

УДК 631.354:633.85

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВІДНОСНОГО РУХУ НАПІВНАВІСНОГО АГРЕГАТУ ДЛЯ ЗБИРАННЯ РИЦИНИ

Леженкін О. М., д.т.н.,

Рубцов М. О., к.т.н.,

Головін С. В., інж.

*Таврійський державний агротехнологічний університет*

Тел. (0619) 42-24-36

**Анотація** – розглянуті питання динаміки напівнавісного агрегату для збирання рицини, складена за допомогою рівнянь Лагранжу II роду система диференціальних рівнянь і отриманий її розв’язок.

**Ключові слова** – рицина, напівнавісний агрегат, узагальнені сили, узагальнені координати, узагальнені швидкості, диференціальні рівняння, відносний рух.

*Постановка проблеми.* Як відомо, рицина є дуже важливою культурою для народного господарства. Але в останні роки її виробництво практично припинено. Це пов’язано з відсутністю технічних засобів збирання врожаю. Комбайни, які випускалися за часів Радянського Союзу вже прийшли в повну непридатність, а нових рицинозбиральних комбайнів Україна, на жаль, не виробляє. Виходом з даної ситуації може бути розробка нових технологій збирання врожаю. Найбільш ефективною, на наш погляд, є технологія збирання врожаю методом обчісування рослин на корені. Для колосових та воротневих культур ця технологія вже розроблена і, навіть, є технічні засоби [1, 2, 3, 4]. Що стосується рицини, то такі роботи ведуться у Таврійському державному агротехнологічному університеті. На підставі проведених попередніх досліджень був розроблений модуль для збирання рицини методом обчісування на корені [5, 6, 7].

Конструктивні параметри цього модулю обґрунтовані в роботах [8, 9]. Але для обґрунтування стійкого руху напівнавісного агрегату необхідно провести дослідження динаміки.

*Аналіз досліджень і публікацій.* Першим почав дослідження динаміки агрегатів академік Горячкін В.П. [10]. Подальше продовження досліджень в цьому напрямку знайшло відображення у роботах академіка Василенка П.М. [11, 12]. Значний вклад у розвиток динаміки

агрегатів та стійкості їх руху був зроблений професором Гячевим Л.В. [13, 14]. Питання динаміки та стійкості руху причіпних зернозбиральних агрегатів розглянуті в роботах [15, 16, 17]. Стосовно напівнавісного агрегату для збирання ріщини динаміці руху присвячені роботи [18, 19, 20]. Але в цілому динаміка агрегату такого класу ще не розглядалась.

*Формулювання цілей статті.* Побудувати математичні моделі відносного руху напівнавісного агрегату для збирання ріщини.

*Основна частина.* Розглянемо напівнавісний агрегат для збирання ріщини, що складається з обчісуючого модулю 2, який навішаний на трактор 1 (рис.1) [18].

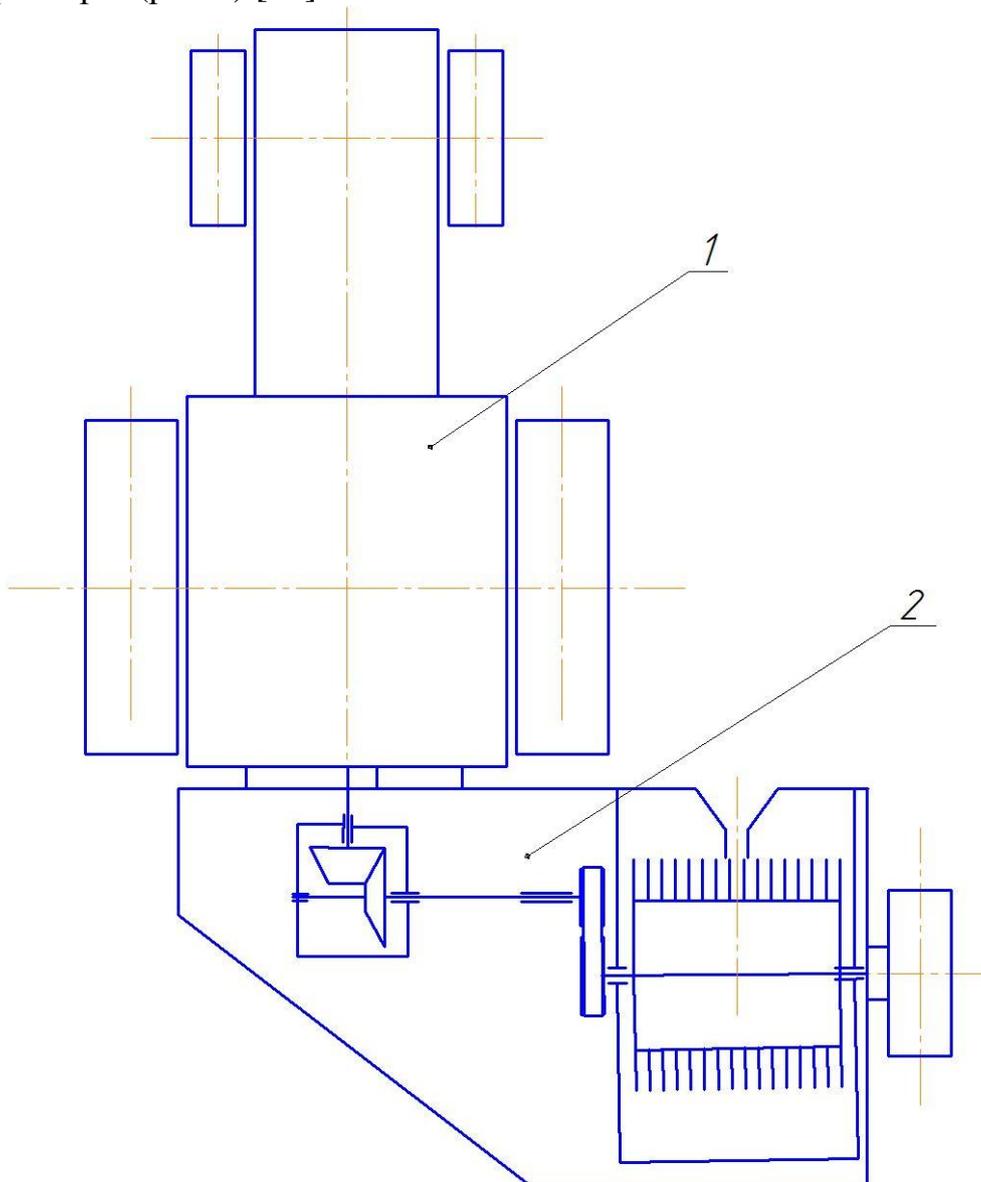


Рис. 1. Агрегат для збирання ріщини методом обчісування.

Збиральний агрегат у відносному русі має два ступеня вільності і тому його положення визначається двома узагальненими координатами.

ми. Переміщення центру мас трактора вздовж осі  $O_1X_1$  визначиться узагальненою координатою  $X_{1C}$ . Поворот навколо осі, яка проходить через центр мас трактора, визначається узагальненою координатою  $\varphi$ . Розрахункову схему збирального модулю наведено на рисунку 2 [19].

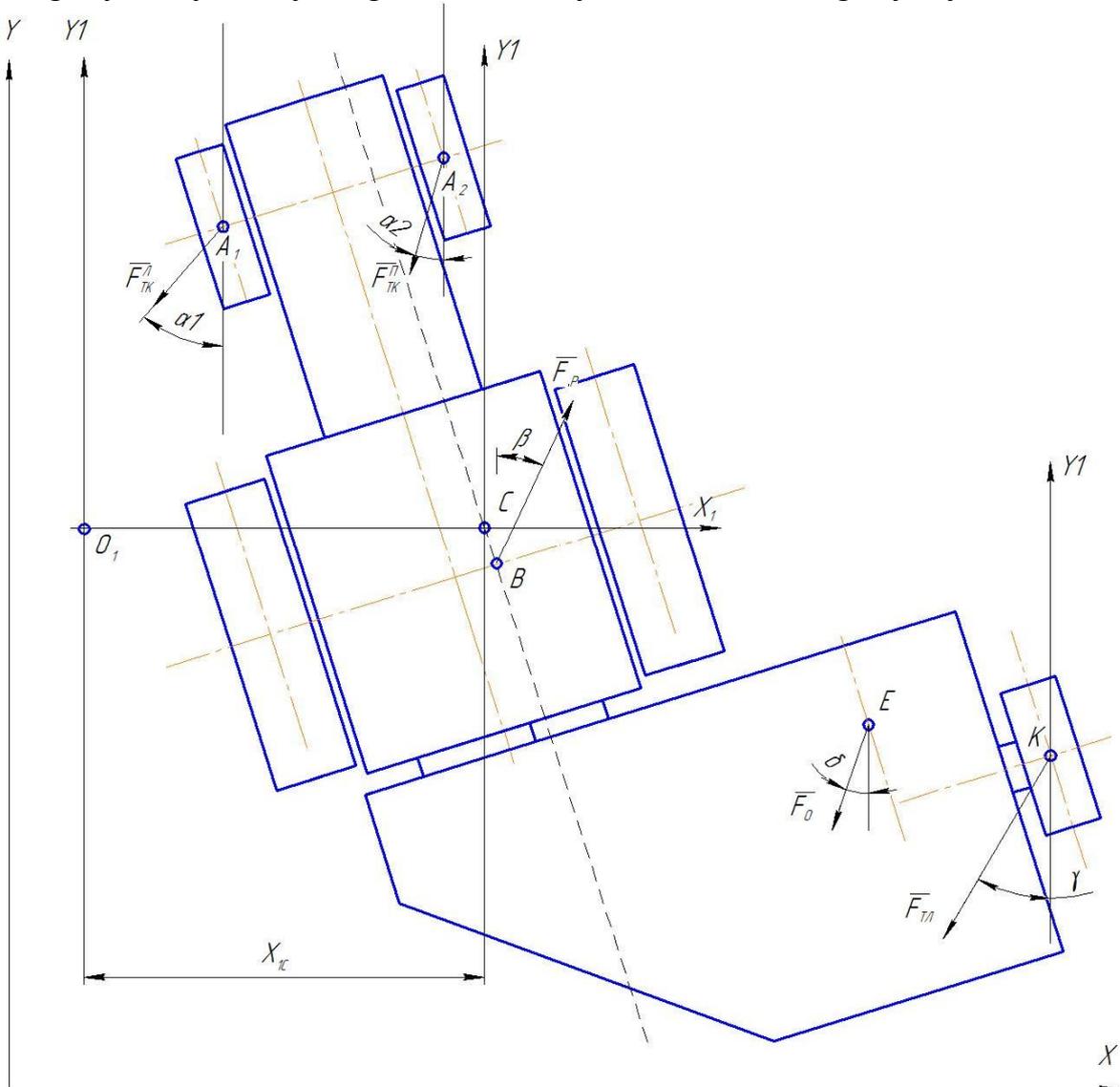


Рис. 2. Розрахункова схема збирального агрегату.

На збиральний агрегат діють наступні сили (рис.2).

$\vec{F}_{TK}^L$  і  $\vec{F}_{TK}^P$  - сили тертя лівого та правого передніх коліс трактора;

$\vec{F}_P$  - головний вектор рушійних сил задніх коліс трактора;

$\vec{F}_0$  - головний вектор сил опору обчісуванню рослин;

$\vec{F}_{TL}$  - сила тертя опорної лижи.

Ці сили утворюють з координатними осями кути  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ , їх значення має загальний вигляд:

$$\alpha_1 = \frac{\dot{X}_{C_1} - \varphi \cdot a}{V_C}; \alpha_2 = \frac{\dot{X}_{C_1} - \varphi \cdot b}{V_C}; \beta = \frac{X_{C_1} + \varphi \cdot c}{V_C};$$

$$\gamma = \frac{X_{C_1} + \varphi \cdot k}{V_C}; \delta = \frac{X_{C_1} + \varphi \cdot d}{V_C}, \quad (1)$$

- де  $V_C$  - швидкість центру мас агрегату (переносна швидкість);  
 $a$  – відстань від центра мас агрегату до точки  $A_1$  (центр лівого колеса трактора);  
 $b$  – відстань від центра мас агрегату до точки  $A_2$  (центр правого колеса трактора);  
 $c$  – відстань від центра мас агрегату до задньої осі трактора;  
 $n$  – відстань від центра мас агрегату до центра лижи;  
 $l$  – відстань від центра мас агрегату до точки прикладення горизонтального вектора сил опору обчисуванню рослин.

Для складання диференціальних рівнянь відносного руху збирального агрегату використовуємо рівняння Лагранжу II роду в узагальнених координатах [20]. Враховуючи, що агрегат має два ступеня вільності та в'язі в першому приближенні можна вважати головними, ми отримуємо систему двох диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_C} \right] - \frac{\partial T}{\partial X_C} &= Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= Q_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

- де  $T$  – кінетична енергія агрегату;  
 $\dot{X}_C, \dot{\varphi}$  – узагальнені швидкості;  
 $X_C, \varphi$  – узагальнені координати;  
 $Q_1, Q_2$  – узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам та  $\varphi$ .

Визначимо кінетичну енергію відносного руху збирального агрегату. Кінетична енергія у відносному русі складається з кінетичної енергії поступального і обертального рухів. За відомими з теоретичної механіки формулами були визначені обидві складові, тобто кінетична енергія поступального та обертального рухів. Потім обидва вирази були складені та отримано вираз повної кінетичної енергії відносного руху [21]:

$$T = \frac{1}{2} (I_C \cdot \varphi^2 + m \cdot X_{1C}^2), \quad (3)$$

- де  $I_C$  – момент інерції агрегату відносно осі, яка проходить через центр мас;

$m$  – маса агрегату.

Визначаємо частинні похідні від кінетичної енергії за узагальненими швидкостями:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{1C}} &= m \cdot \dot{X}_{1C}; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} &= I_C \cdot \dot{\varphi}.\end{aligned}\quad (4)$$

Продиференціюємо за часом вирази (4):

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{1C}} \right] &= m \cdot \ddot{X}_{1C}; \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right] &= I_C \cdot \ddot{\varphi}.\end{aligned}\quad (5)$$

Знаходимо частинні похідні від кінетичної енергії за узагальненими координатами:

$$\frac{\partial T}{\partial X_{1C}} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0.\quad (6)$$

Підставляємо вирази (5) і (6) в рівняння (3)

$$\left. \begin{aligned}m \cdot \ddot{X}_{1C} &= Q_1 \\ I_C \cdot \ddot{\varphi} &= Q_2\end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В правій частині диференціальних рівнянь (7) знаходяться узагальнені сили  $Q_1$  і  $Q_2$ , що відповідають узагальненим координатам  $X_{1C}$  та  $\varphi$ . Вирази цих сил були визначені в роботі [19] і вони мають загальний вид:

$$\begin{aligned}Q_1 &= -F_{TK}^J \cdot \alpha_1 - F_{TK}^n \cdot \alpha_2 + F_{TK}^J \cdot \beta + F_{TK}^n \cdot \beta + F_0 \cdot \beta + F_0 \cdot \delta - F_{TL} \cdot \gamma, \\ Q_2 &= F_{TK}^J \cdot \alpha_1 \cdot k + F_{TK}^n \cdot \varphi \cdot k + F_{TK}^n \cdot \alpha_1 \cdot k + F_{TK}^n \cdot \varphi \cdot k + F_{TK}^J \cdot \beta \cdot c + \\ &+ F_{TK}^n \cdot \beta \cdot c + F_0 \cdot \beta \cdot c + F_{TL} \cdot \beta \cdot c + F_{TK}^J \cdot \varphi \cdot c + F_{TK}^n \cdot \varphi \cdot c + F_0 \cdot \varphi \cdot c + \\ &+ F_{TL} \cdot \varphi \cdot c - F_0 \cdot \delta \cdot l - F_0 \cdot \varphi \cdot l - F_{TL} \cdot \gamma \cdot n - F_{TL} \cdot \varphi \cdot n.\end{aligned}\quad (8)$$

Після підстановки виразів узагальнених сил в рівняння (7) отримуємо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}m \cdot \ddot{X}_{1C} &= -F_{TK}^J \cdot \alpha_1 - F_{TK}^n \cdot \alpha_2 + F_{TK}^J \cdot \beta + F_{TK}^n \cdot \beta + F_0 \cdot \beta + F_0 \cdot \delta - F_{TL} \cdot \gamma, \\ I_C \cdot \ddot{\varphi} &= F_{TK}^J \cdot \alpha_1 \cdot k + F_{TK}^n \cdot \varphi \cdot k + F_{TK}^n \cdot \alpha_1 \cdot k + F_{TK}^n \cdot \varphi \cdot k + F_{TK}^J \cdot \beta \cdot c + \\ &+ F_{TK}^n \cdot \beta \cdot c + F_0 \cdot \beta \cdot c + F_{TL} \cdot \beta \cdot c + F_{TK}^J \cdot \varphi \cdot c + F_{TK}^n \cdot \varphi \cdot c + F_0 \cdot \varphi \cdot c + \\ &+ F_{TL} \cdot \varphi \cdot c - F_0 \cdot \delta \cdot l - F_0 \cdot \varphi \cdot l - F_{TL} \cdot \gamma \cdot n - F_{TL} \cdot \varphi \cdot n.\end{aligned}\quad (9)$$

Остаточно маємо наступну систему розв'язків:

*Машини і засоби механізації сільськогосподарського виробництва*

$$\begin{aligned} \varphi &= C_1 \cdot y_1 + C_2 \cdot y_2 + C_3 \cdot y_3 \\ X_{1C} &= C_3 + C_4 \cdot e^{rt} + \check{Y}_2 \end{aligned} \quad (10)$$

де  $y_1, y_2, y_3$  – лінійно незалежні розв’язки, які записуються в залежності від коренів характеристичного рівняння  $\sigma^3 + e \cdot \sigma^2 + g \cdot \sigma + h = 0$ ;

$C_1, C_2, C_3$  – довільні сталі;

$\check{Y}_2$  – будь-який окремих розв’язок всього рівняння.

*Висновки.* Аналітичне дослідження динаміки руху напівнавісного агрегату для збирання рицини виконано з використанням рівнянь Лагранжу II роду в узагальнених координатах, при цьому, агрегат розглядався у відносному русі як механічна система з двома ступенями вільності. Отримані аналітичні залежності зміни узагальнених координат, які можна в подальшому використовувати для моделювання стійкості руху агрегату.

#### Література

1. *Шабанов П.А.* Механико-технологические основы обмолота зерновых культур на корню: Дис... докт.техн.наук / *П.А.Шабанов.* – Мелитополь – 1988. – 336 с.

2. *Леженкин А.Н.* Методология формирования энерго- и ресурсосберегающей технологи уборки зерновых культур в условиях фермерских хозяйств (на примере Украины): Авторефер. дис... докт.техн.наук / *А.Н.Леженкин,* МГАУ им. В.П.Горячкина. – Москва, 2008. – 39 с.

3. *Леженкин А.Н.* Перспективная технология уборки зерновых для фермерских и крестьянских хозяйств Юга Украины / *А.Н.Леженкин* // Актуальные проблемы инженерного обеспечения АПК: междунар.науч.конф. – Ярославль, 2003. – Ч.III. – С. 28-29.

4. *Кушнарев А.С.* Энергосберегающая технология уборки зерновых для фермерских и крестьянских хозяйств / *А.С.Кушнарев, А.Н.Леженкин* // Сб. докл. междунар. научн.- технич. конф. «Перспективные технологии уборки зерновых культур, риса и семян трав» / ТГАТА. – Мелитополь, 2003.- С. 17 – 21.

5. Пат. 37775 Україна, МПК7 А01D41/08, А01D45/30. Пристрій для збирання рицини / *В.А.Дідур, В.Т.Надикто, О.М.Леженкін, С.В.Головін* (Україна). – U200808162; заявл. 17.006.2008; опубл.12.07.08, Бюл.№23.

6. Пат. 50849 Україна, МПК7 А01D41/08, А01D45/30. Пристрій для збирання рицини / *С.В.Головін, О.М.Леженкін, В.А.Дідур* (Україна). - U200913555; заявл. 25.12.2009; опубл.25.06.2010, Бюл.№12.

7. Пат. 58913 Україна, МПК7 А01D41/08, А01D45/30. Пристрій для збирання селекційних посівів рицини / *С.В.Головін,* ТДАТУ Промислова власність. - U2010.

8. *Головін С.В.* Моделі регресії обчислюючого модулю для збирання рицини з використанням пружних елементів / *С.В.Головін.* – Праці ТДАТУ / Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Модулювання технологічних процесів в АПК». – Мелітополь, 2010. – Вип.10., т.8. – С.289-297.

9. *Головін С.В.* Визначення основних конструктивних параметрів та режимів роботи обчислюючого модулю для збирання рицини / *С.В.Головін.* – Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип.12., т.5. – С.130-135.

10. *Горячкин В.П.* Теория масс и скоростей сельскохозяйственных машин и орудий / *В.П.Горячкин* // Собрание сочинений. – Т.1. – М.: Колос, 1965. – С.431-465.

11. *Василенко П.М.* Элементы теории устойчивости движения прицепных сельскохозяйственных машин и орудий / *П.М.Василенко* // Сборник трудов по земледельческой механике. – М., 1954. – с. 73 – 92.

12. *Василенко П.М.* О методике механико-математических исследований при разработке сельскохозяйственной техники / *П.М.Василенко.* – М.: Бюро технической информации ГОСНИТИ, 196. – 280 с.

13. *Гячев Л.В.* Динамика машинно-тракторных и автомобильных агрегатов / *Л.В.Гячев.* – Ростов-на-Дону: РГУ, 1976. – 192 с.

14. *Гячев Л.В.* Устойчивость движения сельскохозяйственных машин и агрегатов / *Л.В.Гячев.* – М.: Машиностроение, 1981. – 206 с.

15. *Леженкин А.Н.* Динамика очесывающего агрегата при уборке зерновых культур / *А.Н.Леженкин* // Механиз. и электриф.сел.х-ва. – 2004. - №12. – С.24-25.

16. *Леженкин А.Н.* Дифференциальные уравнения прицепного уборочного агрегата при прямолинейном и равномерном движении центра масс трактора / *А.Н. Леженкин* // Механизация технологических процессов в АПК; Известия междунар.академии аграрного образования. – СПб, 2008. – Вып.6., т.1. – С.76-84.

17. *Леженкін О.М.* Аналітичне дослідження руху збирального агрегату / *О.М.Леженкін* // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип.12, т.5. – С.73-79.

18. *Леженкін О.М.* Аналіз динамічних та кінематичних показників, що впливають на рух обчислюючого модулю для збирання рицини / *О.М.Леженкін, С.В.Головін* // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету [Електронний ресурс]. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип.2, т.3. – Режим доступу: <http://www.nbuuv.gov.ua/e-journals/nvtdau>. – С.147-154.

19. *Леженкін О.М.* Визначення узагальнених сил діючих на обчислюючий модуль для збирання рицини / *О.М.Леженкін, С.В.Головін* // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських

машин: КНТУ. – Кіровоград, 2012. – Вип.42, ч.ІІ. – С.59-64.

20. Айзерман М.А. Классическая механика / М.А.Айзерман. - М.: Наука, 1980. – 367 с.

21. Леженкін О.М. Визначення кінетичної енергії відносного руху агрегату для збирання рицини, як функції узагальнених швидкостей / О.М.Леженкін, С.В.Головін // Матеріали ІХ-ої Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми конструювання, виробництва та експлуатації сільськогосподарської техніки». – Кіровоград, 7-8 листопада 2013 року. – С.115-116.

### **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОЛУНАВЕСНОГО АГРЕГАТА ДЛЯ УБОРКИ КЛЕЩЕВИНЫ**

А.Н. Леженкин, М.О. Рубцов, С.В. Головин

**Аннотация** – в статье рассматриваются вопросы динамики полунавесного агрегата для уборки клещевины, составлена система дифференциальных уравнений его относительного движения с использованием уравнений Лагранжа II рода в обобщенных координатах и получено ее решение.

### **MATHEMATICAL MODELS OF RELATIVE MOVEMENT SEMIHINGED HARVESTING UNIT RICINUS**

A. Lezhenkin, R. Rubcov, S. Golovin

#### **Summary**

**The paper considers the dynamics of semi-mounted unit for cleaning castor, a system of differential equations of its relative motion using Lagrange equations II kind in generalized coordinates and obtained her decision.**