

О.Г. Дьяков, канд. техн. наук, доц.

Т.В. Щербакова, канд. техн. наук, доц.

О.В. Гапонцева, асп.

МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДУ СМЕТАННОГО СОУСУ

Наведено результати досліджень зі створення математичної моделі для вивчення впливу складових компонентів соусу на вміст поживних речовин. Дослідження проводилися шляхом математичного моделювання з використанням пакета MathCAD.

Приведены результаты исследований по созданию математической модели для изучения влияния компонентов соуса на содержание питательных веществ. Исследования проводились путем математического моделирования с использованием пакета MathCAD.

There are presented the results of creation the math model for studying the effect of the sauce components on the nutrient content. The research was carried out using MathCAD software.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Вибір рецептури харчових продуктів (соусів) із метою забезпечення певних показників якості являє собою складну проблему, яка потребує проведення великої кількості експериментів. Це збільшує час та вартість проведення досліджень і може негативно вплинути на показники роботи підприємств харчової індустрії. Одним із ефективних сучасних напрямів проведення досліджень є широке використання комп'ютерних технологій, які базуються на відповідних математичних моделях. Приймаючи до уваги складність взаємозв'язків між складом вхідних змінних та вимогами до вихідних показників якості готового продукту використання моделей, що базуються на основних фізико-хімічних законах, є у великій мірі неможливим. Крім того, існує певна невизначеність параметрів сировини, що використовується, і тому математичну модель, що буде обрана для наступного дослідження, доцільно будувати на основі регресійних співвідношень.

Використання такого типу моделі дає можливість знайти такі співвідношення між складовими частинами продукту, які у середньому вірно відтворюють вплив вхідних компонентів на якісні показники розробленого продукту, не зважаючи на можливі відхилення у параметрах компонентів. Крім того, за рахунок використання сучасної

теорії планування активного експерименту можна зменшити їх кількість, що скорочує загальний час проведення дослідження [1; 2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання розробки рецептури соусів, які відповідають певним вимогам якості, є складним технологічним завданням. Зусилля дослідників спрямовані не лише на створення нових рецептур, а і на визначення відповідних зв'язків між складовим рецептури і впливом їх на загальні показники якості. Це особливо важливо у випадку корекції значень показників якості, тому використання знайдених математичних моделей може скоротити час проведення наступних досліджень [3].

Одним із показників якості соусів є вміст вітаміну С у готовому продукті. Саме він визначає корисність продукту і тому підвищення його вмісту є актуальним завданням.

Мета та завдання статті. Метою даної роботи є створення математичної моделі для вивчення впливу складових компонентів соусу на вміст поживних речовин, і на основі розробленої моделі визначити рецептуру соусу з високими споживними властивостями.

Виклад основного матеріалу дослідження. Загальне рішення проблеми розробки рецептури соусу, що розглядається у статті, складається з трьох етапів: на першому етапі шляхом всебічного попереднього аналізу процесу та проведенням цілеспрямованих експериментів знаходять об'єктивні залежності між складовими рецептури соусу і показниками якості даного продукту. На основі здобутих експериментальних даних шляхом наступної математичної обробки отримують математичну модель процесу. Здобута модель дає перше уявлення щодо наявності зв'язків між параметрами технологічного процесу та показниками якості.

Після можливого уточнення коефіцієнтів моделі переходять до другого етапу дослідження. На цьому етапі шляхом моделювання знаходять такі значення показників рецептури, які забезпечують максимальне значення відповідних показників якості готового продукту. На цьому етапі також вводять узагальнений критерій якості, з яким у подальшому будуть проводити порівняння результатів дослідження.

На останньому етапі шляхом використання методів багатокритеріальної оптимізації та на основі здобутої математичної моделі, знаходять значення рецептури сметанного соусу, які максимально наближені до бажаних значень компоненту хімічного складу (вітаміну С) без суттєвого зниження інших показників. У даній роботі досліджувалося два типи сметанного соусу, в які додавалося яблучне пюре (соус 1) і пюре грушеве (соус 2).

Після ретельного аналізу сметанного соусу як об'єкта дослідження у якості вхідних змінних наступної рецептури були використані такі величини: x_1 – кількість пюре відповідного виду; x_2 – кількість журавлини, що додається. Також на основі аналізу показників готового продукту були відібрані наступні показники: Y_1 – консистенція соусу, Y_2 – смак, Y_3 – колір, Y_4 – вміст вітаміну С.

Для опису залежностей між вихідними змінними і вхідними параметрами була обрана квадратична модель виду

$$Y(x_1, x_2), Z(x_1, x_2) = a_{1,i} + a_{2,i}x_1 + a_{3,i}x_2 + a_{4,i}x_1^2 + a_{5,i}x_2^2 + a_{6,i}x_1x_2, (1)$$

де $a_{i,j}$ – коефіцієнти математичної моделі; $i=1..4$ та означає відношення до конкретних показників якості речовини, що досліджується; Y належить до соусу 1; Z – до соусу 2.

Використання моделі виду (1) дає можливість знайти, у певному розумінні, найкращі сполучення щодо показників рецептури відносно до показників якості.

Згідно з загальною теорією проведення експериментальних досліджень для визначення коефіцієнтів був застосований повний D – оптимальний план повного факторного експерименту. Для кожного типу соусу було побудовано таблицю, яка складається з 9 дослідів (таблиця 1). У цій таблиці були відтворені всі можливі сполучення між вхідними змінними та межі зміни вхідних змінних: x_1 – кількість пюре (для соусу 1 яблучне пюре; для соусу 2 грушеве пюре); x_2 – кількість доданої журавлини. Перші два рядки належать до соусу 1, другі рядки – до соусу 2. Було визнано доцільним встановити наступні межі зміни вхідних величин: для соусу 1 $100 \leq x_1 \leq 210, 15 \leq x_2 \leq 40$; для соусу 2 $100 \leq x_1 \leq 200, 25 \leq x_2 \leq 55$.

Таблиця 1 – План проведення експерименту

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_1	100	210	100	210	155	155	100	210	155
x_2	15	15	40	40	15	40	25	25	15
x_1	100	200	100	200	150	150	100	200	155
x_2	25	25	55	55	25	55	40	40	25

Після визначення таблиці експерименту на її основі для кожного типу соусу було створено матрицю експерименту F, яка враховує обраний вид математичної моделі. У кожній точці

експерименту проводилось не менше двох вимірювань із метою зменшення впливу похибок вимірювання і для подальшого обчислення коефіцієнтів моделі обирали середнє значення проведених вимірювань.

Визначення коефіцієнтів моделі проводилося за загальною формулою

$$a = (F^T F)^{-1} F^T Y \quad (2)$$

Таким чином для даного технологічного процесу було отримано чотири моделі виду (1) для кожного показника якості готового продукту. Перевірка за статистичними критеріями щодо адекватності моделей показала, що вони вірно відтворюють показники технологічного процесу і можуть бути використані для проведення подальших досліджень. Таким чином, кожний показник якості готового продукту може бути описаний відповідними співвідношеннями, де в якості змінних використовуються вхідні параметри процесу.

Далі для кожного показника якості соусу були знайдені показники рецептури які забезпечують максимальне їх значення. Знаходження такої сукупності було проведено на основі моделі (1). Критерієм знаходження сукупності вхідних змінних x_i буде наступне рівняння

$$x_i = \max_{x_i \in x_0} Y_i, \quad (3)$$

де Y_i – значення i -ї вихідної величини; x_0 – дозволений діапазон зміни вхідних величин.

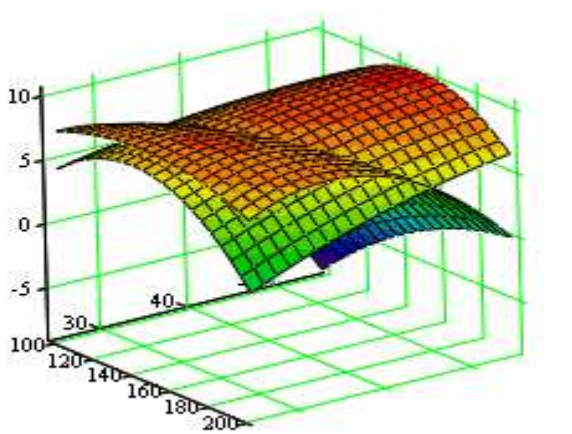
Для знаходження сукупностей вхідних величин, що забезпечують максимальне значення вихідних показників готового соусу, була використана стандартна програма Maximize пакету MATHCAD [3]. Знайдені сукупності показників рецептури наведені у табл. 2.

На рис. наведено приклад поверхні відгуків математичних моделей для соусу 1 та соусу 2 для показників вмісту вітаміну С.

Після знаходження аналітичних залежностей між показниками якості та вхідними параметрами процесу необхідно за заданими показниками знайти відповідні сполучення параметрів рецептури, які давали можливість найбільшого наближення до заданих показників якості.

Таблиця 2 - Показники рецептури, що забезпечують максимальне значення показників якості соусів

Соус 1			Соус 2		
	x_1	x_2		x_1	x_2
Y_1	100	38	Z_1	140	15
Y_2	190	23	Z_2	100	15
Y_3	101	25	Z_3	210	48
Y_4	160	30	Z_4	155	55



Y_4, Z_4

Рисунок – Відгук математичної моделі щодо зміни вмісту вітаміну С у соусах 1 та 2

Для остаточного визначення складу рецептури соусів був застосований метод багатокритеріальної оптимізації (метод векторної оптимізації).

Введемо узагальнений показник якості Q для оцінки якості соусу у вигляді:

$$Q(y_1, y_2, y_3, y_4) = k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3 + k_4 y_4, \quad (4)$$

де y_i – показники якості продукту; k_i – «вагові» коефіцієнти, що визначають ступінь вагомості показника якості.

Спочатку для кожного типу соусів були визначені показники якості, які було створено за традиційною рецептурою. Для соусу 1 величина $x_1=155$, $x_2=25$; для соусу 2 відповідно $x_1=155$, $x_2=40$. Визначені значення показників якості наведено у табл. 3.

Таблиця 3 – Показники якості для стандартної рецептури

Показник	Соус 1	Соус 2
Консистенція	8,1	6,55
Смак	9,4	6,65
Колір	7,2	7,3
Вміст вітаміну С	8,6	9,2

У той же час максимальні величини показників якості, що можна одержати для кожного показника, наведено у табл. 4. Проте треба відмітити, що ці показники можуть бути досягнуті лише тоді, коли буде проводитися оптимізація за одним показником, не зважаючи на інші. Це, наприклад, означає, що за максимального значення показника кольору вміст вітаміну С буде низький.

Таблиця 4 – Максимальні значення показників якості

	Соус 1		Соус 2		
	x_1	x_2		x_1	x_2
Y_1	100	38	Z_1	140	15
Y_2	190	23	Z_2	100	15
Y_3	101	25	Z_3	210	48
Y_4	160	30	Z_4	155	55

Розраховане за (4) узагальнене значення показника якості для соусу 1 та 2 відповідно дорівнювало $Q1=8,75; Q2=8,225$.

Метою наступного дослідження є визначення можливостей підвищення вмісту вітаміну С у соусі шляхом корекції чисельних значень плодового пюре та журавлини. В основі розв'язку цієї задачі лежить метод багатокритеріальної оптимізації. Він дозволяє знайти таке сполучення рецептурних компонентів, яке забезпечує максимальне наближення до заданих максимальних значень за кожним показником якості і за певним критерієм наближення. Максимальні значення показників якості визначалися за критерієм (4) та табл. 2.

Для оцінки якості готового продукту з метою використання за наступних обчислень було введено критерій якості у вигляді:

$$q_m(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^4 k_{mi} |W_{mi} - y_m| x_1 x_2^{-2}, \quad (5)$$

де індекси $m=1$ та $m=2$ належать до соусу 1 та 2 відповідно.

Розрахунки проводилися програмою MATHCAD за формулою

$$R_m = \text{Minimize}(q_m, x_1, x_2). \quad (6)$$

За результатами моделювання та наступних розрахунків було отримано такі значення: концентрація вітаміну С у соусі 1 збільшилася з 8,6 до 9,05 мг%; концентрація вітаміну С у соусі 2 збільшилася з 9,2 до 9,95 мг%.

Висновки. Проведені дослідження показали можливість використання методів математичного моделювання та багатокритеріальної оптимізації для визначення показників рецептури сметанного соусу. Шляхом математичного моделювання можна знайти найбільш вірогідне значення потрібних вихідних показників якості готового продукту шляхом обчислення його з урахуванням рецептурних даних.

На основі здобутих експериментальних даних шляхом наступної багатокритеріальної оптимізації було знайдено показники рецептури, що забезпечують максимальне значення вмісту вітаміну С без суттєвого зниження інших показників якості.

Таким чином, показана доцільність застосування методів математичного моделювання для дослідження харчових продуктів, зокрема, соусів. Такий підхід дозволяє скоротити кількість проведення фізичних дослідів та створює передумови для підвищення ефективності роботи дослідника.

Список літератури

1. Методы исследований и организация экспериментов / под ред. проф. К. П. Власова. – Х. : Гуманитарный центр, 2002. – 256 с.
2. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М. : Вильямс, 2007. – 912 с.
3. Льяконов В. П. Mathcad 11/12/13 в математике : справочник / В. П. Льяконов. – М. : Горячая линия, 2007. – 928 с.

Отримано 01.11.2013. ХДУХТ, Харків.

© О.Г. Дьяков, Т.В. Щербаклова, О.В. Гапонцева, 2013.