ред. Ю. В. Линника. – М. : Мир, 1978. – 412 с.
9. Анисимов Б. В. Распознавание и цифровая обработка изображений : учеб. пособ. для студентов вузов / Б. В. Анисимов, В. Д. Курганов, В. К. Злобин. – М. : Высшая школа, 1983. – 295 с.

Подано 24.09.2015

М. А. Гуменюк

ОЦЕНИВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИАГНОСТИКИ СЛОЖНОЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ЭНТРОПИЙНОГО ПОДХОДА

В статье предложена процедура оценивания эффективности диагностики сложной радиотехнической системы на основе энтропийного подхода. Определено достаточное условие обеспечения необходимой средней вероятности принятия решения о состоянии сложной радиотехнической системы. Разработанная процедура обеспечивает оценивание эффективности в условиях большого количества параметров диагностики и их значений.

M. O. Humeniuk

ESTIMATION OF THE EFFICIENCY OF THE DIAGNOSTIC SOPHISTICATED RADIO SYSTEM BASIC ON ENTROPY APPROACH.

The estimation procedure of the efficiency of the diagnostic complex radio engineering system basis on entropy approach is offered in the article. The sufficient condition of maintenance of necessary centre probability of decision-making on a state of complex radio engineering system is defined. The developed procedure provides estimation of efficiency in the conditions of a considerable quantity of parametres of diagnostics and their values.