

теплообміннику «повітря–вода» за рахунок застосування більш високотемпературного теплоносія. Крім того, оскільки холодильна машина з регенеративним теплообмінником має вищу продуктивність, то за рахунок установки менш потужного компресора можна отримати додаткову економію електроенергії до 10%.

#### Список літератури

1. Рей, Д. Экономия энергии в промышленности [Текст] : справочное пособие для инженерно-технических работников : [пер. с англ.] / Д. Рей. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 208 с.
2. Рей, Д. Тепловые насосы [Текст] : [пер. с англ.] / Д. Рей, Д. Макмайкл. – М. : Энергоиздат, 1982. – 224 с.
3. Мааке В. Учебник по холодильной технике [Текст] : [пер. с франц.] / В. Мааке, Г.-Ю. Эккерт, Ж.-Л. Кошпен. – М. : Узд-во Московского Ун-та, 1998. – 1142 с.
4. Доссат, Рой Дж. Основы холодильной техники [Текст] : [пер. с англ.] / Рой Дж. Доссат. – М. : Легкая и пищевая пром-сть, 1984. – 520 с.
5. Якобсон, В. Б. Малые холодильные машины [Текст] / В. Б. Якобсон. – М. : Пищевая пром-сть, 1977. – 368 с.
6. Руководство по проектированию промышленных холодильных систем [Текст]. – М. : Данфосс, 2006. – 107 с.

Отримано 30.03.2011. ХДУХТ, Харків.

© В.О. Потапов, С.М. Мольський, В.В. Качалов, 2011.

УДК 532.135; 532.

**Е.В. Білецький**, канд. техн. наук (*ХТЕІ КНЕУ, Харків*)

**Ю.А. Толчинський**, канд. техн. наук (*НТУ «ХПІ», Харків*)

**О.В. Петренко**, ст. викл. (*ХДУХТ, Харків*)

### **ПОЗДОВЖНЬО-ПОПЕРЕЧНА ТЕЧІЯ НЬЮТОНІВСЬКОЇ РІДИНИ З В'ЯЗКІСТЮ, ЩО ЗАЛЕЖИТЬ ВІД ШВИДКОСТІ ЗРУШЕННЯ У ПРЯМОКУТНОМУ КАНАЛІ ШНЕКОВОЇ МАШИНИ**

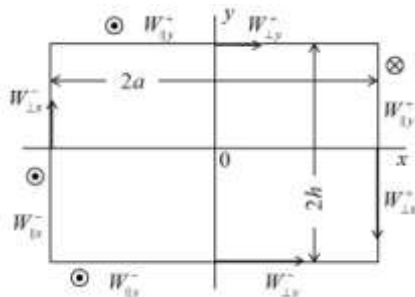
*Розглянуто питання математичного моделювання поздовжньо-поперечної течії ступеневої рідини у щільному каналі шнекової машини. Одержані рівняння дають можливість проводити моделювання в'язкопластичних течій з різними значеннями швидкостей стінок та профілями.*

*Рассмотрен вопрос математического моделирования продольно-поперечного течения степенной жидкости в щелевом канале шнековой машины. Полученные уравнения позволяют проводить моделирование вязкопластических течений с различными значениями скоростей стенок и профилями.*

*The problem of mathematical modeling of transverse-longitudinal flow of staid fluid in the slot channel of the screw machine has been studied. The equations obtained make it possible to simulate viscoplastic flows with various values of walls velocity and profiles.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Рух нелінійних рідин є частиною гідродинаміки ламінарних або стокових течій. Такий рух відіграє важливу роль у процесах та апаратах харчової й хімічної технологій. Рідини з великими значеннями в'язкості рухаються у каналах робочих камер шнекових машин [1-5]. Такі машини дуже поширені у харчовій та хімічній технології. Розповсюдженість таких машин пояснюється тим, що вони є засобом впливу на матеріал, що рухається в них, у дуже широкому діапазоні значень параметрів впливу таких як тиск, швидкість зрушення, температура, ступінь перемішування, дисперсність та ін. [2-5]. Рідини з малими значеннями в'язкості також знаходять застосування як теплоносії, як у сорочках шнекових машин так і в сорочках інших апаратів харчової й хімічної технологій. У всіх випадках рідини, в'язкість яких визначається швидкістю зрушення, відрізняються великою різноманітністю своїх реологічних властивостей. Рух кожної з рідин необхідно окремо розглядати у каналах стандартної геометрії. Щоб уникнути такої можливості необхідно взяти до уваги ту обставину, що кожна в'язкість, яка залежить лише від швидкості зрушення, являє собою деяку функцію другого інваріанта тензора швидкості деформацій [6-8]. Вважаючи цю функцію гладкою й безперервною, її можна апроксимувати лінійними функціями, тобто виконати кусково-лінійну апроксимацію [9; 10]. Оскільки цю операцію можна виконати завжди, то замість того, щоб розв'язати безліч окремих задач течії для різних рідин, достатньо розв'язати задачу для однієї єдиної рідини, закон течії якої визначається в'язкістю, яка лінійно залежить від кореня квадратного другого інваріанта тензора швидкості деформацій. Течію такої рідини необхідно розглядати у стандартному каналі, який необхідно взяти прямокутної форми певної довжини, стінки в якому рухаються довільно відносно одна одної. Канал такої форми, з такими рухомими стінками добре показує канали у робочій камері шнекової машини [1-5]. Рух стінок каналів, з яких складається робоча камера такої машини, виникає у результаті відносного руху черв'яків і корпусу машини [1-5]. Сам канал формується поверхнями черв'яків та внутрішньою поверхнею корпусу машини [1-5]. Рідина, що тече у такому каналі, переміщається завдяки різниці тиску вздовж і поперек каналу й захопленням рідини

поверхніми черв'яка, що рухаються за рахунок прилипання рідини до них. З названих причин реальний рух рідини у прямокутному каналі є тривимірним. Цей рух можна умовно поділити на поздовжній – уздовж довжини каналу та поперечний. Поперечна течія є циркуляцією, інтенсивність якої залежить від поперечних складових швидкостей стінок каналу. Метою розв'язку будь-якої задачі про течію рідини є визначення значень тиску й вектора швидкості кожної точки усередині каналу [11; 12]. Тривимірні течії вивчаються, як правило, численними методами. Одержана при цьому інформація має велику точність. Її узагальнення з метою виділення впливу окремих параметрів вимагає аналізу великого обсягу числової інформації. Форма подання результатів такого впливу носить описовий характер і виконується з великими погрішностями. Можливий інший підхід до проблеми побудови картини тривимірної течії. Він має за своїм змістом розв'язок простої, але зберігає усі важливі параметри течії, задачі в аналітичній формі. Звичайно, така задача одномірна. Потім за допомогою евристичних методів композиції на основі результатів розв'язку одномірної задачі будується тривимірний розв'язок задачі. Такий розв'язок має меншу точність, ніж чисельний, зате дозволяє досліднику одержати фізично обґрунтовані комбінації параметрів на відміну від випадкових комбінацій описового характеру, що виходять у разі чисельного розв'язку задачі. Рішення, основані на аналітичних засобах, мають більшу методичну цінність і можуть використовуватися іншими дослідниками у разі розв'язку інших задач. Як спосіб вивчення руху нелінійних рідин автори дотримуються аналітичного підходу з подальшою композицією. Базовим завданням при цьому є поняття про куєттовську течію у щільному каналі. Прямокутний канал і граничні умови, які створюють у ньому тривимірну течію, наведені на рис. 1.



**Рисунок 1 – Прямокутний канал і граничні умови тривимірної течії в каналі:**  $W_{iy}^{\pm}$  – значення поздовжньої швидкості на границях каналу; нормальних до осі  $OY$ ;  $W_{ix}^{\pm}$  – значення поздовжньої швидкості на границях каналу; нормальних до осі  $OX$ ;  $W_{\perp x}^{\pm}, W_{\perp y}^{\pm}$  – значення поперечних швидкостей на границях каналу

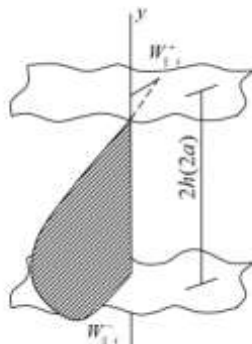
Граничні умови для базового завдання куеттовської течії зображені на рис. 2.

Знання величин тиску й швидкості у кожній внутрішній точці каналу дає можливість обчислити такі величини як витрати течії, дисипативне тепловиділення, швидкість зрушення й зрушувальні напруги. Витрати є найважливішою режимною характеристикою шнекової машини, дисипативне тепловиділення впливає на всі властивості рідини, що рухається в

каналі, швидкість зрушення визначає ступінь перемішування в рідині, а напруга зрушення визначає дисперсність матеріалу, моделлю якого є рідина, що розглядається, та інтенсивність механофізичних і механохімічних перетворень у матеріалі. Поля тиску швидкості цілком залежать від граничних умов на стінках каналу. Саме ці умови визначаються конструкцією робочої камери через кут підйому гвинтової лінії черв'яка і його кроку, а також швидкістю обертання вала машини [1-5].

**Мета та завдання статті.** Виходячи з вищесказаного, у статті розглядається задача течії в прямокутному каналі як композиція двох поздовжньо-поперечних течій у щілинних каналах.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Кожна з поздовжньо-поперечних течій може бути зведена до композиції поздовжньої й поперечної течій. Поздовжня течія виникає за рахунок захоплення рідини рухом стінок каналу і довільним перепадом тиску, який є вільним параметром задачі. Поперечні течії теж породжуються захопленням рідини рухом стінок і перепадом тисків поперек каналу. Але цей перепад не є довільним, так як визначається умовою нульової витрати в поперечній течії. З урахуванням таких міркувань варто шукати поле швидкості як поле, що має три компоненти, кожне з яких



**Рисунок 2 – Фрагмент щілинного каналу із граничними умовами**

залежить від усіх трьох координат. Координати  $x$  й  $y$  лежать у площині поперечного перерізу каналу, а координата  $z$  – уздовж каналу. Рівняння стану неньютонівської рідини й рівняння її руху слід записати так:

$$\begin{aligned} \Phi_{ik} &= m \left[ \frac{\partial x_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right]; \quad m \Phi_{22} = \bar{b} + v \sqrt{I_2}; \\ I_2 &= \sum_{i,k} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial x_i}{\partial x_k} + \frac{\partial x_k}{\partial x_i} \right)^2; \quad i, k = x, y, z; \\ \frac{\partial P}{\partial z} &= \frac{\partial \Phi_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yz}}{\partial y}; \quad x_x = x_x, y_y; \quad \frac{\partial x_x}{\partial x} + \frac{\partial x_y}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial \Phi_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{xy}}{\partial y}; \quad x_y = x_y, y_y; \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{\partial \Phi_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yy}}{\partial y}, \quad x_z = x_z, y_z \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\Phi_{ik}$  – компоненти тензора напруг у рідині;  $m$  – в'язкість;  $I_2$  – другий інваріант тензора швидкості деформацій;  $P$  – тиск у рідині;  $\bar{b}$ ,  $v$  – параметри в'язкості рідини, що залежать від її молекулярного складу.

У рівняння (1) не входять похідні по координаті  $z$  через те, що поле течії є тривимірним, але плоским. Течії, з яких методом композиції складається розв'язок задачі (1) будується на основі розв'язок наступних двох задач:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yz}}{\partial y}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yz}}{\partial y};$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial \Phi_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yy}}{\partial y};$$

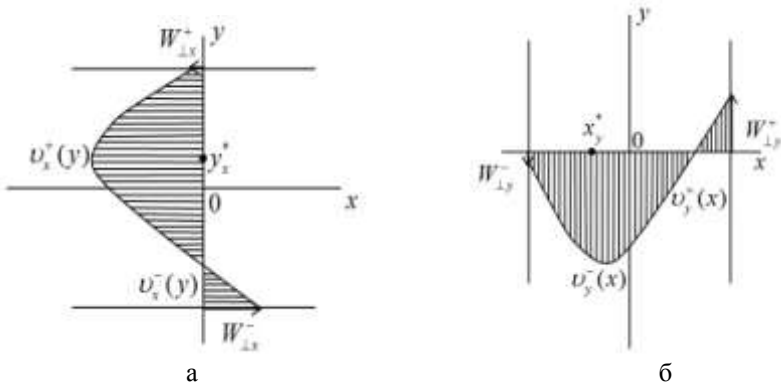
$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{xy}}{\partial y}. \quad (3)$$

Рішення завдання (2) являє собою сукупність рішень двох завдань, що описують поздовжні течії вздовж осі  $oz$  й осі  $oy$  окремо. Вказані течії залежать лише від координати  $y$ , що представлено на рис. 3а.

Рішення завдання (3) являє собою сукупність рішень двох завдань, які описують поперечну течію вздовж осі  $oz$  й  $ox$  окремо. Ці течії залежать від координати  $x$ , що представлено на рис. 3(б).

Для виконання цієї задачі треба в першому рівнянні системи (2) всі похідні швидкості виразити через  $\frac{\partial x_z}{\partial y}$ , а в другому рівнянні системи (2) – через  $\frac{\partial x_x}{\partial y}$ . Теж саме варто зробити й з рівняннями (3):

у першому рівнянні всі похідні виразити через  $\frac{\partial x_z}{\partial x}$ , а в другому рівнянні – через  $\frac{\partial x_y}{\partial x}$ . Через ту обставину, що в'язкість рідини залежить від компонентів тензора швидкості зрушення, ці ж операції необхідно виконати і над другим інваріантом  $I_2$ .



**Рисунок 3 – Поперечна течія в щілинному каналі: а – залежно від координати  $y$ , б – залежно від координати  $x$**

Рівняння для поздовжньої складової швидкості в системі (1) у розгорнутому вигляді записується таким чином:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho + \nu \sqrt{I_2} \frac{\partial x_z}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho + \nu \sqrt{I_2} \frac{\partial x_z}{\partial y} \right\};$$

$$I_2 = 2 \left( \frac{\partial x_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial x_z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial x_z}{\partial y} \right)^2 + \frac{2}{4} \left( \frac{\partial x_x}{\partial y} + \frac{\partial x_y}{\partial x} \right)^2. \quad (4)$$

Виражаючи всі похідні компонентів швидкості через похідну  $\frac{\partial x_z}{\partial y}$  виходять такі результати:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_x}{\partial x} &\sim \mathfrak{N} \frac{e_x \mathfrak{N}_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^- + D_{xy} \cdot x_{mxx}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}, \quad \mathfrak{N} = h/a \\ \frac{\partial x_z}{\partial x} &\sim \mathfrak{N} \frac{e_z \mathfrak{N}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}, \\ \frac{\partial x_x}{\partial y} &\sim \frac{e_x \mathfrak{N}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}, \\ \frac{\partial x_y}{\partial x} &\sim \mathfrak{N} \frac{e_y \mathfrak{N}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}, \end{aligned} \quad (5)$$

у яких величини  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \delta_{xy}, \delta_{zx}, \delta_{yx}, \delta_{zy}$  будуть визначені нижче.

Величини  $x_{mij}$  – це значення екстремумів компонентів швидкості  $v_i$ , що залежать від координати  $x_j$   $(j = x, y, z)$ . Підстановка (5) у вираження (4) для другого інваріанта  $I_2$  дозволяє представити його в такій формі:

$$\begin{aligned} I_2 &= \sqrt{\dot{R}_{zy}} \cdot \left| \frac{\partial x_z}{\partial y} \right|; \\ \dot{R}_{zy} &= 2\mathfrak{N}^2 \left[ \frac{e_x \mathfrak{N}_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^- + D_{xy} \cdot x_{mxx}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}} \right]^2 + \mathfrak{N}^2 \left[ \frac{e_z \mathfrak{N}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}} \right]^2 + \\ &+ \frac{2}{4} \left[ \mathfrak{N} \frac{e_y \mathfrak{N}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}} + \frac{e_x \mathfrak{N}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_z \mathfrak{N}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}} \right] + 1. \quad (6) \end{aligned}$$

На підставі рівняння руху (4) і формули (6) з урахуванням оцінок (5) виходить одномірною однокомпонентною задачею поздовжньої течії такого виду:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[ \bar{b}_{zy} + B_{zy} \left| \frac{\partial x_z}{\partial y} \right| \right] \frac{\partial x_z}{\partial y} \right\},$$

$$\bar{b}_{zy} = \frac{\bar{b}}{2} \cdot \left[ 1 + N^2 \frac{e_z w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}}{e_z w_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}} \right], \quad (7)$$

$$B_{zy} = \frac{B}{2} \cdot \left[ 1 + N^2 \frac{e_z w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}}{e_z w_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}} \right] \cdot \sqrt{\bar{R}_{zy}}. \quad (8)$$

Завдання (7) і (8) можуть бути вирішені елементарними засобами точно з урахуванням граничних умов  $x_z \rightarrow w_{\parallel y}^+$ ,  $x_z \rightarrow h \leftarrow w_{\parallel y}^-$ .

Для розв'язку поздовжньої задачі про течію вздовж осі  $ox$  із залежністю швидкості течії від координати необхідні наступні оцінки для відношень похідної  $\frac{\partial x_i}{\partial x_k}$  до похідної  $\frac{\partial x_x}{\partial y}$ :

$$\frac{\partial x_x / \partial x}{\partial x_x / \partial y} \sim N \frac{e_x w_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^- + D_{xx} x_{mxx}}{e_x w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} x_{mxy}},$$

$$\frac{\partial x_z / \partial x}{\partial x_x / \partial y} \sim N \frac{e_z w_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} x_{mzx}}{e_x w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} x_{mxy}},$$

$$\frac{\partial v_z / \partial y}{\partial v_x / \partial y} \sim \frac{\varepsilon_z w_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + \delta_{zy} v_{mzy}}{\varepsilon_x w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + \delta_{xy} v_{mxy}},$$

$$\frac{\partial x_y / \partial x}{\partial x_x / \partial y} \sim N \frac{e_y w_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yy} x_{myx}}{e_x w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} x_{mxy}}. \quad (9)$$

Підстановка оцінок (9) у вираження (4) для  $I_2$  в такому вигляді:



$$I_2 = \sqrt{\dot{R}_{xy}} \cdot \left| \frac{\partial x_x}{\partial y} \right|,$$

$$\dot{R}_{xy} = 2N^2 \left[ \frac{e_x \mathfrak{H}_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^- + D_{xx} x_{mxx}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} x_{mxy}} \right]^2 + N^2 \left[ \frac{e_z \mathfrak{H}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} x_{mzx}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} x_{mxy}} \right]^2 +$$

$$+ \left[ \frac{e_z \mathfrak{H}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} x_{mzy}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} x_{mxy}} \right]^2 + \frac{2}{4} \left[ 1 + N \frac{e_y \mathfrak{H}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yy} x_{myx}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} x_{mxy}} \right]^2. \quad (10)$$

Рівняння руху поздовжньої течії вздовж осі  $ox$  з урахуванням (9) і (10) перетворюється в однокомпонентне одномірне такого виду:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \bar{\mathfrak{b}}_{xy} + \mathbf{v}_{xy} \left| \frac{\partial x_x}{\partial y} \right| \right) \frac{\partial x_x}{\partial y} \right\},$$

$$\bar{\mathfrak{b}}_{xy} = \bar{\mathfrak{b}} \cdot \left[ N^2 \frac{e_x \mathfrak{H}_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^- + D_{xx} \cdot x_{mxx}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}} + \frac{1}{2} N \frac{e_y \mathfrak{H}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yy} \cdot x_{myx}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}} \right],$$

$$\mathbf{v}_{xy} = \mathbf{v} \cdot \left[ N^2 \frac{e_x \mathfrak{H}_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^- + D_{xx} \cdot x_{mxx}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}} + \frac{1}{2} N \frac{e_y \mathfrak{H}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yy} \cdot x_{myx}}{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}} \right] \cdot \sqrt{\dot{R}_{xy}}. \quad (11)$$

Розв'язок задачі (3) передбачає її перетворення у дві поздовжні задачі так, як це було зроблено для рівняння (2). Уникаючи повторення можна записати лише остаточні результати так:

$$I_2 = \sqrt{\dot{R}_{zx}} \left| \frac{\partial v_z}{\partial x} \right|,$$

$$R_{zx} = 2 \cdot \left[ \frac{e_x \mathfrak{H}_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^- + D_{xx} \cdot x_{mxx}}{e_z \mathfrak{H}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}} \right]^2 + \frac{1}{N^2} \left[ \frac{e_z \mathfrak{H}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}{e_z \mathfrak{H}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}} \right]^2 +$$

$$+ \frac{2}{4} \left[ \frac{1}{N} \frac{e_x \mathfrak{H}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_z \mathfrak{H}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}} + \frac{e_y \mathfrak{H}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}}{e_z \mathfrak{H}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}} \right]^2 + 1,$$

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \bar{\sigma}_{zx} + \mathbf{B}_{zx} \left| \frac{\partial x_z}{\partial x} \right| \right) \frac{\partial x_z}{\partial x} \right\}; \quad (12)$$

$$\bar{\sigma}_{zx} = \frac{\bar{\sigma}}{2} \left[ 1 + \frac{1}{\aleph^2} \cdot \frac{e_z \mathfrak{M}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}{e_z \mathfrak{M}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}} \right];$$

$$\mathbf{B}_{zx} = \frac{\mathbf{B}}{2} \left[ 1 + \frac{1}{\aleph^2} \cdot \frac{e_z \mathfrak{M}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}{e_z \mathfrak{M}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- + D_{zx} \cdot x_{mzx}} \right] \sqrt{\dot{R}_{zx}};$$

$$I_2 = \sqrt{\dot{R}_{yx}} \left| \frac{\partial v_y}{\partial x} \right|, \quad (13)$$

$$\dot{R}_{yx} = 2 \cdot \left[ \frac{e_x \mathfrak{M}_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^- + D_{xx} \cdot x_{mxx}}{e_z \mathfrak{M}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right]^2 + \left[ \frac{e_z \mathfrak{M}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzx}}{e_z \mathfrak{M}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right]^2 +$$

$$+ \frac{1}{\aleph^2} \left[ \frac{e_z \mathfrak{M}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- + D_{zy} \cdot x_{mzy}}{e_y \mathfrak{M}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right]^2 + \frac{2}{4} \left[ 1 + \frac{1}{\aleph} \frac{e_x \mathfrak{M}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_y \mathfrak{M}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right]^2,$$

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \alpha_{yx} + \beta_{yx} \left| \frac{\partial v_y}{\partial x} \right| \right) \frac{\partial v_y}{\partial x} \right\}; \quad (14)$$

$$\bar{\sigma}_{yx} = \bar{\sigma} \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{\aleph} \frac{e_x \mathfrak{M}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_y \mathfrak{M}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right) - \frac{1}{\aleph} \cdot \frac{e_x \mathfrak{M}_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_y \mathfrak{M}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right]$$

$$\mathbf{B}_{yx} = \mathbf{B} \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{\aleph} \frac{e_x \mathfrak{M}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_y \mathfrak{M}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right) - \frac{1}{\aleph} \cdot \frac{e_x \mathfrak{M}_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^- + D_{xy} \cdot x_{mxy}}{e_y \mathfrak{M}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- + D_{yx} \cdot x_{myx}} \right] \quad (15)$$

Отримані рівняння являють собою одну й ту ж задачу поздовжньої одномірної течії рідини з в'язкістю, що має різні коефіцієнти  $\bar{\sigma}_{ik}$  й  $\mathbf{B}_{ik}$ . У результаті рішення цього завдання виходить чотири швидкості:  $x_z \llcorner$ ,  $x_z \llcorner$ ,  $x_x \llcorner$ ,  $x_y \llcorner$ . Для перших двох швидкостей є ненульова витрата. Для останніх двох умова нульової

витрати фіксує градієнти  $\partial P/\partial x$  й  $\partial P/\partial y$ . Розв'язок задачі про поздовжню одномірну течію наведено у праці [13]. Згідно з отриманими результатами профіль швидкості описується функцією суми постійного доданка, доданка лінійного по координаті й доданка, що залежить від координати в степені  $3/2$ . Ця функція для всіх вищенаведених рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 x_i^{\pm} &= \frac{\bar{b}_{ik}}{2B_{ik}} \left[ x_k \mp \left( \frac{\bar{b}_{ik}^2}{4B_{ik}^2} + \frac{x_k - x_{ki}^*}{B_{ik}} \cdot \frac{\partial P}{\partial x_i} \right)^{3/2} \frac{2}{3} \frac{B_{ik}}{\partial P/\partial x_i} - \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{\bar{b}_{ik}^2}{4B_{ik}^2} + \frac{l_k - x_{ki}^*}{B_{ik}} \cdot \frac{\partial P}{\partial x_i} \right)^{3/2} \frac{2}{3} \frac{B_{ik}}{\partial P/\partial x_i} \right], \\
 i = z, \quad & i = x, \quad i = z, \quad i = y, \\
 x_k = y, \quad & x_k = y, \quad x_k = x, \quad x_k = x, \\
 l_k = h; \quad & l_k = h; \quad l_k = a; \quad l_k = a; \\
 x_{ki}^* = y_z^*; \quad & x_{ki}^* = y_x^*; \quad x_{ki}^* = x_z^*; \quad x_{ki}^* = x_y^*;
 \end{aligned} \tag{16}$$

Величини  $x_{ki}^*$  мають сенс відповідних координат екстремальних точок профілів швидкості. Профілі швидкості (16) породжують витрати  $\dot{v}_z$  й  $\dot{v}_z$ . Єдина формула для цих витрат може бути записана таким чином:

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_z &= w_{\parallel}^+ \left[ l_i - x_i^* \right] + w_{\parallel}^- \left[ l_i + x_i^* \right] + \frac{\bar{b}_{zi}}{2B_{zi}} \left( l_i^2 + x_i^{*2} \right) + \\
 &+ \frac{4}{15} \left( \frac{B_{zi}}{\partial P/\partial z} \right)^2 \left\{ \left( \frac{\bar{b}_{zi}^2}{4B_{zi}^2} + \frac{l_i - x_i^*}{B_{zi}} \frac{\partial P}{\partial z} \right)^{5/2} + \left( \frac{\bar{b}_{zi}^2}{4B_{zi}^2} + \frac{l_i + x_i^*}{B_{zi}} \frac{\partial P}{\partial z} \right)^{5/2} - 2 \left( \frac{\bar{b}_{zi}^2}{4B_{zi}^2} \right)^{5/2} \right\} - \\
 &- \frac{2}{3} \left( \frac{B_{zi}}{\partial P/\partial z} \right) \left\{ \left( \frac{\bar{b}_{zi}^2}{4B_{zi}^2} + \frac{l_i - x_i^*}{B_{zi}} \frac{\partial P}{\partial z} \right)^{3/2} \left[ l_i - x_i^* \right] + \left( \frac{\bar{b}_{zi}^2}{4B_{zi}^2} + \frac{l_i + x_i^*}{B_{zi}} \frac{\partial P}{\partial z} \right)^{3/2} \left[ l_i + x_i^* \right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{lll}
 i = x, & i = x, & l_i = a, & x_i^* = y_z^*; \\
 i = y, & i = y, & l_i = h, & x_i^* = x_z^*;
 \end{array} \quad (17)$$

Рівняння, що дозволяє обчислити поперечні градієнти тисків  $\frac{\partial P}{\partial x}$  і  $\frac{\partial P}{\partial y}$  записуються в такий спосіб:

$$\begin{aligned}
 & w_{\perp y}^+ \left( \frac{h - y_x^*}{2B_{xy}} + \frac{\bar{v}_{xy}}{2B_{xy}} \right) \left( \frac{h - y_x^*}{2B_{xy}} + \frac{\bar{v}_{xy}}{2B_{xy}} \right)^2 + \frac{4}{15} \left( \frac{B_{xy}}{\partial P / \partial x} \right)^2 \cdot \\
 & \cdot \left\{ \left( \frac{\bar{v}_{xy}^2}{4B_{xy}^2} + \frac{h - y_x^*}{B_{xy}} \frac{\partial P}{\partial x} \right)^{5/2} + \left( \frac{\bar{v}_{xy}^2}{4B_{xy}^2} + \frac{h + y_x^*}{B_{xy}} \frac{\partial P}{\partial x} \right)^{5/2} - 2 \left( \frac{\bar{v}_{xy}^2}{4B_{xy}^2} \right)^{5/2} \right\} - \\
 & - \frac{2}{3} \left( \frac{B_{xy}}{\partial P / \partial x} \right) \cdot \left\{ \left( \frac{\bar{v}_{xy}^2}{4B_{xy}^2} + \frac{h - y_x^*}{B_{xy}} \frac{\partial P}{\partial x} \right)^{3/2} \cdot \left( \frac{h - y_x^*}{2B_{xy}} + \frac{\bar{v}_{xy}}{2B_{xy}} \right) + \left( \frac{\bar{v}_{xy}^2}{4B_{xy}^2} + \frac{h + y_x^*}{B_{xy}} \frac{\partial P}{\partial x} \right)^{3/2} \cdot \left( \frac{h + y_x^*}{2B_{xy}} + \frac{\bar{v}_{xy}}{2B_{xy}} \right) \right\}; \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & w_{\perp x}^+ \left( \frac{a - x_y^*}{2B_{yx}} + \frac{\bar{v}_{yx}}{2B_{yx}} \right) \left( \frac{a - x_y^*}{2B_{yx}} + \frac{\bar{v}_{yx}}{2B_{yx}} \right)^2 + \frac{4}{15} \left( \frac{B_{yx}}{\partial P / \partial y} \right)^2 \cdot \\
 & \cdot \left\{ \left( \frac{\bar{v}_{yx}^2}{4B_{yx}^2} + \frac{a - x_y^*}{B_{yx}} \frac{\partial P}{\partial y} \right)^{5/2} + \left( \frac{\bar{v}_{yx}^2}{4B_{yx}^2} + \frac{a + x_y^*}{B_{yx}} \frac{\partial P}{\partial y} \right)^{5/2} - 2 \left( \frac{\bar{v}_{yx}^2}{4B_{yx}^2} \right)^{5/2} \right\} - \\
 & - \frac{2}{3} \left( \frac{B_{yx}}{\partial P / \partial y} \right) \cdot \left\{ \left( \frac{\bar{v}_{yx}^2}{4B_{yx}^2} + \frac{a - x_y^*}{B_{yx}} \frac{\partial P}{\partial y} \right)^{3/2} \cdot \left( \frac{a - x_y^*}{2B_{yx}} + \frac{\bar{v}_{yx}}{2B_{yx}} \right) + \left( \frac{\bar{v}_{yx}^2}{4B_{yx}^2} + \frac{a + x_y^*}{B_{yx}} \frac{\partial P}{\partial y} \right)^{3/2} \cdot \left( \frac{a + x_y^*}{2B_{yx}} + \frac{\bar{v}_{yx}}{2B_{yx}} \right) \right\}; \quad (19)
 \end{aligned}$$

Із профілів швидкості  $v_z$  у  $v_x$  можна побудувати профіль поздовжньої швидкості  $v_z$  таким чином. Прямокутник, що лежить у поперечному перерізі каналу розбивається на ділянки. У кожній окремій ділянці швидкість поздовжньої течії підкоряється лише одній

залежності  $x_z^+ \Psi^-$  або  $x_z^+ \Psi^-$ . Усього виходить чотири ділянки, які зображені на рис. 4а.

Ці ділянки відокремлені одна від іншої контактними лініями. Для визначення форми контактних ліній необхідно вимагати виконання умови безперервності для різних профілів швидкості.

Поздовжні швидкості  $x_z \Psi^-$  й  $v_z x$  мають по дві галузі. Наявність галузей викликана тим, що в рівняння руху входить в'язкість, що не може бути негативною. У рівняннях поздовжньої одномірної течії ця властивість в'язкості забезпечується входженням величин  $\left| \frac{\partial x_i}{\partial x_k} \right|$ .

Умови безперервності мають такий вигляд:  $x_z^+ \Psi^- = x_z^+ \Psi^-$ ;  $x_z^+ \Psi^- = x_z^- \Psi^-$ ;  $x_z^- \Psi^- = x_z^+ \Psi^-$ ;  $x_z^- \Psi^- = x_z^- \Psi^-$ . Вони визначають чотири залежності  $y = f(x)$ . Прирівнявши ці залежності попарно, виходять координати точок перетинання ліній. Як це зображено на рис. 4а. Таким же способом необхідно робити розбивку поперечного перерізу каналу для поперечних швидкостей  $x_x \Psi^-$  і  $x_y \Psi^-$ . Кожна із цих швидкостей має по дві галузі з тих причин, що й поздовжня швидкість. Тому ділянок розбивки теж чотири. Умови безперервності визначають чотири контактні лінії. На відміну від безперервності поздовжньої швидкості на цих лініях не можна вимагати безперервності вектора поперечної швидкості. Можна вимагати лише безперервності абсолютної величини швидкості. Вектор швидкості на контактній лінії повертає на кут, рівний  $\frac{\pi}{2}$ . Усе вищезазначене зображено на рис. 4б.

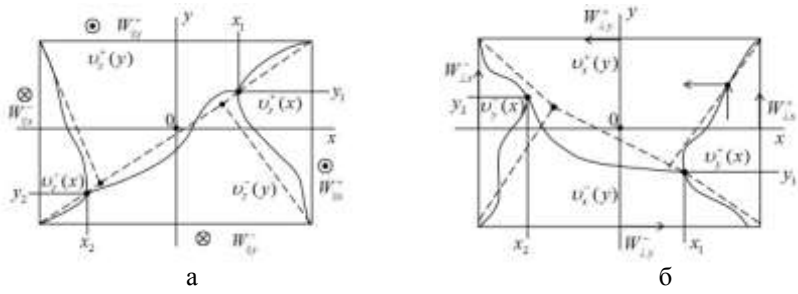


Рисунок 4 – Розбивка прямокутного каналу і лінеаризація розбивки: а – для поздовжньої течії; б – для поперечної течії

Умови безперервності в поперечній течії такі:  $x_x^+ \psi^- = x_y^+ \psi^-$ ;  $x_x^+ \psi^- = x_y^- \psi^-$ ;  $x_x^- \psi^- = x_y^+ \psi^-$ ;  $x_x^- \psi^- = x_y^- \psi^-$ . Ці умови дають чотири залежності  $y = f(x)$ . Прирівнявши ці залежності попарно одержуємо координати точок перетинання ліній.

Із цього опису випливає, що побудова тривимірного поля течії зводиться до рішення двох рівнянь для знаходження поперечних градієнтів тиску  $\frac{\partial P}{\partial x}$  й  $\frac{\partial P}{\partial y}$  і восьми рівнянь для контактних ліній у поздовжній і поперечній течіях. Рівняння для градієнтів тисків мають нелінійний характер і допускають лише чисельне точне рішення. Метод побудови приблизного рішення обговорюється у праці [14]. Цей метод використовує аналогію між ньютонівською течією і в'язкопластичною течією відповідно до формули (1). Метод рішення рівнянь безперервності, що призводить до приблизного визначення контактних ліній, ґрунтується на таких міркуваннях. Загальний вигляд одномірного поздовжнього профілю швидкості для всіх чотирьох задач даної роботи такий:

$$x_i^\pm \psi^\pm = a_{ik}^\pm + b_{ik}^\pm x_k + c_{ik}^\pm + d_{ik}^\pm x_k^{3/2}, \quad (20)$$

де коефіцієнти  $a_{ik}^\pm$ ,  $b_{ik}^\pm$ ,  $c_{ik}^\pm$ ,  $d_{ik}^\pm$  безпосередньо визначаються за формулами (16). Форма ліній фіксується попарним прирівнюванням виразень (20). Явний дозвіл рівнянь із правими й лівими частинами (20) неможливий через присутність доданка в степені 3/2. У коефіцієнти  $d_{ik}^\pm$  входять різниці  $\pm x_i^*$ . Координати  $x_i^*$  визначають положення екстремуму відповідного профілю швидкості. Якщо екстремум перебуває усередині проміжку  $[-l_i, +l_i]$ , то профіль швидкості опуклий або ввігнутий. Якщо координата  $x_i^*$  не належить відповідному проміжку, то це означає, що екстремум перебуває поза проміжком, тобто профіль швидкості має монотонний характер. Якщо координата  $x_i^*$  належить ділянці течії, то доданок у степені 3/2 можна лінеаризувати по  $x_k$  з погрешністю не більше 20%. У такий спосіб умови безперервності перетворюються в лінійні рівняння зв'язку між різними  $x_k$ . В іншому випадку, коли значення  $x_k^* > l_k > x_k$  теж можна розкласти доданок у степені 3/2 у ряд Тейлора до першого доданка по малому параметру, у якості якого виступає координата  $x_k$ . Тобто лінеаризація можлива й для більших і для малих значень

$x_k^*$  у порівнянні з величиною  $l_k$ . Найбільш важким є випадок, коли  $x_k^* > l_k$  й одночасно  $x_k^* \sim l_k$ . У цьому випадку можна побудувати приблизне вираження, що охоплює розгляд крайніх випадків, які ґрунтовані на принципі граничної відповідності.

Представлені вище побудови, які полягають у перетворенні тривимірної задачі течії в сукупність одновимірних задач суттєвим чином спирались на оцінки відношень похідних по координатах від компонентів швидкості. Ці всі оцінки мають вигляд відношень лінійних комбінацій граничних швидкостей рухаючих стінок та екстремальних значень швидкостей течій. Значення коефіцієнтів при сумах граничних швидкостей дорівнює  $1/2$ , а значення коефіцієнтів при різницях граничних швидкостей дорівнюють одиниці. Коефіцієнти  $d_{ik}$  визначаються виходячи з таких міркувань. Середнє значення похідної швидкості дорівнює різниці граничних значень, поділеної на довжину інтервалу  $2l_k$ . Це середнє значення не враховує наявності екстремуму профілю швидкості. У випадку нерухомих границь або границь, які рухаються з однаковою швидкістю оцінки відношень похідних без врахування екстремальних значень дають нульове або нескінченне значення, що є неприйнятним. Положення ускладнюється ще й тим, що по різні сторони від екстремальної точки похідна має різний знак. Отже, оцінка характерного значення похідної в ділянці її змінення повинна відповідати абсолютній величині. Якщо положення точки екстремуму знаходиться поза інтервалом зміни змінної, то відповідний профіль є монотонним і екстремуму усередині інтервалу немає, а у протилежному випадку він є. Найпростіша гіпотеза, що задовільно описує таке положення справ така:

$$d_{zy} = \frac{h^2}{h^2 + y_z^{*2}}; d_{zx} = \frac{a^2}{a^2 + x_z^{*2}}; d_{xy} = \frac{h^2}{h^2 + y_x^{*2}}; d_{yx} = \frac{a^2}{a^2 + x_y^{*2}}. \quad (21)$$

Більш точна оцінка відношень похідних може бути отримана, якщо взяти до уваги, що якщо  $x_k^* = 0$ , то граничні швидкості або їхня різниця дорівнюють нулю. Тоді до множників  $1/2$  і  $1$  варто додати множники так, що  $\varepsilon_{ik}$  стають однаковими:

$$e_{zy} = \frac{y_z^{*2}}{h^2 + y_z^{*2}}; e_{zx} = \frac{x_z^{*2}}{a^2 + y_z^{*2}}; e_{xy} = \frac{y_x^{*2}}{h^2 + y_x^{*2}}; e_{yx} = \frac{x_y^{*2}}{a^2 + x_y^{*2}}. \quad (22)$$

У формулах (21) і (22) присутні величини  $y_z^*$ ,  $x_z^*$ ,  $y_x^*$ ,  $x_y^*$ . Щоб обчислити їхні значення можна скористатися результатами праці [13]. Тоді для цих величин одержуємо нелінійні рівняння, які

розв'язуються чисельно. Інший метод полягає в тому, щоб виконати одну ітерацію, використавши для першого кроку величини  $x_k^*$ . Тоді сама ітерація має своїм результатом формули праці [13]. Те ж саме належить й до величин  $x_{mij}$ . Для побудови ітерації використовується ньютонівська щільна течія з в'язкістю за формулою (1) із середнім або характерним значенням другого інваріанта тензора швидкості деформацій. Швидкість щільної ньютонівської течії має такий загальний вигляд:

$$\begin{aligned} x_z^\pm &= \frac{dP}{2\bar{m}dz} \left[ \bar{\mu} - y_z^* \bar{\mu} - \bar{\mu} \mp y_z^* \bar{\mu} \right] + w_{\parallel y}^\pm; \\ x_y^\pm &= \frac{1}{2\bar{m}} \frac{dP}{dx} \left[ \bar{\mu} - y_x^* \bar{\mu} - \bar{\mu} \mp y_x^* \bar{\mu} \right] + w_{\perp x}^\pm; \\ x_z^\pm &= \frac{1}{2\bar{m}} \frac{dP}{dz} \left[ \bar{\mu} - x_z^* \bar{\mu} - \bar{\mu} \mp x_z^* \bar{\mu} \right] + w_{\parallel x}^\pm; \\ x_x^\pm &= \frac{1}{2\bar{m}} \frac{dP}{dy} \left[ \bar{\mu} - x_x^* \bar{\mu} - \bar{\mu} \mp x_x^* \bar{\mu} \right] + w_{\perp y}^\pm. \end{aligned} \quad (23)$$

Граденти тиску  $dP/dx$  й  $dP/dy$  задовольняють умовам нульової витрати поперечної течії. Обчислюючи витрати для течій зі швидкостями  $x_y^\pm$  й  $x_x^\pm$  можна прийти до таких виражень для градієнтів поперечних тисків:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{12\bar{m} \bar{\mu}_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^-}{h^2}; \quad \frac{dP}{dy} = \frac{12\bar{m} \bar{\mu}_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^-}{a^2}. \quad (24)$$

Формули для обчислення величин  $x_k^*$  за допомогою  $\bar{m}$  й  $dP/dz$ ,  $dP/dx$ ,  $dP/dy$  мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} y_z^* &= -\frac{\bar{\mu}_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^- \bar{m}}{2h dP/dz}; \quad x_z^* = -\frac{\bar{\mu}_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^- \bar{m}}{2a dP/dz}; \\ y_x^* &= -\frac{\bar{\mu}_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^- \bar{m}}{2h dP/dx}; \quad x_y^* = -\frac{\bar{\mu}_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^- \bar{m}}{2a dP/dy}. \end{aligned} \quad (25)$$



З формул (24) і (25) треба, щоб для поперечних течій величини  $y_x^*$  й  $x_y^*$  дорівнювали:

$$y_x^* = -\frac{w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^-}{24(w_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^-)}h; \quad x_y^* = -\frac{w_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^-}{24(w_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^-)}h. \quad (26)$$

Для обчислення величин  $y_z^*$  і  $x_z^*$  за формулами (25) необхідно мати вираження для  $\bar{\mu}$ . Щоб його вивести, варто записати вираження для поздовжніх швидкостей

$$\begin{aligned} x_z &= \frac{w_{\parallel y}^+ + y}{2h} + \frac{w_{\parallel y}^- - y}{2h} - \frac{h^2 - y^2}{2\bar{m}} \frac{dP}{dz}, \\ x_z &= \frac{w_{\parallel x}^+ + x}{2a} + \frac{w_{\parallel x}^- - x}{2a} - \frac{a^2 - x^2}{2\bar{m}} \frac{dP}{dz}. \end{aligned} \quad (27)$$

Аналогічні вираження можна записати й для поперечних швидкостей  $x_x$  і  $x_y$  маючи через значення градієнтів тиску  $dP/dx$  й  $dP/dy$  з (24). Ці вираження такі:

$$\begin{aligned} x_x &= \frac{w_{\perp y}^+ + y}{2h} + \frac{w_{\perp y}^- - y}{2h} - 6 \frac{h^2 - y^2}{h^2} (w_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^-), \\ x_y &= \frac{w_{\perp x}^+ + x}{2a} + \frac{w_{\perp x}^- - x}{2a} - 6 \frac{a^2 - x^2}{a^2} (w_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^-). \end{aligned} \quad (28)$$

За допомогою (27) і (28) можна визначити характерні величини швидкості зрушення. Для спрощення можна вважати, що оскільки має місце поділ ділянки течії на частини, у кожній з яких є присутнім лише одне поле швидкості із загальної сукупності, що наведені у формулах (27) і (28), то для швидкостей зрушення в цих ділянках виходять такі оцінки:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{zy} &\sim \frac{w_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^-}{2h} - \frac{h}{m} \frac{dP}{dz}; \\ \dot{\epsilon}_{xy} &\sim \frac{w_{\perp y}^+ - w_{\perp y}^-}{2h} - \frac{12}{h} (w_{\perp y}^+ + w_{\perp y}^-). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{zx} &\sim \frac{w_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^-}{2a} - \frac{a}{\bar{m}} \frac{dP}{dz}; \\ \dot{\epsilon}_{yx} &\sim \frac{w_{\perp x}^+ - w_{\perp x}^-}{2a} - \frac{12}{a} \left( w_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^- \right); \end{aligned} \quad (29)$$

Підстановка виражень для  $\dot{\epsilon}_{zy}$  й  $\dot{\epsilon}_{zx}$  у формулу в'язкості з (1) призводить до рівняння для визначення в'язкості  $\bar{m}$  такого вигляду:

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \eta + \nu \left( \frac{w_{\parallel y}^+ - w_{\parallel y}^-}{2a} + \frac{a}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} \right); \\ \bar{m} &= \eta + \nu \left( \frac{w_{\parallel x}^+ - w_{\parallel x}^-}{2a} + \frac{a}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} \right). \end{aligned} \quad (30)$$

У цих рівняннях множники при коефіцієнті в варто використовувати за абсолютною величиною. Рішення рівнянь (30) мають такий вигляд (з урахуванням усіх можливих поєднань знаків величин  $w_{\parallel i}^+ - w_{\parallel i}^-$  і  $dP/dz$ ):

$$1. \Delta w_{\parallel i}^{\pm} > 0; \quad dP/dz > 0; \quad \frac{\Delta w_{\parallel i}^{\pm}}{2l_i} + \frac{l_i}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} > 0;$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} \left( \bar{\sigma} + \frac{\nu |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \bar{\sigma} + \frac{\nu |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right)^2 + \nu l_i \left| \frac{dP}{dz} \right|};$$

$$2. \Delta w_{\parallel i}^{\pm} > 0; \quad dP/dz < 0; \quad \frac{\Delta w_{\parallel i}^{\pm}}{2l_i} + \frac{l_i}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} > 0;$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} \left( \bar{\sigma} + \frac{\nu |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \bar{\sigma} + \frac{\nu |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right)^2 - \nu l_i \left| \frac{dP}{dz} \right|};$$

$$3. \Delta w_{\parallel i}^{\pm} < 0; \quad dP/dz > 0; \quad \frac{\Delta w_{\parallel i}^{\pm}}{2l_i} + \frac{l_i}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} > 0$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} \left( \bar{\sigma} - \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \bar{\sigma} - \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right)^2 + B l_i \left| \frac{dP}{dz} \right|};$$

$$4. \Delta w_{\parallel i}^{\pm} < 0; \quad dP/dz < 0; \quad \frac{\Delta w_{\parallel i}^{\pm}}{2l_i} + \frac{l_i}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} < 0;$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} \left( \bar{\sigma} - \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \bar{\sigma} - \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right)^2 - B l_i \left| \frac{dP}{dz} \right|};$$

$$5. \Delta w_{\parallel i}^{\pm} > 0; \quad dP/dz < 0; \quad \frac{\Delta w_{\parallel i}^{\pm}}{2l_i} + \frac{l_i}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} < 0;$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} \left( \bar{\sigma} + \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \bar{\sigma} + \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right)^2 - B l_i \left| \frac{dP}{dz} \right|};$$

$$6. \Delta w_{\parallel i}^{\pm} < 0; \quad dP/dz > 0; \quad \frac{\Delta w_{\parallel i}^{\pm}}{2l_i} + \frac{l_i}{\bar{m}} \frac{dP}{dz} < 0;$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} \left( \bar{\sigma} - \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \bar{\sigma} + \frac{B |\Delta w_{\parallel i}^{\pm}|}{2l_i} \right)^2 + B l_i \left| \frac{dP}{dz} \right|};$$

$$\Delta w_{\parallel i}^{\pm} \equiv w_{\parallel i}^+ - w_{\parallel i}^-; \quad i = y, x;$$

$$l_x = a;$$

$$l_y = h.$$

(31)

Отримане в (31) значення  $\bar{\mu}$  варто підставити у формули (25) для  $y_z^*$  й  $x_z^*$ . Тим самим всі величини  $x_k^*$  стають відомими. Значення швидкостей  $x_{mij}$  виходять безпосередньо з формул (23), якщо покласти відповідно  $y = y_z^*$ ,  $x = x_z^*$ ,  $y = y_x^*$ ,  $x = x_y^*$ . Після цього підстановкою  $x_k^*$  й  $v_{mij}$  в (21) і (22) обчислюються величини  $e_{ij}$ ,  $D_{ij}$  і

всілякі оцінки відношень похідних, які використовуються при отриманні рівнянь (4), (6), (7), (11), (13), (15).

**Висновки.** Підводячи деякий підсумок можна сказати, що в запропонованій роботі показаний метод розв'язок тривимірної задачі про течію неньютонівської рідини з в'язкістю з формули (1) шляхом розбивки течії на поздовжню й поперечну циркуляцію. Побудова полів швидкості кожної з течій спирається на розв'язок стандартної задачі щільної течії в каналі. Цей метод охоплює всі випадки руху стінок каналу як у поздовжньому так і в поперечному напрямках. Установлено, що поле швидкості тривимірної течії можна представити сукупністю чисто поздовжніх течій. Зв'язок між цими поздовжніми течіями й реальною тривимірною течією здійснюється через другий інваріант тензора швидкості деформацій. Основна ідея запропонованого методу складається з розбивки поперечного перерізу каналу на ділянки, у кожній з яких здійснюється тільки одна поздовжня й одна поперечна течія із сукупності стандартних рішень рівняння щільної течії. У рамках методу запропоновані різні способи визначення форми границь ділянок розбивки. Запропоновано ітераційний процес обчислення параметрів профілів швидкості стандартних щільних течій і явно обчислені характеристики першої ітерації.

#### *Список літератури*

1. Герман, Х. Шнековые машины в технологии [Текст] / Х. Герман. – Л. : Химия ; Лен. отд., 1975. – 229 с.
2. Тадмор, З. Теоретические основы переработки полимеров [Текст] / З. Тадмор, К. Гогос. – М. : Химия, 1984. – 628 с.
3. Ясногородский, А. Я. Многоцелевые двухшнековые машины для перерабатывающих технологий [Текст] / А. Я. Ясногородский, А. Г. Звездин. – Х. : Прапор, 2006. – 184 с.
4. Торнер, Р. В. Теоретические основы переработки полимеров [Текст] / Р. В. Торнер. – М. : Мир, 1977. – 464 с.
5. Арет, А. А. Физико-механические свойства сырья и готовой продукции [Текст] / А. А. Арет, Б. Л. Николаев, Л. К. Николаев. – СПб. : ГИОРД, 2009. – 448 с.
6. Уилкинсон, У. А. Неньютоновские жидкости [Текст] / У. А. Уилкинсон. – М. : Мир, 1964. – 216 с.
7. Фрейденталь, А. Математические теории непружинной сплошной среды [Текст] / А. Фрейденталь, Х. Гейрингер. – М. : ГИТТЛ, 1962. – 432 с.
8. Спенсер, Э. Теория инвариантов [Текст] / Э. Спенсер. – М. : Мир, 1974. – 156 с.
9. Березин, Н. С. Методы вычислений [Текст] / Н. С. Березин, П. П. Жидков. – Т. 1. – М. : Наука, 1978. – 632 с.
10. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст] / Г. М. Фихтенгольц. – Т. 1. – М. : Наука, 1966. – 608 с.
11. Попов, Д. Н. Гидромеханика [Текст] / Д. Н. Попов, С. С. Панакотти, М. В. Рябинин. – М. : МВТУ, 2002. – 383 с.

12. Фабер, Т. Э. Гидроаэродинамика [Текст] / Т. Э. Фабер. – М. : Постмаркет, 2001. – 559 с.

13. Белецкий Э. В. Продольное течение бингамовской жидкости с поперечной циркуляцией в прямоугольном канале червячной машины [Текст] / Э. В. Белецкий, Ю. А. Толчинский // Теория и практика инновационного развития кооперативного образования и науки : междунар. научно-практ. конф. профессорско-преподавательского состава и аспирантов : [материалы]. – Белгород, 2010. – С. 211.

Отримано 30.03.2011. ХДУХТ, Харків.

© Е.В. Білецький, Ю.А. Толчинський, О.В. Петренко, 2011.

УДК 64.011.8:640.432

**Д.В. Горєлков**, канд. техн. наук

**В.В. Гавриленко**

**К.К. Васи́лець**, асист.

## **ПРАКТИЧНІ ПІДХОДИ В ЗАСТОСУВАННІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ГОТЕЛЬНО- РЕСТОРАННОМУ ГОСПОДАРСТВІ**

*Розглянуто питання щодо можливостей та переваг використання інтелектуальних технологій автоматизації закладів готельно-ресторанного господарства.*

*Рассмотрен вопрос относительно возможностей и преимуществ использования интеллектуальных технологий автоматизации предприятий гостиничного и ресторанного хозяйства.*

*The problem of the opportunities and benefits of intelligent automation technology facilities of hotel and restaurant management.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Сучасний стан розвитку інтелектуальних технологій робить можливість їх застосування все більш широкою та актуальною. Широким сектором для впровадження цих сучасних технологій є готельно-ресторанний бізнес, але, не дивлячись на це, у багатьох ресторанах, кафе і навіть готелях ще до цих пір процес обліку, контролю за рухом товарів, послугами, персоналом організований «вручну». Оскільки система роботи персоналу має працювати безвідмовно, а в такому процесі велику роль відіграє людський фактор, вона стає непродуктивною, внаслідок низької автоматизації, і приносить своїм власникам значних збитків. Тому для ефективної роботи ресторану або готелю виникає