

УДК665.2/3.067.7

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ З ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ СУСПЕНЗІЯМИ В БАГАТОЕЛЕКТРОДНИХ СИСТЕМАХ

Назаренко І.П., к.т.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619)43-54-32

Анотація - представлені результати теоретичного визначення конструктивних параметрів електродних систем електросепараторів діелектричних суспензій.

Ключові слова – діелектрична суспензія, електрод, сила, частота, біжуче електричне поле, потенціал, електросепарація.

Постановка проблеми. В системах електричної сепарації та очистки дисперсних систем використовують постійне або змінне промислової частоти (50 Гц) електричне поле високої напруженості. Такий підхід є обґрунтованим, якщо система вміщує дисперсійне середовище та дисперсну фазу з властивостями, близькими до ідеальних діелектриків. Такими системами можуть бути дрібні частинки, що знаходяться у повітрі, або у рідині з дуже малим питомим опором (менш ніж 10^{-10} Ом·м. В реальних суспензіях поляризація дисперсних частинок не співпадає з поляризацією рідини, при чому зсув фаз залежить від діелектричної проникності та питомого опору як середовища, так і частинки. Врахування цього ефекту є дуже важливим з точки зору вибору частоти електричного поля при проектуванні пристроїв сепарації та очистки слабопровідних суспензій.

Аналіз останніх досліджень. В роботі [1] надані результати теоретичних досліджень щодо параметрів електросепарації діелектричних рідин та визначені енергетичні показники електросепарації з використанням виразу для сили, що діє на діелектричну частинку в неоднорідному електричному полі, яка справедлива для ідеальних діелектриків. В роботі [2] отримана графічна залежність частоти електричного поля від вологості шроту, при якій процес очистки соняшникової олії найбільш ефективний.

Формулювання цілей статті. Робота направлена на теоретичне обґрунтування параметрів біжучого електричного поля та конструкти-

вних параметрів електродної системи в пристроях електросепарації дисперсної фази та очистки слабопровідних суспензій.

Основна частина. Розглянемо принципи взаємодії електричного поля з незарядженими дисперсними частинки суспензії, що слабо проводить електричний струм. В суспензії, яка знаходиться в неоднорідному електричному полі можуть виникати сили, пов'язані з поляризацією [3]:

$$\vec{F} = \left(p_x \frac{\partial E}{\partial x} + p_y \frac{\partial E}{\partial y} + p_z \frac{\partial E}{\partial z} \right), \quad (1)$$

де \vec{F} – сила, що діє на частинку в неоднорідному електричному полі, Н;

p_x, p_y, p_z – складові дипольного моменту частинки, Кл·м.

Для визначення сили (1) потрібно розрахувати дипольний момент частинки. Будемо вважати, що така частинка має форму кулі і поміщується в середовище, де існувало однорідне електричне поле. При внесені такої кулі поле зміниться, якщо діелектрична проникність частинки і поля відрізняються. Оберемо центр кулі за початок відліку декартової та сферичної систем координат, а напрямок поля – за напрямком вісі Oz декартової системи. Потенціал поля, що потрібно знайти, повинен задовольняти рівнянню Лапласа:

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad (2)$$

де φ - потенціал електричного поля, В.

Крім цього на великих відстанях в від кулі потенціал поля повинен відповідати потенціалу однорідного поля:

$$\varphi_3 = -Cz = -E_z r \cos \theta, \quad (3)$$

де φ_3 - потенціал зовні кулі (при $r \rightarrow \infty$), В;

z – координата в декартовій системі координат, м;

E_z - напруженість електричного поля; В/м;

r – відстань від початку координат, м;

θ – полярний кут, рад.

Поляризація всередині кулі буде однорідною [3], і тому:

$$\varphi_4 = C_0 z = C_0 r \cos \theta, \quad (4)$$

де φ_4 - потенціал всередині кулі (при $r \leq a$), В;

a - радіус кулі, м;

C_0 - константа, що визначається з граничних умов.

Поляризована куля створює потенціал поверхневого заряду, який відповідає моменту диполя [3]:

$$\varphi_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_c} \cdot \frac{p \cos \theta}{r^2}, \quad (5)$$

де ϵ_c – діелектрична проникність середовища, Ф/м;

Зовнішнє електричне поле буде визначатися потенціалами однорідного поля за формулою (3) та потенціалом, що створює поверхневий заряд за формулою (5):

$$\varphi_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_c} \cdot \frac{p \cos \theta}{r^2} - E_z r \cos \theta, \quad (6)$$

де φ_c - потенціал електричного поля зовні кулі, В.

Граничними умовами, які дозволяють розрахувати константи C_0 та p є умова безперервності нормальної складової вектора індукції поля та умова безперервності дотичної складової вектора напруженості поля. Складові електричного поля:

$$\begin{aligned} E_\alpha &= 0; \\ E_n^k &= -\frac{\partial \varphi_k}{\partial r} = C_0 \cos \theta; \\ E_\tau^k &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \theta} = -C_0 \sin \theta; \\ E_n^c &= -\frac{\partial \varphi_c}{\partial r} = E_z \cos \theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_c} \frac{2p}{r^3} \cos \theta; \\ E_\tau^c &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_c}{\partial \theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_c} \frac{p}{r^3} \sin \theta - E_z \sin \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

де E_α - азимутальна складова електричного поля, В/м;

E_n^k - нормальна складова поля в середині кулі, В/м;

E_τ^k - дотична складова поля в середині кулі, В/м;

E_n^c - нормальна складова поля зовні кулі, В/м;

E_τ^c - дотична складова поля зовні кулі, В/м.

Граничні умови при переході через поверхню зіткнення двох середовищ виражаються співвідношеннями [5]:

$$\begin{cases} E_\tau^k - E_\tau^c = 0 \\ D_n^k - D_n^c = \delta' \end{cases} \quad (8)$$

де δ - щільність поверхневих зарядів, Кл/м²;

D_n^a, D_n^c – нормальні складові вектора індукції всередині та зовні кулі відповідно, Кл/м².

Будемо вважати, що куля знаходиться в квазіпостійному електричному полі, яке змінюється за синусоїдальним законом:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad (9)$$

де E_0 - амплітуда напруженості електричного поля, В/м;

i - уявна одиниця по відношенню до часу;

ω - кутова частота, рад/с;

t – час, с.

У випадку коли, електропровідність середовищ кінцева і не дорівнює нулю, щільність струму через границю повинна задовольняти також рівнянню безперервності:

$$J_n^a - J_n^c = -\frac{\partial \delta}{\partial t}, \quad (10)$$

де J_n^a, J_n^c – нормальна складова щільності струму через границю на внутрішній та зовнішній сторонах границі, А/м².

Беручи до уваги, що середовища в середині кулі та зовні однорідні та ізотропні, та те, що час входить тільки у вигляді множника $\exp(-i\omega t)$ граничні умови (7) можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} \dot{E}_r^a - \dot{E}_r^c = 0 \\ \dot{D}_n^a - \dot{D}_n^c = \dot{\delta} \\ \dot{J}_n^a - \dot{J}_n^c = -i\omega \dot{\delta}. \end{cases} \quad (11)$$

Нормальні складові щільності струмів можна виразити через напруженість поля:

$$\begin{cases} \dot{J}_n^a = \sigma_a \dot{E}_n^a \\ \dot{J}_n^c = \sigma_c \dot{E}_n^c, \end{cases} \quad (12)$$

де σ_a, σ_c - питома електропровідність всередині та зовні кулі, См/м.

Умови (8) можна записати враховуючи (9), та виключаючи $\dot{\delta}$ в наступному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{E}_r^{\text{ч}} - \dot{E}_r^{\text{с}} = 0 \\ \sigma_{\text{ч}} \dot{E}_n^{\text{ч}} - \sigma_{\text{с}} \dot{E}_n^{\text{с}} = -i\omega(\dot{D}_n^{\text{ч}} - \dot{D}_n^{\text{с}}). \end{cases} \quad (13)$$

Індукція поля:

$$\begin{cases} \dot{D}_n^{\text{ч}} = \varepsilon_{\text{ч}} \dot{E}_n^{\text{ч}} \\ \dot{D}_n^{\text{с}} = \varepsilon_{\text{с}} \dot{E}_n^{\text{с}}, \end{cases} \quad (14)$$

де $\varepsilon_{\text{ч}}$ - діелектрична проникність речовини кулі, Ф/м.

Відповідно до формул (7), (11) умови (13) при $r = a$ мають вигляд:

$$\begin{cases} \dot{E}_z - \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\text{с}}} \dot{p} = \dot{C}_0 \\ \sigma_{\text{ч}} \dot{C}_0 - \sigma_{\text{с}} \left(\dot{E}_z + \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\text{с}}} \frac{2\dot{p}}{a^3} \right) = -i\omega \left(\varepsilon_{\text{ч}} \dot{C}_0 - \varepsilon_{\text{с}} \left(\dot{E}_z + \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\text{с}}} \frac{2\dot{p}}{a^3} \right) \right). \end{cases} \quad (15)$$

З системи (15) отримуємо вираз для визначення дипольного моменту кулі, яка знаходиться в електричному полі:

$$\dot{p} = 4\pi\varepsilon_{\text{с}} a^3 \frac{\varepsilon_{\text{ч}} - i\frac{\sigma_{\text{ч}}}{\omega} - \varepsilon_{\text{с}} + i\frac{\sigma_{\text{с}}}{\omega}}{\varepsilon_{\text{ч}} - i\frac{\sigma_{\text{ч}}}{\omega} + 2\varepsilon_{\text{с}} - i2\frac{\sigma_{\text{с}}}{\omega}} \vec{E}_0 e^{j\omega t}. \quad (16)$$

Визначимо силу, яка діє на частинку в електричному полі відповідно до формул (1), (16):

$$\dot{F} = 4\pi\varepsilon_{\text{с}} a^3 \frac{\varepsilon_{\text{ч}} - i\frac{\sigma_{\text{ч}}}{\omega} - \varepsilon_{\text{с}} + i\frac{\sigma_{\text{с}}}{\omega}}{\varepsilon_{\text{ч}} - i\frac{\sigma_{\text{ч}}}{\omega} + 2\varepsilon_{\text{с}} - i2\frac{\sigma_{\text{с}}}{\omega}} \left(E_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + E_y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + E_z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} \right). \quad (17)$$

Формула (14) дозволяє розрахувати поле сили, якщо відомі електричні властивості суспензії та параметри електричного поля.

В роботі [6] була отримана функція комплексного потенціалу для багаторядної системи електродів, що дозволяє розрахувати параметри електричного поля, яке залежить тільки від двох координат:

$$\begin{cases} W = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{n-1} (U_k - U_{k+1}) \ln(\omega - a_k) + (U_n - U_1) \ln(\omega - a_1) + \\ \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{m-1} (U_i - U_{i+1}) \ln(\omega - c_i) + (U_m - U_1) \ln(\omega - c_1) \\ z = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n h \ln(\omega - a_k) + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^m h \ln(\omega - c_i), \end{cases} \quad (18)$$

де W - комплексний потенціал, В;

U_i - потенціал i - го електроду, В;

ω, z - комплексні змінні, м;

h - відстань між електродами в ряду, м;

c_i, a_k - константи.

Константи c_i, a_k визначаються методом підбору [7].

Для вирішення задачі знаходження поля сил запишемо формулу для сили (17) в комплексній формі відносно координат враховуючи вираз напруженості поля через комплексний потенціал [8]:

$$\dot{P} = \dot{A} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \mid \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right) + j \left(\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \mid \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right) \right) \quad (19)$$

де j - уявна одиниця в комплексній площині відносно координат;

$$\dot{A} = 4\pi\varepsilon_c a^3 \frac{\varepsilon_v - i \frac{\sigma_v}{\omega} - \varepsilon_c + i \frac{\sigma_c}{\omega}}{\varepsilon_v - i \frac{\sigma_v}{\omega} + 2\varepsilon_c - i 2 \frac{\sigma_c}{\omega}}. \quad (20)$$

З іншого боку, використовуючи функцію комплексного потенціалу і враховуючи правила диференціювання комплексної функції можемо записати:

$$\frac{dW_z}{dz} = \frac{\partial U}{\partial y} + j \frac{\partial U}{\partial x}; \quad (21)$$

$$\frac{d^2 W_z}{dz^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + j \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \quad (22)$$

Добуток першої похідної та комплексно зв'язаної величини з другою похідною:

$$\frac{dW_z}{dz} \frac{d^2W_z}{dz^2} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + j \left(\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right). \quad (23)$$

Порівнюючи формули (16) та (20) отримуємо вираз для знаходження сили, що діє на поляризовану частинку в електричному полі:

$$\dot{\vec{F}} = \dot{A} \frac{dW_z}{dz} \frac{d^2W_z}{dz^2} \quad (24)$$

Введемо наступні позначення для похідних:

$$\begin{aligned} B &= \frac{dW_{\dot{\omega}}}{d\dot{\omega}} = \frac{1}{\pi} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{U_k - U_{k+1}}{\dot{\omega} - a_k} + \frac{U_n - U_1}{\dot{\omega} - a_1} + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{U_i - U_{i+1}}{\dot{\omega} - c_i} + \frac{U_m - U_1}{\dot{\omega} - c_1} \right); \\ C &= \frac{d^2W_{\dot{\omega}}}{d\dot{\omega}^2} = -\frac{1}{\pi} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{U_k - U_{k+1}}{(\dot{\omega} - a_k)^2} + \frac{U_n - U_1}{(\dot{\omega} - a_1)^2} + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{U_i - U_{i+1}}{(\dot{\omega} - c_i)^2} + \frac{U_m - U_1}{(\dot{\omega} - c_1)^2} \right); \\ D &= \frac{dz}{d\dot{\omega}} = \frac{h}{\pi} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\dot{\omega} - a_k} + \frac{1}{\dot{\omega} - a_1} + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{\dot{\omega} - c_i} + \frac{1}{\dot{\omega} - c_1} \right); \\ H &= \frac{d^2z}{d\dot{\omega}^2} = -\frac{h}{\pi} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(\dot{\omega} - a_k)^2} + \frac{1}{(\dot{\omega} - a_1)^2} + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{(\dot{\omega} - c_i)^2} + \frac{1}{(\dot{\omega} - c_1)^2} \right). \end{aligned}$$

Далі, враховуючи правила диференціювання параметрично заданих функцій, отримуємо наступні формули для знаходження поля сил:

$$\begin{cases} \dot{\vec{F}} = \dot{A} \cdot \frac{B}{D} \cdot \frac{\overline{D} \cdot \overline{C} - \overline{H} \cdot \overline{B}}{(\overline{D})^3}; \\ z = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n h \ln(\dot{\omega} - a_k) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h \ln(\dot{\omega} - c_i). \end{cases} \quad (25)$$

Потенціали U_k, U_i , що входять у вирази для B і C мають вигляд:

$$\begin{cases} U_k = U_0 \cos(\omega t + \alpha_k); \\ U_i = U_0 \cos(\omega t + \alpha_i). \end{cases} \quad (26)$$

де α_k, α_i - зсув фаз між потенціалами електродів.

Тому їх добутки, що входять в формулу (22):

$$\begin{aligned}
 U_k U_i &= U_0^2 \cos(\omega t + \alpha_k) \cos(\omega t + \alpha_i) = \\
 &= U_0^2 (\cos(\alpha_k) \cos(\alpha_i) \cos^2(\omega t) + \sin(\alpha_k) \sin(\alpha_i) \sin^2(\omega t) - \cos(\alpha_k) \cdot \\
 &\cdot \sin(\alpha_i) \cos(\omega t) \sin(\omega t) - \sin(\alpha_k) \cos(\alpha_i) \sin(\omega t) \cos(\omega t)). \quad (27)
 \end{aligned}$$

Миттєве значення добутку (27):

$$\begin{aligned}
 U_k U_i &= \frac{U_0^2}{2} (\cos(\alpha_k) \cos(\alpha_i) (1 + \cos(2\omega t)) + \\
 &+ \sin(\alpha_k) \sin(\alpha_i) (1 - \cos(2\omega t)) - \cos(\alpha_k) \sin(\alpha_i) \sin(2\omega t) \\
 &- \sin(\alpha_k) \cos(\alpha_i) \sin(2\omega t)). \quad (28)
 \end{aligned}$$

Залишимо з формули (28) лише постійну складову. Змінна складова має кутову частоту 2ω і її середня за період величина дорівнює нулю. Тоді для дійсної частини формул (25):

$$U_k U_i = \frac{U_0^2}{2} (\cos(\alpha_k) \cos(\alpha_i) + \sin(\alpha_k) \sin(\alpha_i)). \quad (29)$$

Аналогічно запишемо вираз для уявної частини сили за формулами (25):

$$U_k U_i = \frac{U_0^2}{2} (\cos(\alpha_k) \sin(\alpha_i) - \sin(\alpha_k) \cos(\alpha_i)). \quad (30)$$

Формули (25), (29) та (30) дозволяють розрахувати складові вектора сили.

Для розрахунку і візуалізації топографії поля сил в дворядній системі циліндричних електродів, що реалізують біжуче електричне поле була використана програма «Matlab». Потенціали на електродах задавались для симетричної трифазної напруги.

На рисунку 1 показана топографія X - складової вектора сили, що діє вздовж ряду електродів в біжучому електричному полі. Відношення відстані між електродами в ряду до відстані між рядами (l/h) складає 1:2. Цілком очевидно, що при зміні цього співвідношення, зміниться картина поля сил та електричного поля.

Очевидно, що основним фактором, який лімітує збільшення напруги на електродах з метою збільшення сил є напруженість поля пробною рідиною. Для визначення величини l/h , при якому середня сила буде максимальною за умовою рівності напруженості поля на поверхні електродів були розраховані та побудовані топографії поля для різ-

них значень l/h . Амплітудні значення потенціалів електродів при розрахунках приймалися рівними 1 В. Середнє значення сили визначалось за формулою

$$F_{\text{ср}} = \left(\frac{E_{\text{пр}}}{E_{\text{max}}} \right)^2 \frac{1}{\sum S_i} \sum F_i \cdot S_i, \quad (31)$$

де $E_{\text{пр}}$ – пробивна напруженість електричного поля, В/м;

E_{max} – максимальна напруженість поля в міжелектродній області, В/м;

S_i – площа i -го прямокутника, м²;

F_i – середнє значення сили в i -му прямокутнику, Н.

Величина пробивної напруженості поля приймалась рівною 1В/м.

За отриманими даними була побудована залежність (рисунок 2), яка дозволила визначити інтервал зміни величини $l/h = 0,3 - 0,5$, в якому забезпечується максимальна середня сила, що діє на частинки в біжучому електричному полі.

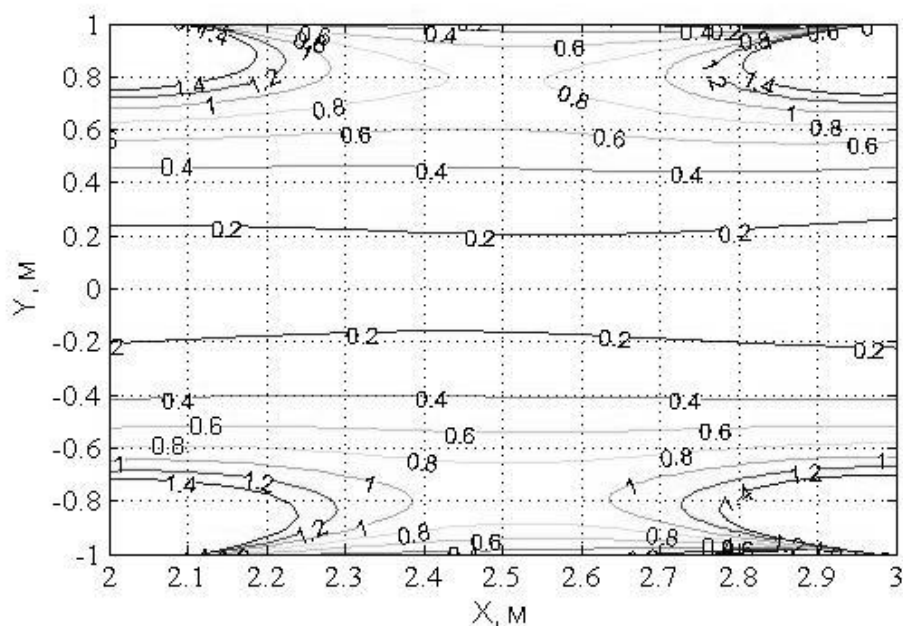


Рис. 1. Топографія X - складової вектора сили, що діє вздовж ряду електродів в біжучому електричному полі при $l/h = 0,5$.

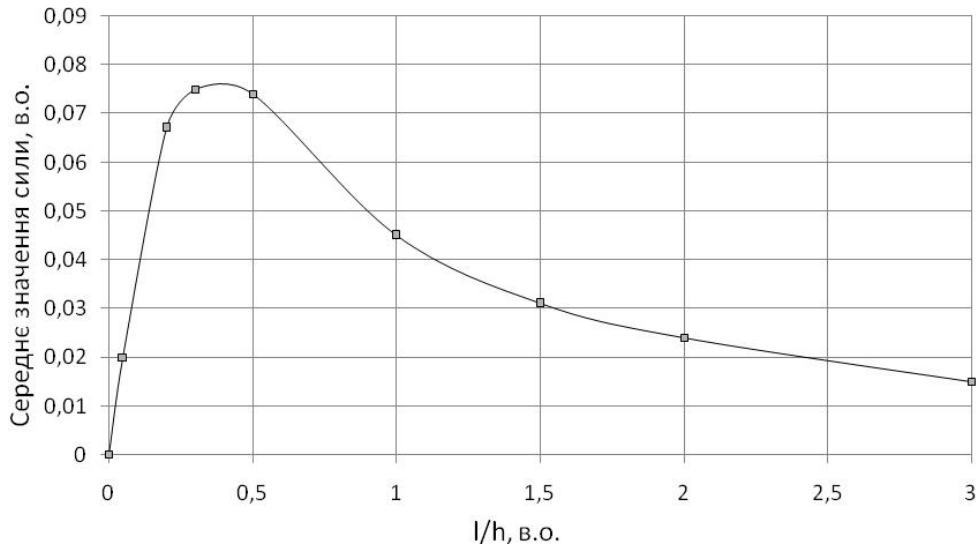


Рис. 2. Залежність середнього значення X – складової сили, що діє на частинку в біжучому полі від величини l/h .

Висновки. Дослідження взаємодії електричного поля з діелектричними суспензіями в багатоелектродних системах дозволило визначити наявність взаємозв'язку між середньою величиною сили, що діє на дисперсну частинку та конструктивними параметрами електродної системи. Величина цієї сили буде максимальною в інтервалі зміни величини відношення відстані між електродами в ряду до відстані між рядами від 0,3 до 0,5.

Література

1. Назаренко І.П. Теоретичні дослідження енергетичних показників камерного електросепаратора / І.П. Назаренко, М.О. Рубцов // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету / відп. за вип. В. А. Дідур. - Мелітополь, 2009. - Вип. 9, т. 2. - С. 68-73.
2. Назаренко І.П. Обґрунтування частоти біжучого електричного поля в пристроях очистки діелектричних рідин / І.П. Назаренко // Праці Таврійського державного агротехнічного університету / відп. за вип. Ф. Ю. Ялпачик. - Мелітополь, 2010. - Вип. 10, т. 3. - С. 171-175.
3. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т.2. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц.- М.: Наука, 1988. – 512 с.
4. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц.- М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. – 532 с.
5. Стрэттон Д.А. Теория электромагнетизма / Д.А. Стрэттон. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. – 541 с.

6. *Назаренко І.П.* Моделювання біжучого електричного поля в електросепараторах діелектричних суспензій / *І.П. Назаренко* // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – Харків: ХНТУСГ, 2010.- Вип.101.- С. 137-138.
7. *Лаврентьев М.А.* Методы теории функции комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат.- М.: Наука, 1987. – 740 с.
8. *Миролюбов Н.Н.* Методы расчета электростатических полей / *Н.Н. Миролюбов, М.В. Костенко, М.Л. Левинштейн, Н.Н. Тиходеев.* – М.: Высшая школа, 1963. - 415 с.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СУСПЕНЗИЯМИ В МНОГОЭЛЕКТРОДНЫХ СИСТЕМАХ

И.П. Назаренко

Аннотация - представлены результаты теоретического определения конструктивных параметров электродных систем электросепараторов диэлектрических суспензий.

THEORETICAL RESEARCHES OF CO-OPERATION OF ELECTRIC PAUL WITH DIELECTRIC SUSPENSION IN SYSTEMS OF MULTIELECTRODES

I. Nazarenko

Summary

The results of theoretical determination of structural parameters of the systems of electrodes of electro-separators of dielectric suspension are presented.