

**Диха О.В.**Хмельницький національний університет,  
м. Хмельницький, Україна  
E-mail: tribosenator@gmail.com**ЗНОСОКОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ  
ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОПОРИ КОВЗАННЯ ПРИ  
ГРАНИЧНОМУ ТЕРТІ**

УДК 621.891

Проведений розв'язок прямої зносоконтактної задачі для циліндричного підшипника ковзання. В розрахунку вал приймався жорстким і не зношувався, втулка приймалась жорсткою і зношувалась. Для інженерної оцінки максимальної величини зносу від шляху тертя (напрацювання) контактний тиск визначався за середніми значеннями. За базову модель зносостійкості приймався безрозмірний комплекс від визначальних факторів: тиску, швидкості ковзання, коефіцієнту тертя, в'язкості оливи, твердості матеріалу, геометричних параметрів. За отриманою формулою для розрахунку зносу в підшипнику проведена чисельна реалізація.

**Ключові слова:** циліндрична опора ковзання, зносоконтактна задача, шлях тертя, контактний тиск.

**Вступ**

Сучасний етап розвитку трибології характеризується створенням методів розрахунку вузлів тертя на знос. Тривалий час вважалось, що створення таких методів неможливе внаслідок надзвичайної складності процесів зношування. Але якщо відсутні методи розрахунків, відповідно, будуть відсутні і методи прогнозування зносостійкості вузлів тертя. Розробка аналітичних методів розрахунку зносостійкості трибосистем ускладнена нелінійністю моделей зношування внаслідок складних взаємозв'язків механічних, теплофізичних та фрикційних властивостей. Для отримання коректних результатів аналітичні методи розрахунку трибосистем потребують доведення чисельними методами з застосуванням потужних обчислювальних систем. Циліндричні трибосистеми ковзання в багатьох енергетичних, технологічних і транспортних машинах є одним з основних вузлів, що визначає довговічність і надійність машини в цілому. В даній роботі запропонована розрахункова оцінка зношування циліндричного підшипника ковзання в умовах граничного тертя на основі розв'язку прямої зносоконтактної задачі, коли параметри зносостійкості приймаються відомими з експерименту або довідникових даних.

**Аналіз відомих підходів до розрахунку зносу циліндричних опор ковзання**

Основою розрахункової оцінки зносу підшипників ковзання (ПК) є рішення зносоконтактних задач.

Серед робіт, присвячених рішенням таких задач для ПК, одними з перших були роботи А.С. Пронікова [1], в яких запропонована загальна методологія розв'язку контактних задач для сталого зношування. Розглядалась також динаміка перерозподілу тисків в плоскому контакті. Зносоконтактна задача для циліндрів, спряжених із зазором, розв'язувалась без урахування контактних деформацій. Такий підхід дає наближенні співвідношення, точність яких зростає зі збільшенням зносу.

В дослідженнях Ю.А. Євдокимова [2] основна увага приділялась розробці методів розрахунку зносу підшипників при інтегральному урахуванні навантаження, тобто без розгляду функцій тисків. Цей наближений підхід передбачає проведення експериментальних досліджень з подальшою статистичною їх обробкою. При цьому для зв'язку з деякими параметрами контакту використовуються наближенні розв'язки беззносних контактних задач.

При розв'язках зносоконтактних задач в якості вихідних даних приймаються залежності зносу або інтенсивності зношування від тиску. Для цього використовують аналітичний метод отримання цих залежностей по втомній теорії зносу І.В. Крагельського [3]. По цій теорії залежності можуть бути визначені теоретично на основі фізичних і геометричних характеристик контактуючих тіл.

Поряд з аналітичними розвивались статистичні методи розрахунку зносу підшипників ковзання, основані на експлуатаційних даних [4]. Поєднання цих двох підходів може дати загальний метод прогнозування довговічності підшипників на стадії проектування.

В роботі С.Л. Гафнера і Ю.М. Дроздова [5] пропонується метод розрахункової оцінки зносу підшипників, оснований на усередненні тиску по фактичній площадці контакту. В цьому випадку враховується вплив на знос початкової площадки контакту, але не враховується зміна цієї площадки.

В роботі П.П. Усова, Ю.М. Дроздова і Ю.М. Ніколашева [6] підшипник схематизувався площиною з круговим отвором, вал приймався пружним. Враховувався знос вала і отвору. Швидкість зношування в кожній точці приймалась незалежною від часу, що відповідає усталеному процесу.

М.І. Теплим [7] розглянута контактна підшипникова задача в постановці аналогічно тій, як в роботі [6]. Знос прийнято абразивним, тертя підпорядковується закону Кулона. Рішення задачі зведено до інтегрально-диференціального сингулярного рівняння відносно контактного тиску. Наближене

рішення цього рівняння представлено у вигляді тригонометричного полінома, коефіцієнти якого знаходять з системи диференціальних рівнянь.

В роботах А.Г. Кузьменко [8] запропонований підхід до рішення контактних задач для опор ковзання при різноманітних фізичних закономірностях неусталеного зношування. При використанні інтегральних закономірностей з різностним аргументом задача зводиться до інтегрального рівняння з різностним ядром. У випадку ядра в виді експонент отримані прості, зручні для користування формули.

В роботах В.М. Александрова [9], М.М. Добичіна та І.Г. Горячевої [10] зносоконтактна задача для ПК розв'язувалась в строгій математичній постановці. Задачі зведені до інтегральних рівнянь, рішення представлено у вигляді функціональних рядів.

Узагальнення отриманих найбільше інженерне застосування методик розрахункової оцінки зношування ПК дано в [11]. Тут викладені методи розрахунку для ПК з оберненою, змішаною і прямою парами тертя. Розрахункова модель для оберненої пари тертя проводилась для контакту ідеально гладких тіл.

Методика розрахунку ПК з урахуванням зносу цапфи і втулки наведена з припущенням, що контактуючі тіла приймалися жорсткими. Отримано точний розв'язок відносно ресурсу роботи спряжень для випадку, коли цапфа є незношуваним елементом. Оцінена при такому рішенні помилка, яку можна допустити при розрахунку ресурсу, якщо нехтувати пружністю тіл. Для визначення ресурсу підшипника зі змішаною парою тертя була проведена аналітична апроксимація результатів чисельного рішення. Для ПК з прямою парою тертя наведений метод, в якому враховується кінетика зміни контактних параметрів спряження в процесі експлуатації та еволюція форми робочої поверхні, яка обумовлена його зношуванням. В зв'язку з цим виділені дві стадії процесу – початкова стадія (нестационарний режим), на протязі якої зміна контактних параметрів носить виражений нелінійний характер, і усталений режим, коли на площадці встановлюється розподіл тиску, близький до косинусоїдального, а швидкість зношування майже не міняється в часі.

Таким чином, видно, що більшість відомих рішень контактних задач з урахуванням зносу зводиться до системи інтегро-диференціальних рівнянь, які вимагають складної чисельної реалізації. При цьому закономірність зношування вважалась відомою.

### Постановка задачі та основні рівняння

Циліндричні опори ковзання технологічних машин за своєю конструкцією представляють внутрішній контакт двох циліндрів близьких радіусів із радіальним зазором  $\Delta$  (рис. 1). Циліндрична опора 1 знаходиться під дією робочого навантаження  $Q$  і здійснює обертальний рух із швидкістю ковзання  $V$ . Втулка 2 шириною  $B$  є опорою для валу та сприймає від неї робоче навантаження. В процесі силової взаємодії втулки і валу в місці контакту двох циліндрів виникає контактний тиск  $\sigma$ , розподілений по дузі контакту  $2\varphi_0$ . Приймаючи зносостійкість валу значно вищою за зносостійкість втулки (пряма пара тертя) в процесі експлуатації на внутрішній поверхні втулки буде випрацьовуватись ділянка зносу (на рис. 1-заштрихована зона) з максимальним зносом по центру контакту  $u_w$ .

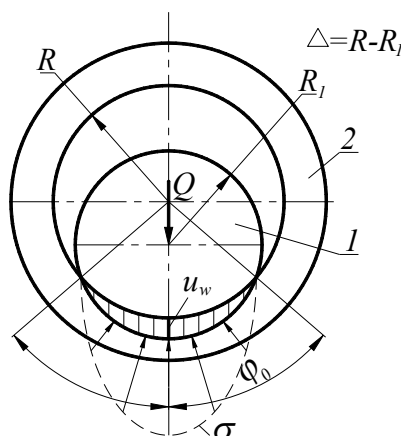


Рис. 1 – Розрахункова схема циліндричного підшипника ковзання

Приймемо модель зношування підшипника ковзання у вигляді безрозмірного комплексу:

$$I = \frac{du_w}{ds} = c_w \left( \frac{f\sigma}{HB} \right)^n \left( \frac{VR}{v} \right), \quad (1)$$

де  $u_w$  – знос підшипника;

$S$  – шлях тертя;

$f$  – коефіцієнт тертя в парі вал–втулка;

$\sigma$  – нормальний контактний тиск;

$HB$  – твердість матеріалу втулки;

$V$  – швидкість ковзання;

$R$  – радіус підшипника;

$v$  – кінематична в'язкість оливи;

$c_w, n$  – характеристики зносостійкості.

Нормальний контактний тиск за середніми значеннями визначається за формулою:

$$\sigma = \frac{Q}{2bR\varphi_0}, \quad (2)$$

де  $Q$  – навантаження на підшипник;

$b$  – ширина контакту валу і втулки;

$\varphi_0$  – напівкущ контакту валу і втулки.

Залежність між лінійним зносом у підшипнику ковзання і кутом контакту приймемо у вигляді апроксимуючої залежності [3]:

$$u_w = \Delta\varphi_0(s)^{2\frac{1}{2}} \quad (3)$$

де  $\Delta$  – радіальний початковий зазор в підшипнику.

Продиференціюємо залежність (3) по шляху тертя  $s$ :

$$\frac{du_w}{ds} = 2\frac{1}{2}\Delta\varphi_0(s)^{\frac{1}{2}}\frac{d\varphi_0}{ds}. \quad (4)$$

Прирівнюючи (1) та (4) отримаємо:

$$c_w \left( \frac{f\sigma}{HB} \right)^n \left( \frac{VR}{v} \right) = 2\frac{1}{2}\Delta\varphi_0(s)^{\frac{1}{2}}\frac{d\varphi_0}{ds}. \quad (5)$$

Підставимо в ліву частину рівняння (5) вираз для контактного тиску (2):

$$c_w \left( \frac{VR}{v} \right) \left( \frac{f}{HB} \right)^n \left( \frac{Q}{2bR\varphi_0} \right)^n = 2\frac{1}{2}\Delta\varphi_0(s)^{\frac{1}{2}}\frac{d\varphi_0}{ds}. \quad (6)$$

Перетворимо (6) до вигляду:

$$\frac{c_w}{2,5\Delta} \left( \frac{VR}{v} \right) \left( \frac{fQ}{HB 2bR} \right)^n = \varphi_0^{n+1,5} \frac{d\varphi_0}{ds}. \quad (7)$$

Або

$$\frac{2c_w}{5\Delta} \left( \frac{VR}{v} \right) \left( \frac{fQ}{HB2bR} \right)^n ds = \varphi_0^{n+1,5} d\varphi_0. \quad (8)$$

Це звичайне диференціальне рівняння з розділюючимися змінними. Інтегруючи диференціальне рівняння (8) отримаємо:

$$\frac{\varphi_0^{n+2,5}}{n+2,5} = \frac{2c_w}{5\Delta} \left( \frac{VR}{v} \right) \left( \frac{fQ}{HB2bR} \right)^n s + C. \quad (9)$$

Якщо прийняти початковий кут контакту  $\varphi_0 = 0$ , то постійна інтегрування  $C = 0$ .

Отже остаточно вираз для залежності дуги контакту зношування у підшипнику  $\varphi_0$  від шляху тертя  $S$ :

$$\varphi_0 = \left[ \frac{(n+2,5)2^{1-n}c_w}{5\Delta} \left( \frac{VR}{v} \right) \left( \frac{fQ}{HB bR} \right)^n s \right]^{\frac{1}{n+2,5}}. \quad (10)$$

Лінійний знос розраховується за наближеною формулою (3), або з геометрії контакту валу і втулки за відомою залежністю:

$$u_w(\varphi_0) = \Delta(\sec \varphi_0 - 1). \quad (11)$$

З урахуванням залежності (3) залежність максимального лінійного зносу у підшипнику ковзання  $u_w$  від шляху тертя  $S$  визначиться за залежністю:

$$u_w = \Delta \left[ \frac{(n+2,5)2^{1-n}c_w}{5\Delta} \left( \frac{VR}{v} \right) \left( \frac{fQ}{HB bR} \right)^n s \right]^{\frac{2,5}{n+2,5}}. \quad (12)$$

### Приклад розрахунку зносу підшипника

Розрахуємо знос підшипника ковзання за розробленою методикою за наступних вихідних даних. Вихідні дані:

1. Геометричні розміри підшипника:  $R = 20$  мм;  $b = 20$  мм;  $\Delta = 0,1$  мм;
2. Швидкість ковзання:  $V = 2$  м/с;
3. Кінематична в'язкість моторної оливи 15W-40:  $v = 15$  мм<sup>2</sup>/с;
4. Коефіцієнт тертя у підшипнику:  $f = 0,05$ .

Параметри зносостійкості  $c_w$  та  $n$  можна прийняти за довідниковими даними [11]. Так для втулки з бронзи Бр. ОЦС-5-5 та валу зі сталі 20Х (цементация 59-62 HRC):  $c_w = 1,01 \cdot 10^{-9}$ ,  $n = 1,26$  [11].

Результати чисельного розрахунку лінійного зносу підшипника ковзання наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

### Результати розрахунку зносу підшипника в залежності від шляху тертя за формулою (12)

| Час роботи підшипника, хв | 10                | 100               | 1000              | 10000             |
|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Шлях тертя, $s$ , мм      | $1,25 \cdot 10^6$ | $1,25 \cdot 10^7$ | $1,25 \cdot 10^8$ | $1,25 \cdot 10^9$ |
| Лінійний знос, $u_w$ , мм | 0,002             | 0,01              | 0,049             | 0,23              |

Графічна інтерпретація результатів розрахунку зношування підшипника представлена на рис. 2.

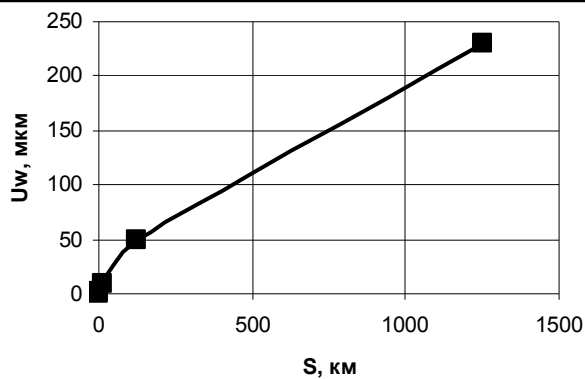


Рис. 2– Залежність зносу підшипника ковзання від шляху тертя за формулою (12)

Аналіз процедури чисельної реалізації отриманої залежності (12) та отриманих результатів вказує на достатню адекватність запропонованої розрахункової методики оцінки зносу циліндричного підшипника ковзання та можливість інженерного застосування на етапі проектування деталей машин і конструкцій.

### Висновок

Для циліндричного підшипника ковзання з прямою парою тертя отриманий розв'язок зносоконтактної задачі. В розрахунку вал приймався жорстким і не зношувався, втулка приймалась жорсткою і зношувалась. Для інженерної оцінки максимальної величини зносу від шляху тертя (напрацювання) контактний тиск визначався за середніми значеннями. За отриманою формулою для розрахунку зносу в підшипнику проведена чисельна реалізація.

### Література

1. Проников А.С. Надежность машин. М.: Машиностроение. 1978. 592 с.
2. Евдокимов Ю.А., Колесников В.И., Тетерин А.И. Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа. М.: Наука, 1980. 228 с.
3. Крагельский И.В. Трение и износ. М.: Машиностроение, 1968. 479 с.
4. Тартаковский И.Б. Корреляционные уравнения износа // Вестник машиностроения, 1968. №2.
5. Гафнер С.Л., Дроздов Ю.Н. Влияние контактной нагруженности на долговечность опор скольжения сухого трения // Машиноведение, 1974, №5. С. 79-82.
6. Усов П.П., Дроздов Ю.Н., Николашев Ю.Н. Теоретическое исследование напряженного состояния пары вал-втулка с учетом износа // Машиноведение. 1979. №2. С. 13-15.
7. Теплый М.И. Контактное взаимодействие цилиндрических тел при наличии трения и износа // В сб.: Смешанные задачи механики деформируемого тела. II Всесоюз. научн. конф. Тезисы докладов. Днепропетровск, ДГУ, 1981. С. 41.
8. Кузьменко А.Г. Подшипники скольжения: прочность, износ, надежность, методы расчетов и испытаний: монография / А.Г. Кузьменко // Хмельницький : ХНУ, 2014. – 251 с.
9. Александров В.М., Бабешко В.А., Белоконь А.В. Контактная задача для кольцевого слоя малой толщины // Инженерный журнал. Механика твердого тела, 1996, №1. С. 135-139.
10. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 256 с.
11. Справочник по триботехнике / под общ. Ред. М. Хебды, А.В. Чичинадзе. В 3-х т. Т.1. Теоретические основы. – М.: Машиностроение, 1989. – 400 с.

Поступила в редакцію 25.06.2016

**Dykha O.V. Wear contact problem for a cylindrical sliding bearing under boundary friction**

Conducted the solution of the direct wear of the contact problem for a cylindrical bearing. In the calculation of the shaft was made tight and not wore out, the bushing was made hard, and wore out. For engineering estimates of the maximum wear amount from the path of friction (developments) contact pressure was determined from the average values. For the base model the wear resistance was taken to be the dimensionless complex of determining factors: pressure, sliding speed, friction coefficient, viscosity, hardness of the material, the geometric parameters. According to the obtained formula for the calculation of wear in the bearing numerical implementation.

**Keywords:** the cylindrical sliding bearing, wear contact problem, the path of friction, the contact pressure.

**References**

1. Pronikov A.P. Nadezhnost' mashin. M.: Mashinostroenie. 1978. 592 p.
2. Evdokimov Ju.A., Kolesnikov V.I., Teterin A.I. Planirovanie i analiz jeksperimentov pri reshenii zadach trenija i iznosa. M.: Nauka, 1980. 228 p.
3. Kragel'skij I.V. Trenie i iznop. M.: Mashinostroenie, 1968. 479 p.
4. Tartakovskij I.B. Korreljacionny uravnenija iznosa // Vestnik mashinostroenija, 1968. No 2.
5. Gafner P.L., Drozdov Ju.N. Vlijanie kontaktnoj nagruzhennosti na dolgovechnost' opor skol'zhenija suhogo trenija // Mashinovedenie, 1974, No 5. P. 79-82.
6. Usov P.P., Drozdov Ju.N., Nikolashev Ju.N. Teoreticheskoe issledovanie naprjazhennogo so-stojanija pary val-vtulka s uchedom iznosa // Mashinovedenie. 1979. No2. P. 13-15.
7. Teplyj M.I. Kontaktnoe vzaimodejstvie cilindricheskikh tel pri nalichii trenija i iznosa // V sb.: Smeshannye zadachi mehaniki deformiruemogo tela. II Vsesojuzn. nauchn. konf. Tezisy dokladov. Dnepropetrovsk, DGU, 1981. P. 41.
8. Kuz'menko A.G. Podshipniki skol'zhenija: prochnost', iznos, nadezhnost', metody raschetov i ispytanij: monografija / A.G. Kuz'menko // Hmel'nickij : HNU, 2014. – 251 p.
9. Aleksandrov V.M., Babeshko V.A., Belokon' A.V. Kontaktnaja zadacha dlja kol'cevogo sloja ma-loj tolshhiny // Inzhenernyj zhurnal. Mehanika tverdogo tela, 1996, No1. P. 135-139.
10. Gorjacheva I.G., Dobychin M.N. Kontaktnye zadachi v tribologii. M.: Mashinostroenie, 1988. 256 p.
11. Spravochnik po tribotehnike / pod obshh. Red. M. Hebdy, A.V. Chichinadze. V 3-h t. T.1. Teoreticheskie osnovy. – M.: Mashinostroenie, 1989. – 400 p.