УДК 535.44

ВІДБИВАЮЧІ ДИФРАКЦІЙНІ ГРАТКИ З ГАРМОНІЧНИМ РЕЛЬЄФОМ

Дьоміна Н. А., к.т.н.,
Морозов М. В., к.ф.-м.н.
Таврійський державний агротехнологічний університет
тел. (0619) 42-68-74

***Анотація* – робота присвячена математичному розгляду дифракції Фраунгофера у випадку скалярного наближення для відбиваючої одновимірної гратки. Розглянуто інтенсивність дифракційних хвиль у залежності від амплітуди модуляції гармонічного рельєфу відбиваючої гратки та кута дифракції.**

***Ключові слова* – дифракція Фраунгофера, відбиваюча дифракційна гратка, дифракційна ефективність.**

Постановка проблеми. Різноманітні дифракційні відбиваючі гратки знаходять широке застосування у техніці [1]. Проблеми дифракції світла, у тому числі на періодичних структурах, розглядаються із різноманітних точок зору в багатьох роботах, наприклад, [2-4]. Розробка голографічного способу отримання дифракційних граток [5, 6] дозволила достатньо просто реалізувати відбиваючі гратки з гармонічним профілем. Тому теоретичний розгляд дифракції світла у цьому випадку є актуальним.

Аналіз останніх досліджень. В роботі [7] приведено аналітичне рішення задачі дифракції для випадку поверхневих хвиль у ближній зоні *p*–поляризованого випромінювання від поверхні металу з періодичним профілем.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Розглянути дифракцію Фраунгофера для плоских хвиль у скалярному наближенні та залежність інтенсивності дифракційної картини від параметрів відбиваючої гармонічної гратки.

Основна частина. Одновимірна відбиваюча гармонічна дифракційна гратка має рельєф, який задається функцією (рис. 1):

$$z = z_m \cdot \sin k_1 x, \tag{1}$$

де z_m – амплітуда синусоїдального профіля;

$k_1 = \frac{2\pi}{d}$ – вектор оберненої гратки (хвильовий вектор);

d – період дифракційної гратки.

Для випадку голографічної реєстрації гратки її період дорівнює

$$d = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \varphi_1}, \qquad (2)$$

де λ – довжина хвилі когерентного випромінювання;

$2\varphi_1$ – кут між двома інтерферуючими променями.

Визначимо оптичну різницю для променів при відбитті випромінювання, яке освітлює гармонічну гратку нормально до її поверхні (рис. 1)

$$\Delta(\varphi, z_m, x) = z_m \cdot [\cos\varphi - (1+\cos\varphi)\cdot \sin k_1 x] + x \cdot \sin\varphi, \qquad (3)$$

де φ – кут дифракції.

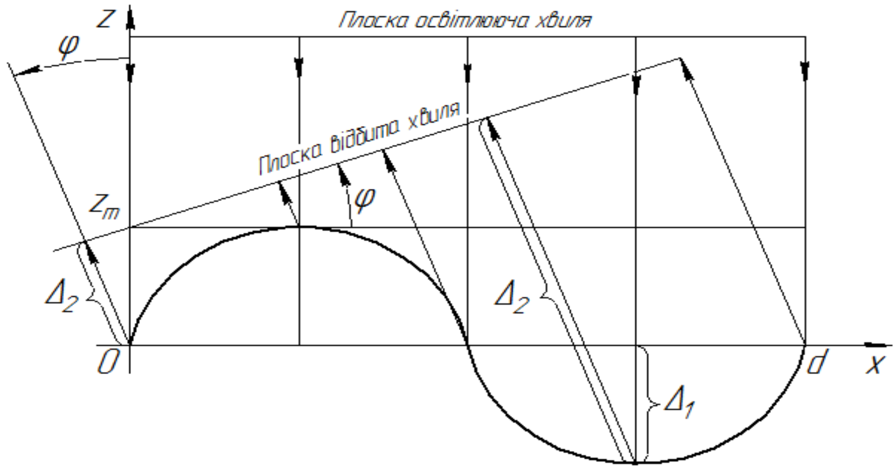

Рис. 1. Дифракція Фраунгофера на гармонічній відбиваючій гратці

Тоді амплітуда хвилі дифракції Фраунгофера у першому скалярному наближенні плоских хвиль дорівнює для одного періода дифракційної гратки [8]

$$E(\varphi, z_m) = \frac{E_0}{d} \cdot \int_0^d e^{i(\omega t - k\cdot\Delta)} \cdot dx = \frac{E_0}{d} \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-i k z_m \cdot \cos\varphi} \cdot \int_0^d e^{ik[z_m (1+\cos\varphi)\cdot \sin k_1 x - x \cdot \sin\varphi]} \cdot dx, \qquad (4)$$

де $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число плоскої хвилі;

E_0 – амплітуда падаючої хвилі.

Інтеграл (4) не визначається аналітичними функціями, а знаходиться тільки чисельними методами.

Спочатку розглянемо інтенсивність для центрального нульового дифракційного максимуму, якщо кут дифракції $\varphi = 0$. Тоді вираз для амплітуди відбитої хвилі має вигляд

$$E(z_m) = \frac{E_0}{d} \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-ikz_m} \cdot \int_0^d e^{ikz_m \cdot 2\sin k_1 x} \cdot dx. \qquad (5)$$

Цей інтеграл (5) також не визначається аналітично, але добре відомий, як функція Бесселя 0-го порядку першого роду

$$J_0(c)=\frac{1}{\pi}\cdot\int_0^{\pi} e^{ic\cdot\cos t}dt. \qquad (6)$$

Амплітуда відбитої хвилі для випадку $\varphi=0$ дорівнює

$$E(z_m)=E_0\cdot e^{i\omega t}\cdot e^{-ikz_m}\cdot J_0(2kz_m), \qquad (7)$$

де $J_0(c)=J_0(2kz_m)$ – функция Бесселя 0-го порядку від аргументу,

$$c=2kz_m=\frac{4\pi z_m}{\lambda}.$$

Інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди та дорівнює після усереднення по часу

$$I=I_0\cdot J_0^2\left(\frac{4\pi z_m}{\lambda}\right). \qquad (8)$$

Нулі функції Бесселя $(c_1,c_2,...)$ відповідають парному числу зон Френеля у методі зон Френеля. Значення z_m, при яких інтенсивність центрального максимуму мінімальна, для довжини хвилі $\lambda=0,63\,мкм$ наведені у таблиці:

№	1	2	3	4	5
c	2, 405	5, 52	8, 654	11, 79	14, 93
z_m, *мкм*	0, 12	0, 277	0, 43	0, 59	0, 75

Відповідно до закону збереження енергії при цих значеннях z_m амплітуди модуляції синусоїдального профілю відбиваючої гратки спостерігаються максимуми інтенсивності для вищих порядків дифракції.

В цьому випадку інтеграл (4) не має аналітичного виразу і може бути визначений тільки чисельними методами, наприклад, за допомогою математичного пакету *MathCad.*

Чисельний метод інтегрування (4) для кута дифракції $\varphi_1=30°$ (максимум першого порядку) дає для інтенсивності значення $I_1(\varphi_1)=0,234\cdot I_0$, якщо $z_m=0,12\cdot10^{-6}\,м$ та $\lambda=0,63\cdot10^{-6}\,м$.

У подальшому представляє інтерес отримання залежності інтенсивності дифракційної картини від кута дифракції φ для різних значень амплітуди z_m модуляції рельєфу гармонічної відбиваючої гратки.

Голографічні дифракційні гратки достатньо широко використовують у спектроскопії та метрології для вимірювання лінійних розмірів з надвисокою $(0,1\lambda)$ точністю для відповідальних деталей преценрзійної техніки.

Висновки. Розглянута дифракція Фраунгофера для відбиваючої гармонічної дифракційної гратки у скалярному наближенні хвильової оптики. У випадку нормального відбиття для центрального максимуму отримана залежність інтенсивності дифракційної картини від амплітуди модуляції синусоїдального рельєфу та умови мінімуму інтенсивності. Також розглянуто чисельний метод розрахунку інтенсивності дифракційної картини для вищих порядків дифракції при відбитті плоскої хвилі від гратки, яка має синусоїдальний профіль.

Література

1. *Герасимов Ф. М., Яковлев Э. А.* Дифракционные решетки / *Ф. М. Герасимов, Э. А. Яковлев*. – Новосибирск, 1982. – 30 с.

2. *Зоммерфельд А.* Оптика / *А. Зоммерфельд*. – М.: ИЛ, 1953. – 486 с.

3. *Фок В. А.* Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн / *В. А. Фок*. – Питер, 2010. – 520 с.

4. Дифракционные решетки / [*Шестопалов В. П. и др.*]. – [Ч. 1]. – К.: Наукова думка, 1986. – 232 с.

5. Анализ методов исследования фазового распределения интерференционного поля / [*Гордеев С. В., Горелик В. П., Турухано Б. Г., Турухано Н Г.*]. – Л., 1981. – С. 24-40.

6. *Мустафин К. С.* Голограммная оптика: разработки и применения / *К. С Мустафин*. – Л., 1990. – С. 217-225.

7. *Тимченко М. А.* Аналитический подход к конструированию дифракционных решеток с заданными свойствами. / *М. А. Тимченко, И. С, Спевак, А. В. Кац*. – Харьков, 2010. – С. 14-18. – (Вісник ХНУ, серія «Фізика»; вип. 13).

8. *Калитеевский Н. И.* Волновая оптика. [Учеб. пособие для университетов] / *Н. И. Калитеевский* – М.: Высш. школа, 1978. – 383 с.

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ РЕШЕТКИ С ГАРМОНИЧЕСКИМ РЕЛЬЕФОМ

Н. А. Демина, Н. В. Морозов

***Аннотация* – рассмотрена дифракция Фраунгофера в случае скалярного приближения для отражающей одномерной решетки с синусоидальным профилем. Получена зависимость интенсивности дифракционных волн от амплитуды модуляции рельефа отражающей решетки и угла дифракции.**

SINE-SHAPED REFLECTIVE DIFFRACTION GRATINGS

N. Diomina, N. Morozov

Summary

Fraunhofer diffraction is considered in frames of the scalar approximation for a reflective sine-shaped grating. The diffraction wave intensity dependence on the modulation amplitude of a reflective grating profile and diffraction angle is obtained.