государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: 0997061190; e-mail: process229@ukr.net.

Prasol Svetlana, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer Department of Processes, Apparatus and Automation of Food Productions, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: 0997061190; e-mail: process229@ukr.net.

Ялинич Станіслав Ігорович, магістрант відділення обладнання та технічного сервісу Навчально-наукового інституту харчових технологій та бізнесу, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: (057)349-45-03; e-mail: process229@ukr.net.

Ялыныч Станислав Игоревич, магистрант отделения оборудования и технического сервиса Учебно-научного института пищевых технологий и бизнеса, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-03; e-mail: process229@ukr.net.

Yalinich Stanislav, Master of the Department of Equipment and Technical Service of the Educational and Scientific Institute of Food Technology and Business, Kharkiv State University of Food Technology and Trade, Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel. (057)349-45-03; e-mail: process229@ukr.net.

Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук, проф. В.О. Потаповим.
Отримано 30.09.2017. ХДУХТ, Харків.
DOI: 10.5281/zenodo.1108633

УДК 519.85

НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД ПОШУКУ ЕКСТРЕМУМУ ФУНКЦІОНАЛА НА МНОЖИНІ ПЕРЕСТАНОВОК

Ю.М. Тормосов, Є.Ю. Стоян, Є.М. Якушенко

Розглянуто окремий клас дискретних задач геометричного проектування. Наведено формальну постановку задачі призначення геометричних об'єктів у вигляді задачі оптимізації на множинах перестановок. Запропоновано один із наближених методів пошуку екстремуму функціонала на множині перестановок.

Ключові слова: *дискретні задачі, оптимізація, множини перестановок, функціонал.*

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ПОИСКА ЕКСТРЕМУМА ФУНКЦИОНАЛА НА МНОЖЕСТВЕ ПЕРЕСТАНОВОК

Ю.М. Тормосов, Е.Ю. Стоян, Е.Н. Якушенко

Рассмотрен отдельный класс дискретных задач геометрического проектирования. Приведена формальная постановка задачи назначения геометрических объектов в виде задачи оптимизации на множествах перестановок. Предложен один из приближенных методов поиска екстремума функционала на множестве перестановок.

Ключевые слова: *дискретные задачи, оптимизация, множества перестановок, функционал.*

AN APPROXIMATE METHOD FOR FINDING OF A FUNCTIONAL EXTREMUM ON THE SET OF PERMUTATIONS

U. Tormosov, E. Stoyan, E. Yakushenko

The high computational complexity of the combinatorial optimization methods, the difference of the combinatorial properties of the sets which form the ranges of admissible solutions, are the reasons for the lack of unified approach to combinatorial optimization problems solving. The basic idea of the combinatorial methods consists in the transition from complete enumeration of finite set of solutions to reduced one. The impossibility of exact solution of combinatorial optimization problems of large dimension and specific limitations cause the development of approximate methods, but these methods also have serious disadvantages such as the obtained local extremum may not coincide with the global one, it is impossible to estimate the difference between the local and global extremum a priori. On this base, the development of optimization methods for various classes of functions on combinatorial sets is the topical problem. The unified approach to the study of geometric design problems on the base of the formalization of the concept of geometric information and the introduced information space is proposed in the research. In the research the main attention is given to the problem of locating geometric objects, constructing of the mathematical model of this problem. The solution of the discrete geometric design problem is proposed with use of the method which bases on immersing of combinatorial sets in arithmetic Euclidean space. The formulation of the practical problem of geometric design is presented.

Keywords: *discrete tasks, optimization, set of permutations, functional.*

Постановка проблеми у загальному вигляді. Велика кількість прикладних задач зводиться до розв'язання такої задачі:

$$\underset{\pi \in \Pi}{extr}\, \Psi(\pi), \tag{1}$$

де П – множина переставлень вигляду

$$\pi^i = (\pi^i_1, \pi^i_2, \dots, \pi^i_n).$$

Для визначеності беремо, що

$$\pi^i_k \neq \pi^i_t, \text{ де } k \neq t, k \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Це означає, що $card\Pi = n!$. Отже, у загальному випадку, щоб розв'язати задачу (1) необхідно обчислити $\Psi(\pi)$ в кожній точці множини *П*. Якщо $n>14$, то розв'язати задачу (1) таким способом уже неможливо. Тому для її розв'язання наступний наближений спосіб, викладений нижче.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розвиток математичного програмування, застосування його в різних галузях людської діяльності, пов'язаних з вибором одного з можливих варіантів дії, сприяло появі великої кількості праць, присвячених задачам оптимізації на комбінаторних множинах [1–4].

Метою статті є розробка одного з наближених методів пошуку екстремуму функціонала на множині перестановок.

Виклад основного матеріалу дослідження. Зауваження 1. Якщо $\Psi(\pi)$ є лінійний функціонал, то рішення задачі (1) зводиться до відповідного упорядкування (за зменшенням, якщо extr = max і за зростанням, якщо extr = min) компонент перестановки π відповідно коефіцієнтів перед $\pi_к$, $к=1,2,\dots,n$, в $\Psi(\pi)$ [1; 2].

Передбачається, що $\Psi(\pi)$ має властивість

$$\left|\Psi(\pi^l) - \Psi(\pi^k)\right| << \left|\Psi(\pi^{\max} - \pi^{\min})\right|, \qquad (2)$$

де $\pi^{\max}$ *і* $\pi^{\min}$ є перестановки, у яких $\Psi(\pi)$ досягає максимуму і мінімуму відповідно, якщо π^l і π^k відрізняються не більше ніж на одну інверсію.

Вважаємо, що π_i, $i = 1, 2,\dots,$ n є числами. У протилежному випадку необхідно кожному π_i, $i = 1, 2,\dots,$n поставити у відповідність деяке число. Ці числа, як правило, визначаються самою постановкою задачі (1).

Здійснимо вкладення *і: П* $\subset$ R^n (арифметичний Евклідів простір розмірності *n*) у такий спосіб:

$$\Pi \supset \pi^i \leftrightarrow x^i \in R^n, \pi^i_k = x^i_k,$$
$$k = 1, 2, \dots, n!, I = 1, 2, \dots, n!.$$

Нехай $i(\Pi) = W \subset R^n$. Тоді задача (1) матиме вигляд

$$\underset{x\in W}{extr}\,\Phi(x) = \underset{\pi\in\Pi}{extr}\,\Psi(i(\pi)). \tag{3}$$

Зазначимо деякі властивості задачі (3).

1. $W = W_{n-1}$ є безліч вершин опуклого $(n\text{-}1)$-багатогранника Р, уписаного в $(n\text{-}1)$-сферу $S^{n-1} \subset R^n$ [3; 4].

2. Кожна $(n\text{-}f)$-грань $F_{(n-f)i}$, $де\ 2 \le f \le n - 3$ (n-1)-багатогранника P, є $(n\text{-}f)$-багатогранником уписаним у $(n\text{-}f)$-сферу $S_i^{n-f} \subset R^n$.

3. $F_{(n-4)i} \subset F_{(n-3)i} \subset \ldots \subset F_{(n-2)i} \subset P$.

4. Кожна вершина $x^j \in P$ може бути визначена системою n рівнянь такого вигляду:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n-1} x_i + d_1 = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{n-2} x_i + x_n + d_2 = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{n-3} x_i + x_{n-1} + x_n + d_3 = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_i + d_n = 0 \end{cases}$$

де $d_t = \sum\limits_{j=1}^{n} x_k^j - x_{n+1-t}^j$, причому $x_{n+1-t}^j = \pi_{n+1-t}^j$, $t = 1, 2,\ldots, n$.

Рівняння, що входять у цю систему, визначають $(n\text{-}1)$-площини P_{ji}, де $i = 1, 2,\ldots, n$, які або містять грані $(n\text{-}1)$-багатогранника P, які мають загальну вершину x^j, або перетинають $(n\text{-}1)$-багатогранник P. Кожна $(n\text{-}1)$-площина P_{ji}, $i = 1, 2,\ldots, n$, містить $(n\text{-}1)!$ вершин $(n\text{-}1)$-багатогранника P.

5. Властивість аналогічну властивості 4, мають усі $(n\text{-}f)$-багатогранники $F_{(n-f)i}$, де $f = 2, 3,\ldots, n\text{-}3$, $i = 1, 2,\ldots, k_i$, де величина k_i залежить від розмірності $(n\text{-}f)$-багатогранника, тобто кожна вершина $(n\text{-}f)$-багатогранника $F_{(n-f)i}$ може бути визначена $(n\text{-}f)$-площинами $P_{(n-f)ir}$, де $r = 1, 2,\ldots, n\text{-}f\text{+}1$, які або містять грані $(n\text{-}f)$-багатогранника $F_{(n-f)i}$, або перетинають $F_{(n-f)i}$, і кожна містить $(n\text{-}f)!$ вершин $(n\text{-}f)$-багатогранника $F_{(n-f)i}$. Кількість вершин $F_{(n-f)i}$ позначимо через $W_{(n-f)i}$.

6. Кожній вершині $x^j \in F_{(n-f)i}$ завжди відповідає єдина точка $x^{-j} \in F_{(n-f)i}$, що є протилежним кінцем діаметра *(n-f)*-сфери $S_{(n-f)i}$, тобто $\rho(x^{-j}, x^j)$ дорівнює діаметру $S_{(n-f)i}$.

Зазначені властивості й вимога (2) дозволяють підійти до пошуку наближеного рішення задачі (3) у такий спосіб. Апроксимуємо функцію *Ф(х)* лінійною функцією *y(x)*. Це можна зробити декількома способами.

а) Датчиком випадкових чисел формуємо точка $x^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) \in W$, де $d = \frac{1}{2}(n+1)$, якщо *n* непарне, і $d = \frac{1}{2}n + 1$, якщо *n* парне. Після цього будуємо точки $x^{-i} = (x_1^{-i}, x_2^{-i}, \dots, x_n^{-i}) \in W$, $i = 1, 2, \dots, \omega$ (див. властивість 6). При цьому, якщо *d* парне, то $\omega = d - 1$ а, якщо *d* непарне, то $d = \omega$. У такий спосіб кількість точок x^i, де $i = 1, 2, \dots, d$, і x^{-i}, $i = 1, 2, \dots, \omega$, завжди дорівнює $n+1$. Обчислюємо $\Phi(x^{-i}) = y^{-i}$, де $i = 1, 2, \dots, \omega$, і будуємо рівняння $n+1$-площини що проходять через точки (x^i, y^i), де $i = 1, 2, \dots, d$, та (x^{-i}, y^{-i}), де $i = 1, 2, \dots, \omega$. Нехай це рівняння має такий вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i + a_{n+1} y + b = 0 \qquad (4)$$

Із цього рівняння одержуємо

$$y(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i + \beta \text{, де } \alpha_i = \frac{a_i}{a_{n+1}}, \ \beta = \frac{b}{a_{n+1}}. \qquad (5)$$

Визначаємо $S = \min\left\{y^1, y^2, \dots, y^d, y^{-1}, y^{-2}, \dots, y^{-\omega}\right\}$.

б) Датчиком випадкових чисел формуємо точки $x^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) \in W$, де $i = 1, 2, \dots, m >> n$ і обчислюємо $\Phi(x^i) = y^i$, $i = 1, 2, \dots, m$. Потім із цієї безлічі точок виділяємо точки x^{ij}, де $j = 1, 2, \dots, d$, у який $\Phi(x^{ij}) = y^{ij}$ має найменші значення. Будуємо точки x^{-ij} і обчислюємо $\Phi(x^{-ij}) = y^{-ij}$, де $j = 1, 2, \dots, \omega$. Значення *d* і *ω* визначаються так, як у пункті а, тобто $d + \omega = n + 1$. Будуємо рівняння $(n+1)$-площини (4), що проходить через точки (x^{-ij}, y^{ij}), $j = 1, 2, \dots, d$ та (x^{-ij}, y^{-ij}), $j = 1, 2, \dots, \omega$. Із цього рівняння одержуємо функцію *y(x)* (5). Потім обчислюємо $S = \min\left\{y^{i_1}, y^{i_2}, \dots, y^{i_d}, y^{-i_1}, y^{-i_2}, \dots, y^{-i_\omega}\right\}$.

в) Датчиком випадкових чисел формуємо точки $x^i = (x_1^i, x_2^i, \ldots, x_n^i) \in$ W і будуємо точки $x^{-i} = (x_1^{-i}, x_2^{-i}, \ldots, x_n^{-i})$, де i = 1, 2,…, $m >> n$.

Потім обчислюємо $\Phi(x^i) = y^i$ і $\Phi(x^{-i}) = y^{-i}$, де i = 1,2,…, m, і вирішуємо відносно вектора $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n$, b$)$ задачу $\min\limits_{z \in G} Z$, де G визначається системою нерівностей

$$\begin{cases} z \geq 0 \\ -z \leq \sum\limits_{j=1}^{n} a_j x_j^i + b \leq z \\ -z \leq \sum\limits_{j=1}^{n} a_j x_j^{-i} + b \leq z, \end{cases}$$

де i = 1, 2,…, m.

У результаті одержуємо рівняння (4), з якого знаходимо $y(x)$ типу (5), і визначаємо $S = \min \left\{ y^1, y^2, \ldots, y^m, y^{-1}, y^{-2}, \ldots, y^{-m} \right\}$.

Очевидно, що запропоновані способи апроксимації функції $\Phi(x)$ є в загальному випадку надзвичайно грубими. А це значить, що $\min\limits_{чx \in W} \Phi(x)$ і $\min\limits_{чx \in W} y(x)$ у загальному випадку можуть дуже сильно відрізнятися. Тому для отримання досить точного наближення до розв'язання задачі (3) пропонується підхід, що містить у собі як апроксимацію типу а, б чи в, так і деяку модифікацію вектора спаду з урахуванням властивостей задачі (3).

Вважатимемо, що екстремум у (3) є мінімальним. Потім розв'язуємо задачі:

$$y(x^{-0*}) = \max_{x \in W} y(x), \quad y(x^{0*}) = \min_{x \in W} y(x), \qquad (6)$$

скориставшись зауваженням 1, і визначаємо точку x^0, відповідну величині $\delta_0 = \min \left\{ \delta, y(x^{0*}), y(x^{-0*}) \right\}$, де δ залежить від способу апроксимації а, б чи в. У вершинах x^{0j}, j = 1, 2,…q = $\frac{1}{2}$ $n(n\text{-}1)$, найближчих до вершини x^0 і отриманих унаслідок переставляння місцями значень однієї пари координат точки x^0 по всіх парах координат, обчислюємо $\Phi(x^{0j}) = y^{0j}$, де $j = 1, 2,\dots, m$, і знаходимо точку, що відповідає $\delta_1 = \min\{\delta_0, y^{01}, y^{02}, \dots, y^{0m}\}$, тобто $\Phi(x^1) = \delta_1$. Якщо $x^1 \neq x^0$, то у вершинах $x^{1j}, j = 1, 2,\dots, m$, найближчих до вершини x^1 і отриманих унаслідок переставлення місцями значень однієї пари координат точки x^0 по всіх парах координат, обчислюємо $\Phi(x^{1j})=y^{1j}$, де $j = 1, 2,\dots, m$, і знаходимо точку x^2, що відповідає $\delta_2 = \min\{\delta_1, y^{11}, y^{12}, \dots, y^{1m}\}$. Якщо $x^2 \neq x^1$, то продовжуємо процес обчислення $\Phi(x)$ у відповідних найближчих вершинах до вершини x^2. Цей процес триває доти, поки не виявиться $x^к = x^{к-1}$. У цьому випадку точку $x^к$ перепозначимо через $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0, \dots, x_n^0)$. Тепер відповідно до властивості 4, можна побудувати підмножини $W_{(n-2)i} \subset P_{oi} \cap W$, що складаються з точок $x^{oi} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i^0, x_i^0, x_{i+1}, \dots, x_n) = (z, x_i^0) \in W$, де $x_i = x_i^0$, $i = 1, 2,\dots, n$. На кожній безлічі $W_{(n-1)i}$, так само як на безлічі W, відповідно до пунктів а, б чи в будуємо функції $y_i(z)$ і розв'язуємо задачі

$$y_i(z^{i*}) = \min_{z \in W_{(n-2)i}} y_i(z), \quad y(z^{-i*}) = \max_{z \in W_{(n-2)i}} y_i(z), \qquad i=1,2,\dots,n \tag{7}$$

де $z \in R^{n-1}$.

Після цього визначаємо найменші значення δ_{1i} функції $\Phi(x)$ на безлічах $W_{(n-2)i}$, де $i = 1, 2,\dots, n$, як це робилося на безлічі W.

Потім обчислюємо $\delta_1 = \min\{\delta_{11}, \delta_{12}, \dots, \delta_{1n}\}$ і знаходимо точку x^1, що відповідає значенню δ_1, тобто $\Phi(x^1) = \delta_1$. Зрозуміло, що в точці x^1 одна з координат $x_i = x_i^0$, тобто $x_1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_{i-1}^1, x_i^0, x_{i+1}^1, \dots, x_n^1)$. Тепер, фіксуючи по черзі координату $x_j = x_j^1$, $j = 1, 2,\dots,i-1, i+1,\dots, n, j \neq i$, і вважати $x_i = x_i^0$, відповідно до властивості 4 можемо побудувати $(n-1)$ – безліч $W_{(n-3)j} = P_{1j} \cap W$ і розв'язати задачі типу (7) для функцій $y_j(z)$, $j =1, 2,\dots, i-1, i+1,\dots, n$, де $z = (x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \in R^{n-2}$. Процес зменшення розмірності вектора Z здійснюємо доти, поки не виявиться $n - q = K$, де q є кількістю зафіксованих координат точки $x \in R^n$. Після цього розв’язуємо задачі

$$\Phi(x^{*i}) = \min_{x \in W_{ki}} \Phi(x), \; i=1, 2, 3, k. \tag{8}$$

Ці задачі розв’язуються повним перебором безлічей W_{ki}, $i = 1, 2, 3, k$. Величину k вибирають залежно від можливостей обчислювальної техніки і вигляду функціонала $\Phi(x)$. Як правило, $k \leq 7$. Точка x^{*i}, дорівнює $\min\left\{\Phi(x^{*1}), \Phi(x^{*2}), \ldots, \Phi(x)^{*k}\right\}$ є остаточним результатом, що і є певним наближенням до точки мінімуму задачі (3).

Приклад. Наявні прямокутні модулі R_i однакової ширини w і довжини $2l_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Прямокутники R_i, де $i = 1, 2, \ldots, n$, розміщаються так, що їхні однакові сторони торкаються, а центри симетрій лежать на одній прямій. Центри симетрій O_i прямокутників R_i, де $i = 1, 2, \ldots, n$ з’єднуються деякою мережею відповідно до симетричної матриці

$$C = \begin{vmatrix} c_{11} c_{12} \cdots c_{1n} \\ c_{21} c_{22} \cdots c_{2n} \\ \cdots \\ c_{n1} c_{n2} \cdots c_{nn} \end{vmatrix},$$

де $c_{ij} = c_{ji}$, причому c_{ij} задають кількість деяких вагових зв’язків.

Необхідно розмістити прямокутники R_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, так, щоб довжина мережі що їх з'єднує, досягала мінімуму.

Побудуємо математичну модель цієї задачі. Довжина мережі може бути визначена в такий спосіб:

$$\Gamma(L) = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} c_{ij} \left| x_i - x_j \right|, \tag{9}$$

де x_i – є координати точки O_i яка залежить від послідовності, у якій розтащовуються прямокутники. Без зменшення спільності можемо покласти, що $x_i = 0$, якщо першим розміщується прямокутник R_i.

Поставимо у відповідність кожному прямокутнику R_i його половину довжини l_i, , $i = 1, 2, \ldots, n$. Тоді послідовність $l = (l_1, l_2, \ldots, l_n)$ формує комбінаторна безліч перестановок L. Вважаємо, що однакових прямокутників немає. Кожному прямокутнику R_i поставимо у відповідність послідовність $c_i = (c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{in})$, $i = 1, 2, \dots, n$. Ці послідовності формують послідовність $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, яка і спричиняє безліч перестановок $П$. Тоді кожній перестановці $l^k = (l_{k_1}, l_{k_2}, \dots, l_{k_n}) \in L$ можна поставити у взаємно однозначну відповідність порядок розміщення прямокутників $R_{k_1}, R_{k_2}, \dots, R_{k_n}$.

Оскільки значення вектора x залежать від порядку розташування прямокутників R_i, де $i = 1, 2, \dots, n$, то одержуємо:

$$
\begin{gathered}
x_{k_1} = 0, \\
x_{k_2} = l_{k_1} + l_{k_2}, \\
x_{k_3} = l_{k_1} + 2l_{k_2} + l_{k_3}, \dots, \\
x_{k_n} = l_{k_1} + 2\sum_{i=1}^{n-1} l_{k_i} + l_{k_n}.
\end{gathered} \tag{10}
$$

Наприклад, нехай маємо перестановку $l = (l_2, l_1, l_3, l_4, \dots, l_n, l_{n-1})$. Тоді цій перестановці відповідає такий порядок розміщення прямокутників: R_2, R_1, R_3, R_4, …, R_{n-2}, R_n, R_{n-1}. Це означає, що

$$
\begin{gathered}
x_{k_1} = x_1 = l_2 + l_1, \\
x_{k_2} = x_2 = 0, \\
x_{k_3} = x_3 = l_2 + 2l_1 + l_3, \\
x_{k_4} = x_4 = l_2 + 2l_1 + 2l_3 + l_4, \dots, \\
x_{k_{n-2}} = x_{n-2} = l_2 + 2l_1 + \sum_{i=3}^{n-3} 2l_i + l_{n-2}, \\
x_{k_{n-1}} = x_{n-1} = l_2 + 2l_1 + \sum_{i=3}^{n-2} 2l_i + l_n, \\
x_{k_n} = x_k = l_2 + 2l_1 \sum_{i=1}^{n-2} 2l_i + 2l_n + l_{n-1}.
\end{gathered}
$$

Таким чином, $x = x(l)$ і вираз (9) набуде вигляду $\Gamma(l) = \Gamma_1(x(l))$, де $x(l)$ визначається рівностями (10). Очевидно, що рівняння (10) забезпечують неперетинання R_i, де $i = 1, 2,\ldots, n$, між собою.

Висновки. Математична модель поставленої задачі набуває вигляду

$$\min_{l \in L} \Gamma(l). \tag{11}$$

У результаті вкладення i: $L \subset R^n$ одержуємо безліч $i(l)=W$ і задача (11) зводиться до розв'язання задачі (3).

Список джерел інформації / References

1. Ємець О. О. Задачі оптимізації на комбінаторних множинах: властивості та розв'язання / О. О. Ємець, О. В. Роскладка. – Полтава : РВЦ ПУСКУ, 2006. – 130 с.

Emec', O., Roskladka, O. (2006) *Optimization problems on combinatorial sets, properties and solution [Zadachi optimizacii na kombinayornih mnoginah: vlastivosti ta rozv'yazannya]*, RVC PUSKU, Poltava, 130 p.

2. Семенова Н. В. Подход к решению векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторном множестве перестановок / Н. В. Семенова, Л. Н. Колечкина, А. Н. Нагорная // Кибернетика и системный аналіз. – 2008. – № 3. – С. 158–172.

Semeonova, N., Kolechkina, L., Nagornaya, A. (2008), "The approach to the solution of vector problems of discrete optimization on the combinatorial set of permutations" ["Podhod k resheniu vektornsh zadach diskretnoi optimizacii na kombinatornom mnogestve perestanovok"], *Cybernetics and Systems Analysis*, No. 3, pp. 158-172.

3. Сергиенко И. В. Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования / И. В. Сергиенко, В. П. Шило. – К. : Наук. думка, 2003. – 264 с.

Sergienko, I., Shilo, V. (2003), *Problems of discrete optimization: problems, methods of solution, research [Zadachi diskretnoi optimizacii: problemi, metodi resheniya, issledovaniya]*, Nauk. Dumka, Kyiv, 264 p.

4. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець – К. : Ін-т систем. досліджень освіти, 1993. – 188 с.

Stoyan, U., Emec', O. (1993), *Theory and methods of Euclidean combinatorial optimization [Teoriya i metodi evklidovoi kombinatornoi optimizacii]*, Institute for System Studies, Kyiv, 188 p.

Тормосов Юрій Михайлович, д-р техн. наук, проф., кафедра холодильної та торговельної техніки і прикладної механіки, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. E-mail: tormosov@ukr.net.

Тормосов Юрий Михайлович, д-р техн. наук, проф., кафедра холодильної та торговельної техніки і прикладної механіки, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. E-mail: tormosov@ukr.net.

Tormosov Uriy, Doctor Of Science, Professor, Head of the Department of Refrigeration Trade Equipment and Applied Mechanics, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. E-mail: tormosov@ukr.net.

Стоян Євген Юрійович, канд. техн. наук, доц., кафедра економіки та управління, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. E-mail: stoyaneugen@ukr.net.

Стоян Евгений Юрьевич, канд. техн. наук, доц., кафедра экономики и управления, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. E-mail: stoyaneugen@ukr.net.

Stoyan Evgen, Candidate of Scienses (comparable to the academic degree of Doctor of Philosophy, PhD), Associate Professor, Department Economics and Management, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051.E-mail: stoyaneugen@ukr.net.

Якушенко Євген Миколайович, канд. техн. наук, доц., кафедра холодильної та торговельної техніки і прикладної механіки, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. E-mail: papelats@ukr.net.

Якушенко Евгений Николаевич, канд. техн. наук, доц., кафедра холодильной и торговой техники и прикладной механики, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. E-mail: papelats@ukr.net.

Yakushenko Evgen, Candidate of Scienses (comparable to the academic degree of Doctor of Philosophy, PhD), Associate Professor, Department of Refrigeration. Trade Equipment and Applied Mechanics, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. E-mail: papelats@ukr.net.

Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук, проф. В.М. Михайловим.
Отримано 30.09.2017. ХДУХТ, Харків.
DOI: 10.5281/zenodo.1108637