

**Загорулько Алексей Евгеньевич**, канд. техн. наук, доц., факультет оборудования и технического сервиса, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051.

**Zagorulko Alexey**, PhD. Sc. Associate Professor, Faculty of equipment and technical services, Kharkov State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkovskaya str., 333, Kharkov, Ukraine, 61051.

**Афукова Наталія Олександрівна**, канд. техн. наук, доц., факультет обладнання та технічного сервісу, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051.

**Афукова Наталья Александровна**, канд. техн. наук, доц., факультет оборудования и технического сервиса, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051.

**Afukova Natalia**, PhD. Sc. Associate Professor, Faculty of equipment and technical services, Kharkov State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkovskaya str., 333, Kharkov, Ukraine, 61051

**Загорулько Андрій Миколайович**, асп., факультет обладнання та технічного сервісу, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. E-mail: [match\\_andrey@mail.ru](mailto:match_andrey@mail.ru).

**Загорулько Андрей Николаевич**, асп., факультет оборудования и технического сервиса, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. E-mail: [match\\_andrey@mail.ru](mailto:match_andrey@mail.ru).

**Zagorulko Andrey**, a graduate student, Faculty of equipment and technical services, Kharkov State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkovskaya str., 333, Kharkov, Ukraine, 61051. E-mail: [match\\_andrey@mail.ru](mailto:match_andrey@mail.ru).

*Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук В.М. Михайловим.  
Отримано 1.08.2014. ХДУХТ, Харків.*

УДК 643.336547.128

## ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕЧІЇ НЬЮТОНІВСЬКОЇ РІДИНИ ПРИ ПЕРЕХІДНОМУ ГІДРОДИНАМІЧНОМУ РЕЖИМІ

**Е.В. Білецький, О.В. Петренко**

*Розглянуто модель перехідної течії ньютонівської рідини в каналі на підставі уявлення про ламінарний та турбулентний режими течії, що*

перемежуються. Запропоновано формули, за якими можна обчислити розмір смуг ламінарного й турбулентного характеру течії. Наведено модель стабілізації профілю швидкості в смугах, яка параметрично залежить від двох довжин стабілізації.

**Ключові слова:** течія, режим, ламінарний, турбулентний, перехідний, смуга, стабілізація, профіль швидкості.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ПЕРЕХОДНОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Э.В. Белецкий, Е.В. Петренко

*Рассмотрена модель переходного течения ньютоновской жидкости в канале путем представления о перемежовывании ламинарного и турбулентного режимов течения. Предложены формулы для вычисления величины размера полос ламинарного и турбулентного характера течения. Приведена модель стабилизации профиля скорости на участках, зависящая параметрически от двух длин стабилизации.*

**Ключевые слова:** течение, режим, ламинарный, турбулентный, переходной, полоса, стабилизация, профиль скорости.

## THEORETICAL STUDIES OF NEWTONIAN LIQUID AT TRANSIENT HYDRODYNAMIC REGIME

E. Biletskiy, O. Petrenko

*Food industry uses a sufficient amount of low viscosity liquids flowing in laminar and transitional regimes. The ability to determine hydrodynamic characteristic of the flow in a transitional regime can affect significantly heat exchange intensity and its efficiency. The obtained phenomenological model uses the information concerning stabilized flow in laminar and turbulent regimes. The model uses the well-known data of the stabilizing duration of laminar and turbulent regimes. It also uses a simplified geometrical picture of visually observed compounding process.*

*The obtained model makes it possible to calculate friction drag coefficients and local drag coefficients according to their values for the numbers  $Re$ , that make the top and bottom limits of a transient regime interval. The model may be helpful for building standard border layers and can be used for describing heat transfer in a transient hydrodynamical flow regime.*

**Keywords:** flow, regimes, laminar, transitional, transfer, stripes, stabilization, velocity profile.

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Сьогодні опис перехідного режиму течії є актуальною проблемою і має науково-

прикладне значення. У харчовій промисловості існує достатня кількість малов'язких рідин, течія яких здійснюється в ламінарному і перехідному режимах. Із технічної літератури відомі різні інженерні методики, які дозволяють обчислити витрати рідини, установити значення місцевих опорів та тертя, як правило, для ламінарного режиму течії ньютонівських рідин [1; 2]. Для вивчення гідравліки та теплообміну таких рідин необхідно також дослідити течію в перехідному режимі й на основі отриманих даних розробити моделі пристінних течій та алгоритми обчислення коефіцієнтів місцевих опорів і тертя. Уміння правильно визначити гідродинамічні характеристики течії в перехідному режимі може суттєво вплинути на інтенсивність теплообміну та його ефективність.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На цей час для вивчення перехідного режиму течії пропонуються два способи. Один із них пов'язаний з дослідженням гідродинамічної нестійкості, а другий – із моделюванням ділянки переходу зі складним періодичним або хаотичним рухом [3]. Перший спосіб спрямовано на з'ясування умов зародження перехідного режиму. Він вивчає умови течій ламінарного характеру, у яких виникає збурювання течії в часі та просторі. В основі вивчення полягає рівняння Орра–Зоммерфельда [4]. У результаті розв'язання цього рівняння встановлюється зв'язок між структурою профілю швидкості ламінарної течії й умовами збільшення амплітуди збуреної течії. Як збурення використовуються гармонійні одиночні хвилі або в пакеті. Аналіз стійкості проводиться в наближенні малості збурень, при цьому враховується величина збільшення і взаємодія різних збурень. Результати досліджень нестійкості ламінарної течії зіставляються з експериментами для перевірки зв'язку структури потоку з місцями зародження турбулентності [3]. Другий спосіб досить новий, заснований на властивостях реодинамічної системи гідродинамічного типу при зміні параметра руху (числа Рейнольдса) руйнувати свій періодичний рух і перетворювати його на багатоперіодичний або аперіодичний [5]. Проте вищевказані способи мають суто теоретичний зміст і є ще далекими від запитів інженерів-практиків.

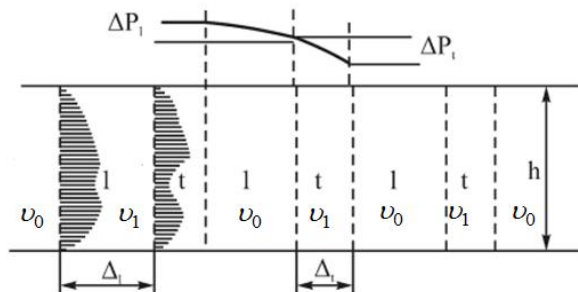
**Мета статті** – побудова моделі течії ньютонівських рідин в трубі при перехідному гідродинамічному режимі на підставі використання феноменологічного підходу.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Вище зазначений підхід ґрунтується, по-перше, на експериментально спостережуваній картині переходу між режимами, по-друге, на добре відомих властивостях течії на кінцях ділянки переходу із ламінарного в

турбулентний режим. На кінцях ділянки переходу відомі стабілізовані профілі швидкості – паузейлевський і логарифмічний (квазілогарифмічний), а також відомі довжини стабілізації – ламінарна і турбулентна [6]. Візуалізація ділянки переходу потоку демонструє наявність підділянки з ламінарною та турбулентною поведінкою, тобто розбивається на підділянки. Якщо число Рейнольдса стає рівним його значенню на нижній (ламінарній) границі проміжку переходу, турбулентні підділянки зникають. Зі збільшенням числа Рейнольдса об'єм і кількість турбулентних підділянок збільшуються так, що коли число Рейнольдса стає рівним його значенню на верхній (турбулентній) границі проміжку переходу, ламінарні підділянки зникають. Наступне припущення полягає в тому, що всередині кожної з підділянок течія вважається такою, як на границях проміжку переходу. Нарешті, у ході розгляду переходу між режимами в трубах передбачається, що підділянки з ламінарною й турбулентною поведінкою чергуються вздовж труби. Схематично течія зображена на рисунку.

Стабілізована стала течія має профіль швидкості, що не залежить від поздовжньої координати вздовж осі труби. Це справедливо як для ламінарного, так і для турбулентного режимів течії. У перехідному режимі профіль швидкості є періодичною функцією поздовжньої координати й змінюється від ламінарного стабілізованого до турбулентного стабілізованого й навпаки.

Для кожної ламінарної ділянки турбулентний стабілізований профіль на його початку перетвориться на ламінарний стабілізований профіль у кінці. Для кожної турбулентної ділянки ламінарний стабілізований профіль на його початку перетвориться на турбулентний стабілізований профіль у кінці.



**Рис. Перехідний рух у трубі: l – ламінарні ділянки; t – турбулентні ділянки;  $\Delta_1$  – довжина ламінарної ділянки;  $\Delta_2$  – довжина турбулентної ділянки**

Зазначені перетворення можна записати за допомогою експонентних множників, показники ступеня яких визначаються відношенням довжини ламінарної й турбулентної ділянок течії та довжини стабілізації відповідного режиму руху [7]. Якщо на межах ламінарної підділянки течії профіль швидкості позначити як  $v_0$  і  $v_1$  відповідно до рис., то ці профілі пов'язані між собою перетвореннями такого вигляду:

$$\begin{aligned} v_0 \rightarrow v_1 &= v_0 e^{-\Delta_l/L_t} + v_t^\infty \cdot \left(1 - e^{-\Delta_l/L_t}\right), \\ v_1 \rightarrow v_0 &= v_1 e^{-\Delta_l/L_t} + v_t^\infty \cdot \left(1 - e^{-\Delta_l/L_t}\right). \end{aligned} \quad (1)$$

де  $v_0$  та  $v_1$  – профілі швидкості течії на межах ламінарної підділянки, м;  $L_l$  – довжина ламінарної ділянки, м;  $L_t$  – довжина турбулентної ділянки, м.

Довжини стабілізації є відомими функціями числа Рейнольдса перехідного режиму течії, тобто з (1) випливає, що величини  $v_0$ ,  $v_1$  дорівнюють комбінаціям експонент:

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{v_t^\infty e^{-\Delta_l/L_t} \cdot \left(1 - e^{-\Delta_l/L_t}\right) + v_t^\infty \cdot \left(1 - e^{-\Delta_l/L_t}\right)}{1 - e^{\left(\frac{-\Delta_l}{L_t} - \frac{\Delta_l}{L_t}\right)}}, \\ v_1 &= v_0 e^{-\Delta_l/L_t} + v_t^\infty \cdot \left(1 - e^{-\Delta_l/L_t}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Вибір експонентних перетворювальних множників у (1) базується на таких міркуваннях: початкові профілі течії в трубах під дією рівняння Нав'є–Стокса змінюються так, що кожен компонент розкладання початкового профілю в ряд Фур'є за поперечною координатою здобуває експонентний множник, що залежить від числа Рейнольдса, номера компонента розкладання та поздовжньої координати. Внески всіх компонентів, крім першого, швидко згасають, так що еволюція початкового профілю має експонентний характер. Ця властивість і використана в рівнянні (1).

Для того, щоб обчислити довжину встановлення профілів швидкостей, що чергуються, необхідно знати кількість пар турбулентних і ламінарних ділянок. Для цього слід задати довільний початковий профіль швидкості  $v_n$  на вході до труби. Результат  $v_n$  також буде залежати від парності або непарності числа ділянок течії й від того, з якої ділянки, ламінарної чи турбулентної, починається течія.

Для скорочення запису зручно ламінарний експонентний множник позначити як  $e_l$ , а турбулентний – як  $e_t$ . Тоді ланцюжок співвідношень, які пов'язують послідовні профілі швидкості, набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} v_i e_l + v_l^\infty \cdot (1 - e_t) &= v_{i+1}, \quad i = 0, 1 \dots N, \\ v_{i+1} e_t + v_t^\infty \cdot (1 - e_l) &= v_{i+2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Розглядаючи окремо випадки  $N = 2k$  та  $N = 2k + 1$  ламінарного та турбулентного початків на вході в трубу та вирішуючи систему рівнянь (3) щодо величин  $v_l$ , можна дійти таких висновків:

Початок турбулентний:

$$N = 2k:$$

$$v_H = v_H e_l^k e_t^k + \left[ v_l^\infty \cdot (1 - e_l) \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t} + \left[ v_t^\infty \cdot (1 - e_t) e_l \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t},$$

$$N = 2k + 1:$$

$$v_H = v_H e_l^k e_t^{k+1} + \left[ v_l^\infty \cdot (1 - e_l) e_t \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t} + \left[ v_t^\infty \cdot (1 - e_t) \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t}. \quad (4)$$

Початок ламінарний:

$$N = 2k:$$

$$v_H = v_H e_l^k e_t^k + \left[ v_l^\infty \cdot (1 - e_l^k) e_t^k \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t} + \left[ v_t^\infty \cdot (1 - e_t^k) \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t},$$

$$N = 2k + 1:$$

$$v_H = v_H e_l^{k+1} e_t^k + \left[ v_l^\infty \cdot (1 - e_l) \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t} + \left[ v_t^\infty \cdot (1 - e_t) e_l \right] \cdot \frac{1 - e_l^k e_t^k}{1 - e_l e_t}. \quad (5)$$

У виразах (4, 5) кожен із них становить собою суму двох доданків, один з яких не залежить від  $k$ , а інший – залежить. Легко побачити, що залежні від  $k$  доданки з його збільшенням прагнуть до нуля. У загальному вигляді вирази (4, 5) можна записати так:

$$v_H = v^\infty + e_l^k e_t^k \cdot f_1(v_H, v_L^\infty, v_t^\infty, e_l^k, e_t^k). \quad (6)$$

Величина  $k$  визначається з умови такого вигляду:

$$\|v^\infty - v_H\| \leq \varepsilon(k); \quad \varepsilon \geq e_l^k e_t^k \cdot \|f_1(v_H, v_L^\infty, v_t^\infty, e_l, e_t)\|, \quad (7)$$

де позначення  $\|\dots\|$  означає норму величини  $\varphi$ , яку в даному випадку можна вважати квадратичною, тобто такою, що має наступний вигляд:

$$\|f_1\| = \frac{1}{h} \left\{ \int_C^h f_1^2(v_H, v_L^\infty, v_t^\infty, e_l, e_t) dy \right\}^{1/2}. \quad (8)$$

Позначивши довжину стабілізації перехідного режиму в трубі як  $L_{lt}$ , отримуємо такий вираз:

$$L_{lt} = k \cdot (\Delta l + \Delta t); \quad k = \left| \frac{\ln \varepsilon - \ln \|f_1\|}{\ln e_l e_t} \right|. \quad (9)$$

Ламінарним і турбулентним ділянкам відповідають перепади тисків:  $\Delta P_l$  – для ламінарної та  $\Delta P_t$  – для турбулентної ділянок. Початкові й кінцеві тиски  $P_n$  і  $P_\kappa$  на кінцях труби пов'язані з перепадами тисків  $\Delta P_l$  і  $\Delta P_t$  такими співвідношеннями:

$$\left. \begin{aligned} P_n + \frac{N}{2} \Delta P_l + \frac{N}{2} \Delta P_t &= P_\kappa, \quad N - \text{парне}; \\ P_n + \frac{N-1}{2} \Delta P_l + \left(\frac{N-1}{2} + 1\right) \Delta P_t &= P_\kappa \\ P_n + \left(\frac{N-1}{2} + 1\right) \Delta P_l + \frac{N-1}{2} \Delta P_t &= P_\kappa \end{aligned} \right\} N - \text{непарне.} \quad (10)$$

Між величинами  $\Delta P_l$  і  $\Delta P_t$  існує зв'язок, що виникає з умови рівності витрати течії на ламінарних і турбулентних ділянках. Якщо в ролі стабілізованих профілів у пласкій трубі використовувати паузейлевський та логарифмічний профілі швидкості, то співвідношення між  $\Delta P_l$  і  $\Delta P_t$  набуває такого вигляду:

$$\dot{V}_l = \frac{h^3}{12\mu} \frac{\Delta P_l}{\Delta l}; \quad \dot{V}_t = \left( \frac{h^3 \Delta P_t}{2 \cdot 0,4^2 \rho \Delta_t} \right)^{1/2} \cdot \ln \left[ \frac{h}{(\mu/\rho)} \left( \frac{h \Delta P_t}{2\rho \Delta_t} \right)^{1/2} \right],$$

$$\dot{V}_l = \dot{V}_t, \quad v = \mu/\rho. \quad (11)$$

де  $\dot{V}_l$  та  $\dot{V}_t$  – величини витрати течії на ламінарних і турбулентних ділянках, м<sup>3</sup>/с.

З виразів (10) і (11) за умови, що  $N$  – велике число, виходить таке рівняння для обчислення  $\Delta P_l$  і  $\Delta P_t$ :

$$\frac{2}{N} (P_K - P_H) = \Delta P_t + \frac{12\mu}{h^3} \Delta l \cdot \left( \frac{h^3 \Delta P_t}{2\kappa^2 \rho \Delta_t} \right)^{1/2} \cdot \ln \left[ \frac{h}{(\mu/\rho)} \left( \frac{h \Delta P_t}{2\rho \Delta_t} \right)^{1/2} \right],$$

$$\Delta P_l = \frac{12\mu}{h^3} \Delta_t \cdot \left( \frac{h^3 \Delta P_t}{2k_{Pr}^2 \rho \Delta_t} \right)^{1/2} \cdot \ln \left[ \frac{h}{(\mu/\rho)} \left( \frac{h \Delta P_t}{2\rho \Delta_t} \right)^{1/2} \right]. \quad (12)$$

де  $k_{Pr}$  – постійна Прандтля пристінної турбулентності,  $k_{Pr} = 0 \dots 4$  [1].

Рівняння для  $\Delta P_t$  є нелінійним, його розв'язання залежить від величин  $h$  і  $\mu$ . У загальному вигляді його рішення можна записати так:

$$\Delta P_t = \left\{ \frac{6\mu}{h^3} \cdot \left( \frac{h^3}{2 \cdot 0,4^2 \rho \Delta_t} \right) \Delta_t \cdot \ln \left[ \frac{h}{(\mu/\rho)} \left( \frac{h \Delta P_t}{2\rho \Delta_t} \right)^{1/2} \right] + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{36\mu^2}{h^3} \cdot \left( \frac{h^3}{2 \cdot 0,4^2 \rho \Delta_t} \right)^2 \Delta_t^2 \cdot \ln^2 \left[ \frac{h}{(\mu/\rho)} \left( \frac{h \Delta P_t}{2\rho \Delta_t} \right)^{1/2} + \frac{2}{N} (P_K - P_H) \right]} \right\}. \quad (13)$$

Наведене рішення можна приблизно розв'язати, якщо задатися значенням  $\Delta P_t^{1/2}$  у правій частині.

Для визначення коефіцієнта опору тертя необхідно виразити його через коефіцієнти опору тертя ламінарної та турбулентної ділянок, які добре визначені. Виражаючи втрати тиску на подолання тертя через втрати в кожній ділянці, можна отримати такі співвідношення:



$$\Delta P_l = \lambda_l^* \frac{\Delta l}{h} \rho \frac{\langle v_l \rangle^2}{2}; \quad \Delta P_t = \lambda_t^{**} \frac{\Delta t}{h} \rho \frac{\langle v_t \rangle^2}{2},$$

$$(\Delta P_l + \Delta P_t) \frac{N}{2} = P_K - P_H, \quad \lambda_{lt} \cdot \frac{(\Delta l + \Delta t) N / 2}{h} \rho \frac{\langle \langle v \rangle \rangle^2}{2} = P_K - P_H,$$

$$\lambda_l^* = \lambda(\text{Re}^*), \quad \lambda_t^{**} = \lambda(\text{Re}^{**}); \quad \text{Re}^* \leq \text{Re} \leq \text{Re}^{**}, \quad \text{Re} = \frac{\rho v h}{\mu}, \quad (14)$$

де  $\text{Re}^*$  – значення числа Рейнольдса на початку перехідного режиму;  $\text{Re}^{**}$  – значення числа Рейнольдса на кінці перехідного режиму;  $\langle \langle v \rangle \rangle$  – усереднене значення швидкості за поперечним перетином труби, м/с.

Усі швидкості пов'язані з витратою  $\dot{V}$  так, що з формули (14) випливає, що для  $\lambda_{lt}$  дійсним є такий вираз:

$$\lambda_{lt} = \frac{\lambda_l^* \cdot \Delta l + \lambda_t^{**} \cdot \Delta t}{\Delta l + \Delta t}. \quad (15)$$

Визначення величини місцевих опорів подібне визначення опору тертя. З огляду на це необхідно всі місцеві опори розбити на дві групи: локалізовані й делокалізовані. Якщо перехідний режим проходить через локалізований місцевий опір, то різниця тисків на його кінцях випробовує коливання між значеннями, що відповідають  $\text{Re} = \text{Re}^*$  та  $\text{Re} = \text{Re}^{**}$ . Отже, середнє за часом значення місцевого опору  $\zeta$  буде мати такий вигляд:

$$\zeta_{lt} = \frac{\zeta_l^* t_l + \zeta_t^{**} t_t}{t_l + t_t}, \quad t_l = \frac{\Delta l}{\langle v_l \rangle}, \quad t_t = \frac{\Delta t}{\langle v_t \rangle},$$

$$\zeta_l^* = \zeta(\text{Re}^*); \quad \zeta_t^{**} = \zeta(\text{Re}^{**}). \quad (16)$$

Якщо перехідна течія долає делокалізований місцевий опір, то замість усереднення за часом слід усереднити значення за поздовжньою координатою так, як це робиться для визначення коефіцієнта опору тертя. У результаті для  $\zeta_{lt}$  буде правильним такий же самий вираз, як (15):

$$\zeta_{lt} = \frac{\zeta_l^* \Delta_l + \zeta_t^{**} \Delta_t}{\Delta_l + \Delta_t}. \quad (17)$$

Як видно, до наведених формул (14)–(17) входять два параметри:  $\Delta_l$ ,  $\Delta_t$ . Вони мають такі властивості:  $\Delta_l(\text{Re} \rightarrow \text{Re}^*) \rightarrow \infty$ ,  $\Delta_l(\text{Re} \rightarrow \text{Re}^*) \rightarrow 0$ ;  $\Delta_t(\text{Re} \rightarrow \text{Re}^*) \rightarrow 0$ ,  $\Delta_t(\text{Re} \rightarrow \text{Re}^*) \rightarrow \infty$ . На основі цих граничних властивостей, можна підібрати велику кількість залежностей від функцій  $\text{Re}^*$ ,  $\text{Re}^{**}$ ,  $\text{Re}$ , що мають різну кількість параметрів. Ці параметри підлягають визначенню на основі проведення експериментальних робіт. Однак і без експериментів можна висловити низку міркувань з приводу величин  $\Delta_l$ ,  $\Delta_t$ . Одне з них полягає в тому, що турбулентний режим течії має велике число ступенів свободи, пропорційне кубу відношення масштабу ділянки течії до найменшого масштабу турбулентності, яким є товщина в'язкого пристінного підшару. Тоді ламінарному руху відповідає число ступенів свободи порядку одиниці; тобто в'язкий підшар займає всю ділянку течії. Число ступенів свободи перехідної течії менше, ніж у турбулентної, та пропорційне числу  $\text{Re}$ . Стосовно моделі розшарованої течії з турбулентною та ламінарною ділянками це означає, що число ступенів свободи  $N_{\text{пер}}$  пов'язане з числом ступенів свободи турбулентної течії таким співвідношенням:

$$N_{\text{пер}} = \frac{N_t \cdot \Delta_t + 1 \cdot \Delta_l}{\Delta_t + \Delta_l}. \quad (18)$$

А із пропорційності числа ступенів свободи виходить, що

$$\text{Re} = \frac{\text{Re}^{**} \cdot \Delta_t + \text{Re}^* \cdot \Delta_l}{\Delta_t + \Delta_l}. \quad (19)$$

Співвідношення (19) завдяки вищевказаним властивостям довжин  $\Delta_l$  і  $\Delta_t$  задовольняє таким умовам:  $\text{Re}(\Delta_l \rightarrow \infty) \rightarrow \text{Re}^*$ ,  $\text{Re}(\Delta_t \rightarrow \infty) \rightarrow \text{Re}^{**}$ .

Тепер слід прийняти найпростішу з гіпотез відносно величини  $\Delta_l$  при зміні числа  $\text{Re}$ , що має такий вигляд:

$$\Delta_l \sim \frac{(\text{Re}^{**} - \text{Re})^m}{(\text{Re} - \text{Re}^*)^n} d, \quad (20)$$

де  $n$  і  $m$  – постійні величини.

Якщо за формулами (19) і (20) знайти довжину  $\Delta_t$ , то для неї отримасмо такий вираз:

$$\Delta_t \sim \frac{\left( Re - Re^* \right)^{1-n}}{\left( Re^{**} - Re \right)^{1-m}}. \quad (21)$$

Оскільки в (20) і (21) ліві частини мають розмірність довжини, а праві – безрозмірні, то як коефіцієнт пропорційності слід підібрати величину, пропорційну єдиному масштабу течії – товщину труби  $h$ . Таким чином, модель стає три параметричною, її параметрами є коефіцієнт пропорційності, спільний для  $\Delta_t$  і  $\Delta_l$  і показники ступеня.

**Висновки.** З огляду на зазначене, можна виділити такі риси вищезначеної моделі течії. Модель перехідного режиму течії є феноменологічною і ніяк не пов'язана з мікроскопічними теоріями перехідних режимів. Отримана модель ґрунтується на знаннях щодо стабілізованої течії в ламінарному та турбулентному режимах. Модель використовує добре відомі дані довжини стабілізації ламінарних та турбулентних режимів, а також у спрощеній геометричній формі візуально спостережувану картину перемережованості в перехідному режимі течії.

Отримана модель течії на підставі формул (15)–(17) дозволяє обчислювати коефіцієнти опору тертя та місцеві опори за їхніми значеннями для чисел  $Re$ , що обмежують зверху й знизу інтервал перехідного режиму. Стабілізований профіль, на відміну від чисто ламінарних та турбулентних режимів течії, залежить від поздовжньої координати вздовж осі труби, причому періодично. Модель дозволяє будувати стандартні приграничні шари, тому може бути використана для опису тепломасообміну в перехідному гідродинамічному режимі течії.

### Список джерел інформації / References

1. Кутателадзе С. С. Теплопередача и гидравлическое сопротивление / С. С. Кутателадзе. – М. : Энергоатомиздат, 1990 – 336 с.  
Kutateladze, S.S. (1990), *Heat transfer and hydraulic resistance* [*Teploperedacha i gidravlichesкое soprotivlenie*], Energoatomizdat, Moscow, 336 p.
2. Белов И. А. Моделирование турбулентных течений / И. А. Белов, С. А. Исаев. – СПб. : Балт. гос. техн. ун-т, 2001. – 108 с.  
Belov, I.A., Isaev S.A. (2001), *Modeling of turbulent flows* [*Modelirovanie turbulentyih techeniy*], Baltiyskiy gosudarstvenniy tekhnicheskii

universitet, Sankt-Peterburg, 108 p.

3. Климгомович Ю. Л. Турбулентность и структура хаоса / Ю. Л. Климгомович. – М. : Наука, 1990. – 320 с.

Klingomovich, Yu.L. (1990), *Turbulence structure and chaos [Turbulentnost i struktura haosa]*, Nauka, Moscow, 320 p.

4. Джозеф Д. Устойчивость движений в жидкости / Д. Джозеф. – М. : Мир, 1981. – 638 с.

Dzhozef, D. (1981), *The stability of motion in the fluid [Ustoychivost dvizheniy v zhidkosti]*, Mir, Moscow, 638 p.

5. Полянин А. Д. Уравнения нестационарного пограничного слоя: общие преобразования и точные решения / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев // Теор. основы хим. технологии. – 2001. – Т. 35 – С. 120–129.

Polyanin, A.D., Zaytsev, V.F. (2001), "Unsteady boundary layer equations: general transformations and exact solutions" ["Uravneniya nestatsionarnogo pogramichnogo sloya: obshchie preobrazovaniya i tochnyye resheniya"], *Teor. osnovy him. tehnologii*, Vol. 35, pp. 120-129.

6. Маслау С. А. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности / С. А. Маслау. – М. : Наука, 1984. – 344 с.

Maslau, S.A. (1984), *Hydrodynamic instabilities and transition to turbulence [Gidrodinamicheskie neustoychivosti i perehod k turbulentnosti]*, Nauka, Moscow, 344 p.

7. Альтшуль А. Д. Гидравлические сопротивления / А. Д. Альтшуль. – М. : Недра, 1982. – 224 с.

Altshul, A.D. (1982), *Hydraulic resistance [Gidravlicheskie soprotivleniya]*, Nedra, Moscow, 224 p.

**Білецький Едуард Володимирович**, д-р техн. наук, доц., факультет торгівлі, готельно-ресторанного та туристичного бізнесу, Харківський торговельно-економічний інститут Київського національного торговельно-економічного університету. Адреса: пров. Отакара Яроша, 8, м. Харків, Україна, 61045. Тел.: 340-38-24, (067)9053732; e-mail: bileckyj@meta.ua.

**Білецький Едуард Владимирович**, д-р техн. наук, доц., факультет торгівлі, гостинично-ресторанного та туристичного бізнесу, Харківський торгово-економічний інститут Київського національного торговельно-економічного університету. Адрес: пер. Отакара Яроша, 8, г. Харьков, Україна, 61045. Тел.: 340-38-24, (067)9053732; e-mail: bileckyj@meta.ua.

**Biletsky Eduard**, Dr. of technical sciences, Sc. Associate Professor, faculty of commerce, hospitality and tourism businesses, Kharkiv Trade and Economics Institute Kyiv National Trade and Economic University. Address: side-str. O.Yarosha, 8, Kharkiv, Ukraine, 61045. Tel.: 340-38-24, (067)9053732; e-mail: bileckyj@meta.ua.

**Петренко Олена Володимирівна**, канд. техн. наук, факультет обладнання та технічного сервісу, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: 349-45-88, (067)7342916; e-mail: elena\_lion\_71@mail.ru.

**Петренко Елена Владимировна**, канд. техн. наук, факультет оборудования и технического сервиса, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61045. Тел.: 349-45-88, (067)7342916; e-mail: elena\_lion\_71@mail.ru.

**Petrenko Olena**, PhD, faculty of equipment and technical services, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: str. Klochkovskaya, 333, Kharkiv, Ukraine, 61045. Tel.: 349-45-88, (067)7342916; e-mail: [elena\\_lion\\_71@mail.ru](mailto:elena_lion_71@mail.ru).

*Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук В.М. Михайловим.  
Отримано 1.08.2014. ХДУХТ, Харків.*

УДК 644.849.011:635.24

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ДРОБЛЕННЯ ПІД ЧАС ОТРИМАННЯ ПАСТОПОДІБНИХ ПРОДУКТІВ НА ОСНОВІ ВИЧАВОК ФЕРМЕНТОВАНОГО ТОПІНАМБУРА**

**О.К. Гладушняк, І.Р. Біленька, Н.А. Лазаренко**

*Розглянуто процес дроблення вичавок ферментованого топінамбура з подальшим отриманням пастоподібних продуктів. Проведено седиментаційний аналіз напівфабрикатів. Досліджено плинність овочевих паст.*

*Ключові слова:* топінамбур, ферментація, вичавки, дроблення.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДРОБЛЕНИЯ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ ПАСТООБРАЗНЫХ ПРОДУКТОВ НА ОСНОВЕ ВЫЖИМОК ФЕРМЕНТИРОВАННОГО ТОПИНАМБУРА**

**А.К. Гладушняк, И.Р. Беленькая, Н.А. Лазаренко**

*Рассмотрен процесс дробления выжимок ферментированного топинамбура с последующим получением пастообразных продуктов. Проведен седиментационный анализ полуфабрикатов. Исследована текучесть овощных паст.*

*Ключевые слова:* топинамбур, ферментация, выжимки, дробление.

## **THE STUDY OF SPLITTING IN OBTAINING PASTY PRODUCTS ON THE BASIS OF FERMENTED JERUSALEM ARTICHOKE MARC**

**O. Hladushnyak, I. Bilenka, N. Lazarenko**

*The article deals with the process of raw materials' splitting. The marc of fermented Jerusalem artichoke was used as raw materials. Pasty products were received from marc. Shredding of marc was performed on selective crusher, which gave the possibility to combine two processes: grinding and rubbing. To evaluate the quality of fragmentation sedimentation analysis of semi-products was performed.*