

УДК [532 .5 + 62- 23]/663

ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ТЕЧІЇ В'ЯЗКО-ПЛАСТИЧНОЇ РІДИНИ ПО КАНАЛУ ФОРМУВАЧА ПРИ ОБ'ЄМНОМУ ДРУЦІ (3D)

Бойко В.С., к.т.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-13-06.

Анотація - стаття присвячена створенню математичної бази для виконання теоретичних розрахунків параметрів течії в'язко-пластичного харчового продукту по циліндричним каналам об'ємного формувача при виготовленні виробів методом послідовного нанесення валків продукту при об'ємному друку 3D.

Ключові слова - напруга зсуву, швидкість зсуву, динамічна в'язкість, градієнт швидкості, об'ємний друк, формувач, об'ємна витрата, графік течії.

Постановка проблеми. У теперішній час технічний прогрес вимагає перспективних, гнучких, високопродуктивних і економічних технологій виробництва харчових продуктів. Однією з таких технологій є об'ємний друк виробів (3D), який виконується методом послідовного нанесення валками продукту з одночасним їх спіканням при управлінні процесом за допомогою спеціальної комп'ютерної програми.

Дана технологія вимагає високої точності виконання процесу. Тому процес об'ємного друку харчових продуктів повинен мати добре математичне забезпечення для розрахунку та оптимізації технологічних і експлуатаційних параметрів.

Основна частина. Технологія об'ємного друку продукту впевнено завойовує собі місце у виробництві продуктових виробів. Цьому сприяють певні переваги даного процесу:

- можливість виробництва великої кількості різної продукції без переналагодження обладнання в порівнянні з пончиковим апаратом, який тільки виробляє пончики;

- простота обслуговування і ремонту в порівнянні з пончиковим апаратом;

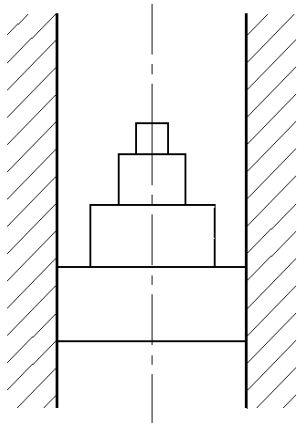
- мінімальний доступ персоналу до готової продукції;

- не використовуються громіздкі форми і обладнання до форм.

Однак на ряду з перевагами даного методу існують і деякі проблеми. Це проблема швидкого запікання валків продукту, завданих об'ємним формувачем на рушійний стіл, швидкість

укладання валків продукту, вплив в'язкості продукту на витікання через сопло і т.д.

Перебіг в'язко-пластичної рідини через круглий капіляр сопла формувача реалізуються внаслідок різниці тисків на вході в капілярний канал і на виході з нього. При цьому має місце параболічний розподіл швидкостей шарів в радіальному напрямку всередині потоку рідини. Це схоже на телескопічне переміщення трубчастих шарів рідини, вкладених один в іншій і які ковзають один по одному, (рис. 1).



Основні параметри, які впливають на процес течії, вперше були об'єднані в основний закон течії ідеальної рідини, який сформулював Ісаак Ньютон

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}, \quad (1)$$

де τ - напруга зсуву;
 η - динамічна в'язкість;
 $\dot{\gamma}$ - швидкість зсуву.

Рис. 1. Перебіг в'язко-пластичної рідини через круглий капіляр сопла формувача.

Таким чином дане рівняння об'єднало три параметра, які впливають на перебіг рідини. Ідеально тверді тіла деформуються під впливом зсувних напружень

$$\tau = G \frac{dL}{dy} = G \cdot \operatorname{tg} \alpha = G \cdot y, \quad (2)$$

де τ - напруга зсуву, [$\text{Н}/\text{м}^2 = \text{Па}$], сила F прикладена до площі A , що знаходиться на кордоні розділу верхньої порожнини і рідини під нею, яка викликає рух рідини $\tau = F/A$; G - модуль Юнга, котрий пов'язаний з жорсткості твердого тіла, $\text{Н}/\text{м}^2$; $\alpha = dL/y$ - відносна деформація (безрозмірна величина); y - висота твердого тіла, м; ΔL - абсолютна деформація тіла в результаті впливу зсувного напруження, м.

Напруга зсуву τ викликає рух рідини, яка характеризується останнім розподілом швидкостей в шарі рідини.

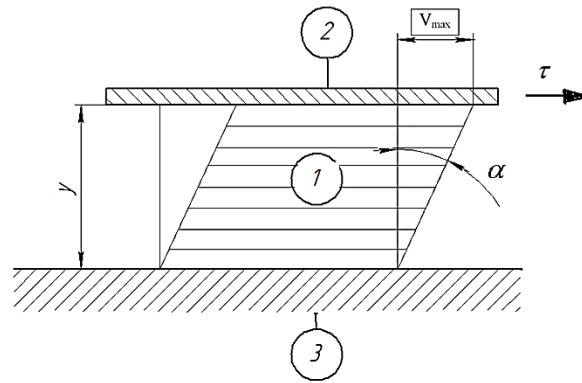


Рис. 2. Перебіг рідини між двома площинами.

Максимальна швидкість течії V_{\max} спостерігається біля кордону розділу рідини (1) з рухомою площиною (2). У міру віддалення від рухомої площини швидкість течії знижується і на кордоні з нерухомою площиною (3) $V_{\min} = 0$.

Гradient швидкості поперек зазору називається "швидкість зсуву", яка виражається у вигляді диференціала

$$\dot{\gamma} = \frac{dV}{dy}. \quad (3)$$

Швидкість зсуву є похідною за часом від деформації, обумовленої напругою зсуву, яка впливає на тонкий ламінарний шар рідини

$$\gamma = \frac{dL/dy}{dt} = \frac{dL/dt}{dy} = \frac{dV}{dy}. \quad (4)$$

Рівняння (1) можна переписати використовуючи рівняння (4)

$$\tau = \eta \cdot \frac{dV}{dy} = \eta \cdot \dot{\gamma}. \quad (5)$$

Рішення даного рівняння щодо динамічної в'язкості η дає формулу

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}, \left[\frac{\text{Н/м}^2}{\text{с}^{-1}} = \text{Па} \cdot \text{с} \right]. \quad (6)$$

Порівнюючи рівняння (2) і (5) можна помітити відмінність між твердим тілом і в'язко-пластичною рідиною: зсувні напруження в твердому тілі пропорційно деформації, а в рідині - швидкості деформації. У той час, коли тверді тіла деформуються, рідкі течуть.

Стан між напругою зсуву і швидкістю зсуву, характеризує поведінку рідини при перебігу, можна зобразити графічно у вигляді кривої, на якій по осі ординат відкладають значення τ , а по осі абсцис - $\dot{\gamma}$. Такий графік називають "кривою течії".

У зв'язку з тим, що в'язко-пластичні рідини найчастіше мають значну в'язкість, для них характерний ламінарний рух, навіть при відносно великих перепадах.

Розглянемо ламінарний сталий потік в'язко-пластичної рідини в циліндричному каналі. Для потоку, що рухається в циліндричному каналі градієнт швидкості зсуву пропорційний дотичному напруженню

$$\frac{dv}{dy} = \frac{dv}{dr} = f(t), \quad (7)$$

де r - поточний радіус каналу, м.

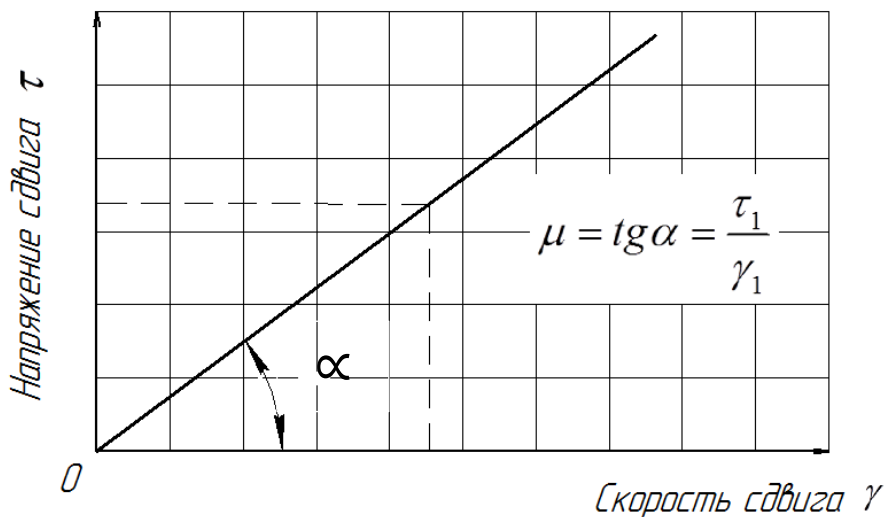


Рис. 3. Крива течії і в'язкості рідини.

Напруга зсуву змінюється лінійно, уздовж радіуса r від максимуму V_{\max} у зовнішній стінки каналу, до нуля в зонах загального користування

$$\frac{\tau}{\tau_M} = \frac{r}{R}.$$

Тоді дотичне напруження визначиться з виразу

$$\tau = \tau_M \frac{r}{R}, \quad (8)$$

де τ_M - дотичне напруження у стінки каналу;
 R - радіус каналу.

Підставивши рівняння (8) закону розподілу дотичних напружень в циліндричному каналі при ламінарному режимі руху в рівнянні (7), знаходимо

$$\frac{dV}{dr} = f\left(\tau_M \cdot \frac{r}{R}\right). \quad (9)$$

Знайдемо розподіл швидкості в циліндричному каналі про інтегрувавши вираз (9)

$$\int_V^0 -dV = \int_r^R f\left(\tau_M \frac{r}{R}\right) \cdot dr,$$

або

$$V = \int_r^R f\left(\tau_M \frac{r}{R}\right) \cdot dr. \quad (10)$$

Знаючи швидкість руху рідини, можна визначити елементарну об'ємну витрату рідини з сопла об'ємного формувача

$$dQ = V \cdot 2\pi r \cdot dr. \quad (11)$$

Інтегруємо рівняння (11) по частинах

$$\int_0^Q dQ = \pi \int_0^R V \cdot 2R \cdot dr = \pi \left[Vr^2 - \int_0^R r^2 \cdot dV \right]. \quad (12)$$

Оскільки «г» з виразу (8) дорівнює

$$\tau = \tau_M \frac{r}{R}.$$

то підставивши його значення в рівняння (12), отримаємо

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_{max}^3} \cdot \int_0^{\tau_{max}} \tau^2 \cdot f(\tau) \cdot dt. \quad (13)$$

Висновок. Використовуючи рівняння (10) і (13) відповідно з реологічними моделями неньютоновських рідин (модуль Освальда - де Віля, відповідно з статечним законом для псевдо пластичних і делатантних рідин, або модуль Шведова - Бінгама, відповідно з реологічним рівнянням для бінгамоновських пластичних рідин), отримаємо закон розподілу швидкостей по перетину циліндричного каналу і витрату в'язко-пластичної рідини при об'ємному формуванні.

Література:

1. Шарм Г. Основы практической реологии / Г. Шарм. / М.: Колос. 2003. 340 с.
2. Кузнечов О.А. Реология пищевых масс / О.А Кузнечов, Е.В. Волошин Р.Ф. Сагитов/. Оренбург 2005. 290 с.
3. Рейнер. М. Реология./ М. Рейнер / М.: Колос. 1965 410 с.
4. Уилкинсон У.Л. Неньюновские жидкости. / У.Л. Уилкинсон / Мир. М.: 1964. 520 с.
5. Мачихин Ю.А. Инженерная реология пищевых материалов. / Ю.А. Мачихин, С.А. Мачихин / - М.: Легкая и пищевая промышленность 1987. 465 с.
6. Остриков А.Н. Процессы и аппараты пищевых производств./ А.Н. Остриков и др./ Санкт Петербург ГОРД 2007. 700 с.

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ
ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ПО КАНАЛУ
ФОРМИРОВАТЕЛЯ ПРИ ОБЪЕМНОЙ ПЕЧАТИ (3D)**

Бойко В.С.

Аннотация - статья посвящена созданию математической базы для выполнения теоретических расчетов параметров течения вязко-пластичного пищевого продукта по цилиндрическим каналам объемного формователя при изготовлении изделий методом последовательного нанесения валков продукта при объемной печати 3D.

**THE THEORETICAL JUSTIFICATION OF VISCO-
PLASTIC FLOW OF FLUID THROUGH THE CHANNEL DRIVER
WHEN PRINTING VOLUME (3D)**

V. Wojko

Summary

Abstract - article is devoted to the creation of a mathematical framework for the implementation of the theoretical calculation of flow parameters visco-plastic food of cylindrical channels surround driver in the manufacture of products using a consistent application of the product rolls at a volume of 3D printing.