УДК 631.3.001.2. (082)

АНАЛІЗ (ПАРАМЕТРИЧНИХ) КОЛИВАНЬ ВІБРОПЛУГА У ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ

Ловейкін В. С., д.т.н.,
Човнюк Ю. В., к.т.н.,
Дяченко Л. А., інж.
Національний університет біоресурсів і природокористування України
Тел.: (097)-647-11-57, e-mail: lubaandnastyaua@bigmir.net

Анотація **- проведений аналіз можливих параметричних коливань віброплуга у горизонтальній площині. Визначені умови, за яких може бути реалізований аперіодичний рух віброплуга, а для збудження параметричних коливань системи ℓ-го порядку недостатньо параметричного збудження (переважають сили дисипації).**

Ключові слова **– параметричні коливання, віброплуг, амплітуда, резонанс, диференціальне рівняння, в'язке тертя, збудження.**

Постановка проблеми. У процесі дослідження частинного випадку руху віброплуга, коли трактор має заданий поступальний рівномірний та прямолінійний рух, а віброплуг здійснює малі коливання (у т.ч. параметричного типу й походження) у горизонтальній площині навколо точки О, можливі ситуації виникнення параметричних резонансів ℓ-го порядку, які призводять до суттєвого збільшення амплітуди вказаних коливань, погіршення якості обробки ґрунту, рух втрачає свою стійкість та керованість. Для уникнення таких режимів руху віброплуга необхідно створити адекватну модель (фізико-механічну та математичну) і встановити умови, за яких подібні коливання зникають (суттєво пригнічуються), а сам рух віброплуга у горизонтальній площині стає аперіодичним й швидко затухаючим. На думку авторів даної роботи такі дослідження не проводились на належному рівні, а критерії аперіодичного руху віброплуга (за наявних параметричних збуджень ℓ-го порядку) зовсім не вивчені.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження нелінійних коливань механічних систем, у тому числі параметричного походження, детально вивчені у роботах [1 -12], а у роботі [13] проведений аналіз руху плуга у горизонтальній площині. Параметричні коливання віброплуга у горизонтальній площині не вивчені зовсім. (В усякому разі, автори даної роботи не знайшли робіт, присвячених даній темі).

Формування цілей статті полягає у встановленні амплітудно-частотних характеристик параметричних коливань ℓ-го порядку при русі віброплуга у горизонтальній площині, а також умов, за яких подібні коливання не можуть бути реалізовані, що призводить до аперіодичних рухів віброплуга (тобто, переважно, на останній справляють суттєвий вплив дисипативні сили).

Основний зміст роботи. Розглянемо частинний випадок руху віброплуга, коли трактор (машинно-тракторний агрегат) має заданий поступальний та прямолінійний рух, а віброплуг здійснює малі коливання у горизонтальній площині навколо точки О. Для спрощення задачі, як і у [13], скористаємося принципом обернення руху – зупинимо трактор (МТА), і нехай грунт рухається зі швидкістю, яка дорівнює швидкості руху агрегату.

При прийнятих припущеннях диференціальне рівняння руху віброплуга:

$$I_z \cdot \ddot{\varphi} = x \cdot R_y - y \cdot R_x - (x_1 + y_1 \cdot f) \cdot N_1 - y_2 \cdot f_2 \cdot N_2 + M_z, \qquad (1)$$

де I_z – момент інерції віброплуга відносно осі O_z, яка проходить через точку О перпендикулярно до поверхні поля;

R_x та R_y – проекції головного вектору $\vec{R}$ сили опору ґрунту на осі O_x та O_y;

x, y, x_1, x_2, y_1, y_2 – координати точок прикладання сил $\vec{R}, \vec{N}_1$ та $\vec{N}_2$;

f_1 та f_2 – коефіцієнти тертя польової дошки й горизонтальних опор віброплуга з ґрунтом (врахований вплив вібраційної сили на дані коефіцієнти та поляризація вібраційного поля останньої за [12]);

$\vec{N}_1, \vec{N}_2$ - реакції стінки борони й горизонтальної опори віброплуга;

M_z – проекція вектору найменшого головного моменту на вісь O_z.

Розв’язок цього рівняння отримати доволі важко, оскільки значення сил R_x, R_y, N_1, N_2 й моменту M_z є випадковими функціями часу. Отже, у механічній задачі, що розглядається вивчення поставленого питання з високим степенем точності виявляється неможливим. Щоб виключити труднощі, що виникли, вивчимо рух віброплуга та його реакцію на дію випадкових сил на аналогах. У даному випадку найбільш вдалим аналогом є лінійна система з одним ступенем вільності руху, яка має у своєму складі відновлюючий момент $M = F(t) \cdot \ell \cdot \sin\varphi$ з в’язким демпфіруванням. Описаний аналог поданий на рис.1.

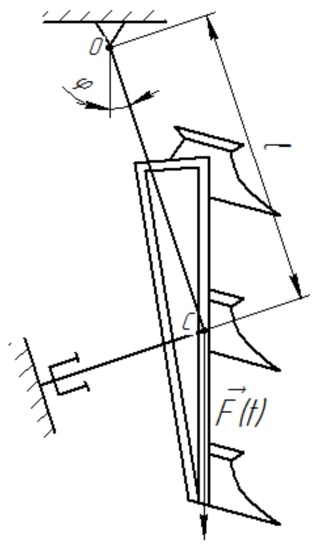

Рис. 1. Динамічна модель руху віброплуга у горизонтальній площині.

У відповідності з рис.1 диференціальне рівняння руху віброплуга буде мати вид:

$$I_z \cdot \ddot{\varphi} = -\mu \cdot \ell \cdot \dot{\varphi} - F(t) \cdot \ell \cdot \sin\varphi \tag{2}$$

Виражаючи силу збурення F(t) у вигляді суми її середньої величини $F_{сер}$, незалежної від часу t й випадкової величини f(t), котра коливається навколо середньої і залежить від часу t, тобто F(t) = $F_{сер}$ + f(t), розглянемо у подальшому малі коливання віброплугу, коли sin φ ≈ φ.

З урахуванням вище наведеного, запишемо диференціальне рівняння руху віброплуга:

$$I_z \cdot \ddot{\varphi} + \mu \cdot \ell \cdot \dot{\varphi} + F_{сер} \cdot \ell \cdot \varphi = -f(t) \cdot \ell \cdot \varphi, \tag{3}$$

або

$$\ddot{\varphi} + \frac{\mu\ell}{I_z} \cdot \dot{\varphi} + \frac{F_{сер} \cdot \ell}{I_z} \cdot \varphi = -\frac{f(t) \cdot \ell \cdot \varphi}{I_z}. \tag{4}$$

Позначимо:

$$\frac{\mu\ell}{I_z} = 2n; \frac{F_{сер} \cdot \ell}{I_z} = k^2. \tag{5}$$

Після підстановки виразів (5) у диференціальне рівняння руху віброплуга (3) матимемо:

$$\ddot{\varphi} + 2n \cdot \dot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi = -\frac{f(t) \cdot \ell \cdot \varphi}{I_z}, \tag{6}$$

де μ – в’язкісна, пропорційна кутовій швидкості, сила демпфірування на одиницю швидкості;
ℓ - відстань точки прикладання сил від точки О;
n – коефіцієнт затухання коливань;
k – власна частота коливання системи.

Слід зазначити, що рух системи, описаний рівнянням (6), за повної відсутності сили збурення f(t) представляє собою вільні коливання, які вивчені у [13].

Перетворимо рівняння (6):

$$\ddot{\varphi} + 2n \cdot \dot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi \left[1 + \frac{\ell \cdot f(t)}{I_z \cdot k^2} \right] = 0, \qquad (7)$$

і введемо позначення:

$$G(t) = \frac{\ell \cdot f(t)}{I_z \cdot k^2}. \qquad (8)$$

З урахуванням (8) рівняння (7) набуває виду:

$$\ddot{\varphi} + 2n \cdot \dot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi [1 + G(t)] = 0. \qquad (9)$$

У подальшому для розв'язку й дослідження рівняння (9) використаємо підхід [12].

Вважатимемо G(t) на кшталт параметричного збудження, яке є періодичною функцією часу t і не має у своєму складі постійної компоненти. Крім того, вважаємо, що G(t) << 1, тобто параметричне збудження є слабким. (В усякому разі, випадкову функцію часу *f*(t) можна подати у вигляді ряду Фур'є).

Рівняння (9) має розв'язок φ = 0, який відповідає положенню рівноваги системи. Як і у лінійних системах, параметричне збудження може викликати нестійкість цього положення рівноваги і появу коливного процесу, котрий прийнято називати параметричним резонансом [12]. Однак, на відміну від лінійних систем, параметричні коливання нелінійної системи (коли не можна здійснювати заміну sinφ↔ φ) зазвичай виявляються обмеженими за амплітудою, у системі встановлюється деякий періодичний процес.

Дослідимо параметричні коливання у системі (9). При цьому визначимо умови нестійкості положення рівноваги та збудження параметричного резонансу, а також стаціонарні (періодичні) розв'язки рівнянь руху, зокрема, їх амплітуди.

Питання щодо стійкості положення рівноваги φ = 0 розв'язується шляхом дослідження лінеаризованих рівнянь руху (типу (9)). По суті, вказане рівняння Хілла. Відомо, що при зміні параметру k у рівнянні (9) від 0 до ∞ зони стійкості нульового рішення чергуються з зонами нестійкості. Останні розміщені поблизу значень

$$k = \frac{\omega}{2}; \omega; \frac{3}{2}\omega; ..., \qquad (10)$$

а їх ширина залежить від загального рівня параметричного збудження і від амплітуди гармонік у розкладі збудження у ряд Фур'є:

$$G(t) = \sum_{S=1}^{\infty} G_s \cdot \sin(s \cdot \omega \cdot t + \psi_S), G_S = \frac{\ell \cdot f_S}{I_z \cdot k^2},\ f(t) = \sum_{S=1}^{\infty} f_S \cdot \sin(s \cdot \omega \cdot t + \psi_S), \qquad (11)$$

де ω – характерна частота збуджень у системі (збуджень параметричного типу).

Нехай значення k у рівнянні (9) відповідає першій зоні нестійкості, тоді наближені періодичні розв’язки рівняння (9), які відповідають усталеним параметричним коливанням, слід шукати у формі:

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_a \cdot \cos\left(\frac{\omega}{2} \cdot t\right) \tag{12}$$

При наявності в’язкого тертя квадрат частоти вільних коливань консервативної системи визначається за формулою:

$$\Omega_1^2 = \frac{\omega^2 \pm \omega\sqrt{G_1^2 \cdot (4n_0^2 + \frac{\omega^2}{4}) - 16n_0^2}}{4 - G_1^2}, n_0 \equiv n. \tag{13}$$

Якщо:

$$G_1 < \frac{4n_0}{\sqrt{4n_0^2 + \frac{\omega^2}{4}}} = \frac{4n}{\sqrt{4n^2 + k^2}}, \tag{14}$$

тоді рівняння (13) не має дійсних коренів. Це означає, що параметричне збудження недостатнє для збудження параметричних коливань системи й переважають дисипативні сили.

Якщо значення k у рівнянні (9) лежить у m-ій зоні нестійкості, тоді наближений періодичний розв’язок слід шукати у формі:

$$\varphi = \varphi_0 + a \cdot \cos\left(\frac{m \cdot \omega}{2} \cdot t\right). \tag{15}$$

Квадрат частоти вільних коливань консервативної системи (за наявності в’язкого тертя) визначається зі співвідношення:

$$\Omega_m^2 = \frac{m^2 \cdot \omega^2 \pm m \cdot \omega \cdot \sqrt{G_m^2 \cdot (4n_0^2 + \frac{m^2 \cdot \omega^2}{4}) - 16n_0^2}}{4 - G_m^2} \tag{16}$$

Якщо:

$$G_m < \frac{4n_0}{\sqrt{4n^2 + \frac{m^2 \cdot \omega^2}{4}}} = \frac{4n}{\sqrt{4n^2 + k^2}}, \tag{17}$$

тоді параметричні коливання m-го порядку у системі не збуджуються, переважають дисипативні сили (процеси коливань не реалізуються, а існують лише аперіодичні затухаючі рухи).

Під час обробки ґрунту дуже важливим показником є швидкість самовстановлення віброплуга після дії на нього силових факторів, які його виводять із стану рівноваги. Тому бажано встановити достатні умови, за яких рух віброплуга завжди буде суто аперіодичним:

$$k \le n. \tag{18}$$

Після підстановки у ці вирази k й n значень з (5) матимемо:

$$\sqrt{\frac{F_{сер} \cdot \ell}{I_z}} \le \frac{\mu\ell}{2I_z} \tag{19}$$

Звідси маємо:

$$\mu \geq 2\sqrt{\frac{I_z \cdot F_{сер}}{\ell}} \tag{20}$$

Якщо подати в'язку силу демпфірування μ через питомий тиск q й площу поверхні деформації ґрунту польовою дошкою віброплуга S, тобто: μ=q·S, знайдемо умову, за якої реалізується аперіодичний рух віброплуга:

$$q \cdot S \geq 2\sqrt{\frac{I_z \cdot F_{сер}}{\ell}} \tag{21}$$

Виконання залежності (21) забезпечує віброплугу аперіодичний рух за будь – якого значення прикладеного до нього імпульсу сили.

Коефіцієнт μ = q·S визначається експериментально, наприклад, за допомогою копра [13].

Висновки. Створена фізико-механічна модель для аналізу параметричних коливань віброплуга у горизонтальній площині, на основі якої встановлені умови їх збудження, а також достатні умови задля аперіодичного руху віброплуга, які залежать від конструктивних параметрів останнього та діючих силових факторів. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку горизонтальних (параметричних) коливань віброплуга на стадії його конструювання проектування, а також у режимах реальної експлуатації.

Література

1. *Боголюбов Н.Н.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. / *Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский.* – М.: Физматгиз, 1958. – 408с.

2. *Болотин В.В.* Динамическая устойчивость упругих систем. / *В.В. Болотин.* – М.: Гостехиздат, 1956. – 600с.

3. *Вульфсон И.И.* Нелинейные задачи динамики машин. / *И.И. Вульфсон*, М.З. Коловский. – Л.: Машиностроение, 1968. – 282с.

4. *Ден–Гартон Дж.П.* Механические колебания. / *Дж. П. Ден–Гартон*. – М.: Физматгиз, 1960. – 580с.

5. *Каннингхем В.* Введение в теорию нелинейных систем. / *В. Каннингхем.* – Л. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – 456с.

6. *Кац А.М.* Вынужденные колебания нелинейных систем с одной степенью свободы, близких к консервативным. / *А.М. Кац* // прикладная математика и механика. –1955.–т. XIX. – Вып. 1.–С.13–32.

7. *Коловский М.З.* Нелинейная теория виброзащитных систем. / *М.З. Коловский.* – М.: Наука, 1966. – 317с.

8. *Пановко Я.Г.* Введение в теорию механических колебаний. / *Я.Г.Пановко*. – М.: Наука, 1971. – 240

9. *Стокер Дж.* Нелинейные колебания в механических и электрических системах. / *Дж. Стокер.* – М.: Изд. иностр. л-ры, 1933. – 356с.

10. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле. / *С.П. Тимошенко*. – М.: Наука, 1967. – 444с.

11. *Хаяси Т.* Вынуждение колебания в нелинейных системах. / *Т.Хаяси.* – М.: Изд. иностр. л-ры, 1957. – 204с.

12. Вибрации в технике: справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: *В.Н. Челомей* (пред.). – М.: Машиностроение, 1979. – Т.2. Колебания нелинейных механических систем. / Под ред. И.И. Блехман. – 1979. – 351с.

13. *Тураев Л.Д.* Движение плуга в горизонтальной плоскости. / *Л.Д. Тураев* // Конструирование и технология производства сельскохозяйственных машин. – 1975. №5. – С.3 – 6.

АНАЛИЗ (ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ) КОЛЕБАНИЙ ВИБРОПЛУГА В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

В. С. Ловейкин, Ю. В. Човнюк, Л. А. Дяченко

Аннотация **- проведен анализ возможных параметрических колебаний виброплуга в горизонтальной плоскости. Определены условия, при которых может быть реализовано апериодическое движение виброплуга, а для возбуждения параметрических колебаний системы ℓ-го порядка недостаточно параметрического возбуждения (преобладают силы диссипации).**

THE ANALYSIS OF (PARAMETRIC) VIBRATIONS OF THE VIBRATING PLOUGH IN THE HORIZONTAL PLANE

V. Loveykin, Y. Chovnyuk, L. Dyachenko

Summary

The analysis of possible parametric oscillation of the vibrating plough in the horizontal plane has been made. The conditions under which aperiodic motion of the vibrating plough can be implemented have been determined. There is not enough parametric excitation to activate the parametric oscillation of the l-th order (the power of dissipation is predominant).