

**Войтов В.А.,
Бекиров А.Ш.**

Харьковский национальный технический
университет с/х им. П.Василенко,
г. Харьков, Украина
E-mail: vavoitovva@gmail.com

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В
ТРИБОСИСТЕМАХ
И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ**

УДК 621.891

В работе разработана математическая модель динамики переходных процессов скорости изнашивания и коэффициента трения в трибосистемах. Получены уравнения динамики переходных процессов в виде дифференциальных уравнений из решений которых следует, что переходный процесс в трибосистеме описывается колебательными звеньями второго порядка. Установлено, что характер протекания переходного процесса после приложения к трибосистеме входного воздействия зависит от коэффициентов усиления и постоянных времени, а также значений декремента затухания.

Экспериментальным путем выполнена оценка адекватности результатов моделирования экспериментальным данным. Получены значения ошибки моделирования при изменении основных факторов, влияющих на переходный процесс: трибологических свойств смазочной среды; реологических свойств структуры сопряженных материалов; коэффициента формы; шероховатости поверхностей; нагрузки и скорости скольжения. Установлено, что максимальная ошибка моделирования скорости изнашивания не превышает значений $e_f = 11,9 \dots 16,6 \%$, а коэффициента трения $e_f = 13,0 \dots 18,5 \%$. При этом, максимальное значение ошибки соответствует фактору шероховатости поверхности.

Ключевые слова: трибосистема, моделирование, переходные процессы, приработка, скорость изнашивания, коэффициент трения, адекватность математической модели.

Актуальность проблемы

Практика проектирования машин и механизмов показывает, что в конструкторских бюро методы расчета на износостойкость и прогнозирования ресурса используются ограничено и имеют значительное отставание от методов расчета на прочность и надежность.

Отсутствие специальных методик расчета на износостойкость затрудняет выбор оптимальных вариантов конструкций трибосистем и тем более определения рациональные режимов приработки и эксплуатации. В результате трибосистемы проектируются с «запасом по износостойкости», либо имеют недостаточный ресурс, что приводит к простоям и ремонту в процессе эксплуатации. Тем более отсутствуют методики и математические модели моделирования переходных процессов в трибосистемах.

Процесс приработки трибосистем является динамическим процессом т.к. связан с большим разнообразием сложных по своей природе явлений, протекающих на поверхностях трения трибоэлементов и влиянием на эти процессы большого количества факторов. Поэтому вид математической динамической модели необходимо искать в виде дифференциальных уравнений, которые с точностью до коэффициентов будут описывать переходный процесс. Получение таких уравнений и их решений носит название структурной идентификации.

Задача параметрической идентификации получить выражения для определения коэффициентов и постоянных времени, которые входят в дифференциальные уравнения и будут описывать переходный процесс.

Исходя из вышеизложенного, в данной статье будут рассмотрены вопросы структурной и параметрической идентификации динамической модели процессов приработки трибосистем и оценка адекватности модели условиям эксперимента.

Анализ публикаций, посвященных данной проблеме

Модели переходных процессов в трибосистемах, обзор которых представлен в работе [1], строятся в основном на вероятностных подходах. Вероятностный подход также применяется при построении моделей, которые базируются на расчетах характеристик контакта и методах описания шероховатости поверхности [2 - 4].

Автор работы [5] приводит анализ методов расчета износа и прогнозирования ресурса на основании которого делается вывод о перспективности применения численных методов. В работе [6] предложено описывать износ массивом векторов вероятностей величин износа дискретных точек поверхности, называемых «трибоэлементами». Трибоэлемент моделируется нестационарными случайными функциями марковского типа, а износ оценивается математическим ожиданием вероятности нахождения трибоэлементов в некотором состоянии. Форма изношенной поверхности определяется с помощью кубической сплайн-аппроксимации математических ожиданий износа в точках расположения трибоэлементов.

Авторами работ [7 - 9] разработана методика математического моделирования переходных процессов в трибосистемах, в основу которой положен математический аппарат теории автоматического регулирования и теории идентификации динамических объектов. Авторами указанных выше работ построены структурно-динамические схемы для моделирования скорости изнашивания и силы трения на переходных режимах.

Дальнейшее развитие динамических моделей переходных процессов в трибосистемах получило в работах [10, 11]. После проведения структурной [10] и параметрической [11] идентификации трибосистемы, получены дифференциальные уравнения и их решения, для моделирования переходных процессов. Однако полученные модели требуют экспериментальной проверки на адекватность с оценкой точности моделирования.

Цель исследований

Выполнить экспериментальную проверку адекватности математической модели переходных процессов в трибосистемах с оценкой точности моделирования.

Методический подход в проведении исследований

После проведения структурной идентификации в работе [10] получены уравнения динамики переходного процесса для моделирования скорости изнашивания:

$$T_1^2 \frac{d^2 I}{dt^2} + 2d_1 T_1 \frac{dI}{dt} + I + K_3 = K_1 T_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + K_1 \frac{dW}{dt}, \quad (1)$$

и динамики переходного процесса для моделирования коэффициента трения:

$$T_f^2 \frac{d^2 f}{dt^2} + 2d_f T_f \frac{df}{dt} + f + \frac{f}{K_1 K_2} = \frac{T_2}{K_2} \frac{dW}{dt} + \frac{W}{K_2}. \quad (2)$$

Решением для приведенного выше дифференциального уравнения (1) является выражение:

$$I(t) = I_{ycm} \left[K_1 e^{\frac{-d_1}{T_1} t} \cdot (\cos \upsilon_1 t + A_1 \sin \upsilon_1 t) \right] + I_{ycm}, \quad (3)$$

где t – время моделирования (работы трибосистемы), с;

I_{ycm} – установившееся значение скорости изнашивания трибосистемы после завершения приработки, определяется согласно работы [10];

d_1 – декремент затухания колебаний после завершения приработки:

$$d_1 = \frac{(T_1 + T_2 + K_1 K_2)}{2 \cdot T_1}, \quad (4)$$

T_1 – постоянная времени трибосистемы для моделирования скорости изнашивания:

$$T_1 = \sqrt{T_1 \cdot T_2}, \quad (5)$$

υ_1 – частота колебаний скорости изнашивания после завершения приработки;

$$\upsilon_1 = \frac{\sqrt{1 - d_1^2}}{T_1}. \quad (6)$$

Величина отклонения скорости изнашивания от текущего значения во время колебательного процесса:

$$A_1 = \frac{d_1}{\sqrt{1 - d_1^2}}. \quad (7)$$

Выражения для определения постоянных времени T_1 и T_2 , а также коэффициентов усиления K_1 и K_2 , входящих в выражение (4), будут представлены ниже.

Решением для приведенного выше дифференциального уравнения (2) является выражение:

$$f(t) = f_{уст} \left[1 - e^{-\frac{d_f t}{T_f}} \cdot (\cos \nu_f t + A_f \sin \nu_f t) \right], \quad (8)$$

где $f_{уст}$ – установившееся значение коэффициента трения трибосистемы после завершения приработки, определяется по выражению, приведенному в работе [10].

Постоянная времени трибосистемы для моделирования коэффициента трения:

$$T_f = \sqrt{\frac{T_1 \cdot T_2}{K_1 \cdot K_2}}. \quad (9)$$

Декремент затухания колебаний после завершения приработки:

$$d_f = \frac{(T_1 + T_2)}{2 \cdot T_f \cdot K_1 \cdot K_2}, \quad (10)$$

ν_f – частота колебаний коэффициента трения после завершения приработки;

$$\nu_f = \frac{\sqrt{1 - d_f^2}}{T_f}. \quad (11)$$

Величина отклонения коэффициента трения от текущего значения во время колебательного процесса:

$$A_f = \frac{d_f}{\sqrt{1 - d_f^2}}. \quad (12)$$

Коэффициент усиления K_1 , который входит в дифференциальные уравнения и их решения, в теории идентификации динамических объектов называют коэффициентом, который оценивает степень влияния входного сигнала на выходной. Основываясь на таком физическом понятии и используя методы размерностей теории подобия и моделирования, в работе [11] получено выражение:

$$K_1 = \frac{\sigma_{фнк}}{Q}, \quad (13)$$

где $\sigma_{фнк}$ – напряжение на фактических пятнах контакта, Па, определяется по формулам, представленным в работах [12, 13];

Q – качество трибосистемы, согласно работы [11] определяется по выражению:

$$Q = \frac{K_\phi^2 \cdot a_{np} \cdot E_y}{\dot{\epsilon}_{np}} \cdot \sqrt{\frac{\delta_n \cdot \delta_n}{\pi}}, \text{ Дж/м}^3, \quad (14)$$

где K_ϕ – коэффициента формы трибосистемы, рассчитывается по формуле [11];

a_{np} , E_y , $\dot{\epsilon}_{np}$ – приведенный коэффициент температуропроводности м²/с, трибологические свойства смазочной среды Дж/м³ и приведенная скорость деформации в подповерхностных слоях материалов трибосистемы 1/с, соответственно [11];

δ_n , δ_n – реологические свойства структуры материалов подвижного и неподвижного трибоэлементов, безразмерная величина, учитывает внутреннее трение структуры материала [11].

Коэффициента K_2 – это способность трибосистемы прирабатываться, безразмерная величина, согласно [11]:

$$K_2 = \frac{Q \cdot a_{np} \cdot d_{фнк}}{W_{mp}}, \quad (11)$$

где $d_{фнк}$ – диаметр фактического пятна контакта, м;

W_{mp} – скорость работы диссипации в трибосистеме, Дж/с, рассчитывается согласно формул, которые приведены в работе [12].

Диаметр фактического пятна контакта $d_{фнк}$ зависит от нагрузки N , модуля упругости контактирующих материалов и величины шероховатости поверхностей трения. Рассчитывается согласно формул, которые приведены в работе [12].

Постоянная времени T_1 , которая входит в дифференциальные уравнения и определяет время приработки:

$$T_1 = \frac{\pi(\sqrt[3]{V_{np}})^2}{a_{np}} = \frac{\pi V_{np}^{0,666}}{a_{np}}, \text{ с}, \quad (18)$$

где V_{np} – приведенный объем материала трибосистемы, определяется согласно работы [11].

Постоянная времени T_2 , характеризует время, за которое происходит перестройка поверхностных и подповерхностных слоев при изменении внешних условий:

$$T_2 = \frac{K_\phi \cdot h_{dnp}}{\dot{\epsilon}_{np}}, \text{ с}, \quad (19)$$

где h_{dnp} – приведенная глубина распространения деформации в подповерхностных слоях подвижного и неподвижного трибоэлементов, м, определяется по выражениям, приведенным в работе [11].

Скорость изнашивания на установившемся режиме после завершения приработки, согласно работам [12, 13], определяется по выражению:

$$I_{уст} = 6 \cdot 10^{-10} \exp(0,795 \cdot 10^{16} \cdot \frac{1}{E_y} \sqrt{\frac{\pi}{\delta_n \cdot \delta_H} \cdot W_{mp}}), \text{ м}^3 / \text{ час}, \quad (20)$$

$$f_{уст} = \frac{W_{mp}}{W}, \quad (21)$$

где $I_{уст}$ и $f_{уст}$ – объемная скорость изнашивания, м³/час и коэффициент трения трибосистемы после завершения приработки;

W – мощность, которая подводится к трибосистеме, определяется по выражению:

$$W = N \cdot \mathcal{G}_{скл} = H \cdot \frac{M}{c} = \text{Вт}, \quad (22)$$

где N – нагрузка на трибосистему, Н;

$\mathcal{G}_{скл}$ – скорость скольжения, м/с.

Структурная схема оценки точности моделирования по результатам лабораторных экспериментальных исследований трибосистем представлена на рис. 1.

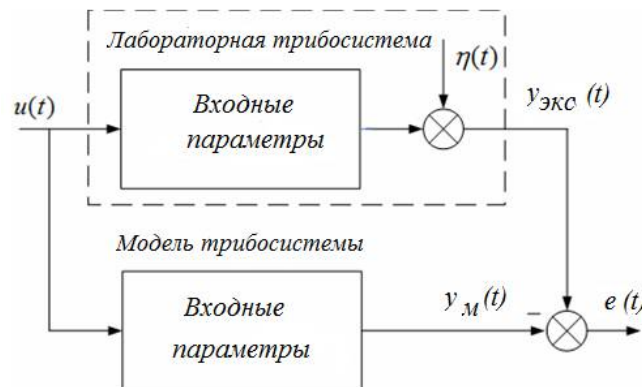


Рис. 1 – Структурная схема оценки точности моделирования по результатам лабораторных экспериментальных исследований:

- $u(t)$ – входное воздействие на трибосистему;
- $\eta(t)$ – неконтролируемое случайное воздействие;
- $y_{экс}(t)$ – выходной сигнал (результаты эксперимента);
- $y_м(t)$ – выходной сигнал (результаты моделирования);
- $e(t)$ – разность (ошибка) между результатами эксперимента и моделирования

При оценке точности моделирования, т.е. адекватности модели экспериментальным данным на вход системы подавался входной сигнал $u(t)$, который учитывал конструкцию трибосистемы, триболо-

гические свойства смазочной среды, материалы из которых изготовлены трибоэлементы, их теплопроводность, реологические свойства, а также нагрузка и скорость скольжения. Полученные экспериментальные результаты в виде выходного сигнала $y_{\text{экс}}(t)$, сравнивались с результатами моделирования $y_{\text{м}}(t)$. По результатам сравнения рассчитывалась разность (ошибка) моделирования:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{\text{экс}}(t) - y_{\text{м}}(t))^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^2(t), \quad (23)$$

где n – количество экспериментов (повторов);

$e(t)$ – ошибка моделирования.

Среднеквадратичное отклонение ошибки моделирования в любой точке процесса выразим формулой:

$$e = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^2}. \quad (24)$$

Относительную ошибку моделирования в любой точке переходного процесса определим по выражениям:

$$e_I = \left| \frac{I_{\text{экс}} - I_{\text{м}}}{I_{\text{экс}}} \right| \cdot 100\%, \quad (25)$$

$$e_f = \left| \frac{f_{\text{экс}} - f_{\text{м}}}{f_{\text{экс}}} \right| \cdot 100\%, \quad (26)$$

где $I_{\text{экс}}$, $I_{\text{м}}$, $f_{\text{экс}}$, $f_{\text{м}}$ – значение скорости изнашивания и коэффициента трения, которые измерены в процессе эксперимента и получены при моделировании.

Относительную ошибку времени завершения приработки определяем по выражению:

$$e_t = \left| \frac{t_{\text{пр,экс}} - t_{\text{пр,м}}}{t_{\text{пр,экс}}} \right| \cdot 100\%, \quad (27)$$

где $t_{\text{пр,экс}}$, $t_{\text{пр,м}}$ – время завершения приработки по результатам эксперимента и моделирования.

Результаты исследований

Результаты моделирования процесса приработки трибосистемы: сталь 40Х+Бр.АЖ 9-4 представлены на рис.2 и рис.3. Параметры трибосистемы: коэффициент фоты $k_{\phi} = 12,5$ 1/м; начальная шероховатость поверхностей трения $Ra = 0,2$ мкм; нагрузка $N = 600$ Н; скорость скольжения $v_{\text{скл}} = 0,5$ м/с.

В качестве варьируемого фактора выступала смазочная среда:

- гидравлическое масло МГП – 10 ($E_y = 1,8 \cdot 10^{14}$ Дж/м³);
- моторное масло М – 10Г_{2к} ($E_y = 3,6 \cdot 10^{14}$ Дж/м³);
- моторное масло ESSO ULTRON SL/CF ($E_y = 7,2 \cdot 10^{14}$ Дж/м³).

Как следует из полученных зависимостей переходный процесс для скорости изнашивания проходит без колебаний ($d_I = 0,75 \dots 1,02$), а для коэффициента трения характерны колебания после завершения приработки ($d_f = 0,42 \dots 0,54$). Увеличение трибологических свойств смазочной среды от $E_y = 1,8 \cdot 10^{14}$ Дж/м³ до $E_y = 7,2 \cdot 10^{14}$ Дж/м³ способствует снижению максимальных значений скорости изнашивания и коэффициента трения, а также уменьшению времени приработки $t_{\text{пр}}$.

Представленные зависимости позволяют сделать вывод, что применение масел с большими значениями E_y приводит к снижению максимальных значений I_{max} и f_{max} , а также к снижению времени приработки. При этом, по параметру скорости изнашивания трибосистема прирабатывается за меньшее

время $t_{np} = 900 \dots 1100$ с, чем по коэффициенту трения $t_{np} = 1000 \dots 1400$ с. Процесс изменения коэффициента трения во время приработки является более инерционным.

Полученные зависимости процесса приработки трибосистемы были проверены экспериментально. В процессе эксперимента через каждые 100 секунд, с помощью метода акустической эмиссии, определялись значения скорости изнашивания и коэффициента трения, а также время завершения приработки. По результатам трех повторов определяли среднее значение параметров, ошибку моделирования по формулам (25) - (27), среднеквадратичное отклонение ошибки, формула (24).

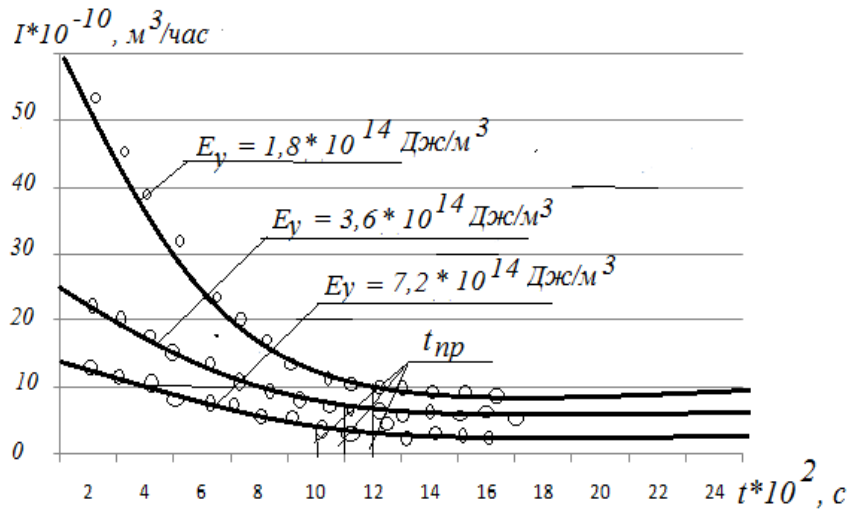


Рис. 2 – Зависимости изменения скорости изнашивания в процессе приработки трибосистемы сталь 40X + Бр.АЖ 9-4 при изменении трибологических свойств смазочной среды E_y ,

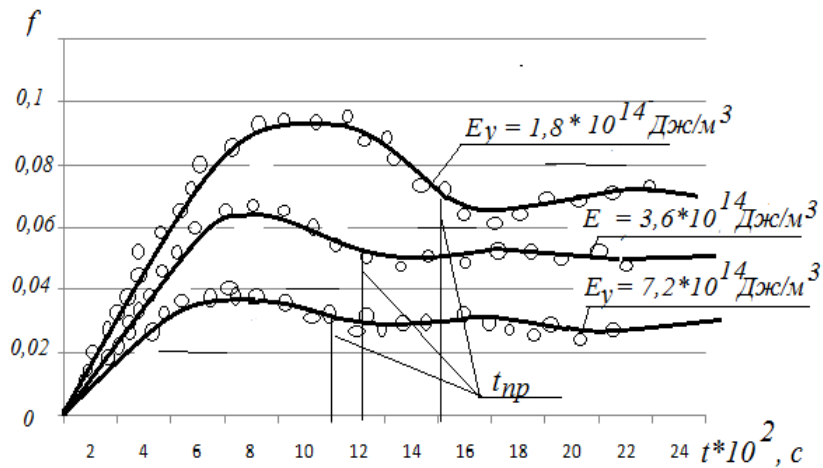


Рис. 3 – Зависимости изменения коэффициента трения в процессе приработки трибосистемы сталь 40X + Бр.АЖ 9-4 при изменении трибологических свойств смазочной среды E_y ,

Сравнения экспериментальных результатов с результатами моделирования, представлены в табл. 1, а экспериментальные точки нанесены на рис. 2 и рис. 3.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что ошибка моделирования при изменении скорости изнашивания находится в пределах $e_I = 14,8 \dots 12,8$ %. При этом большее значение относится к смазочной среде с $E_y = 1,8 \cdot 10^{14}$ Дж/м³, а меньшее значение к смазочной среде с $E_y = 7,2 \cdot 10^{14}$ Дж/м³. При изменении коэффициента трения ошибка моделирования находится в пределах $e_f = 16,6 \dots 13,3$ %, при этом большие значения ошибки характерны для смазочной среды с меньшими трибологическими свойствами.

Необходимо также отметить, в начале процесса приработки экспериментальные значения скорости изнашивания и коэффициента трения больше, чем полученные путем моделирования, а в конце процесса, наоборот, экспериментальные значения меньше значений, полученных путем моделирования.

Ошибка моделирования времени завершения приработки составляет $e_t = 15,5 \dots 16,0$ %. Такое большое значение можно объяснить колебательностью измеряемых параметров в процессе эксперимента.

Таблица 1

**Сравнение результатов моделирования и эксперимента
для трибосистемы сталь 40X + Бр.АЖ 9-4 в смазочной среде $E_y = 3,6 \cdot 10^{14}$ Дж/м³**

Время процесса приработки t, c	$I_m \cdot 10^{-10},$ м ³ /час	$I_{экс} \cdot 10^{-10},$ м ³ /час (среднее значение)	$e_t, \%$	f_m	$f_{экс}$ (среднее значение)	$e_f, \%$
100	24,1	27,7	12,9	0,0056	0,005	12,0
200	20,0	22,6	11,5	0,018	0,02	10,0
300	17,0	15,0	13,3	0,033	0,038	13,1
400	13,8	12,63	9,2	0,047	0,055	14,5
500	11,4	10,2	11,7	0,057	0,062	8,0
600	9,7	8,6	12,7	0,063	0,068	7,3
700	8,6	7,6	13,1	0,065	0,07	7,1
800	7,9	7,0	12,8	0,064	0,068	5,8
900	7,54	6,8	10,8	0,061	0,067	8,9
1000	7,35	6,7	9,7	0,058	0,055	5,4
1100	7,27	6,6	10,1	0,055	0,05	10,0
1200	7,26	6,7	8,3	0,053	0,049	8,1
1300	7,27	6,8	6,9	0,052	0,05	4,0
1400	7,3	6,6	10,6	0,051	0,054	5,5
1500	7,3	6,8	7,3	0,052	0,056	7,1

Таблица 2

**Сравнение результатов моделирования и эксперимента
для трибосистемы сталь 40X + СЧ в смазочной среде $E_y = 3,6 \cdot 10^{14}$ Дж/м³**

Время процесса приработки t, c	$I_m \cdot 10^{-10},$ м ³ /час	$I_{экс} \cdot 10^{-10},$ м ³ /час (среднее значение)	$e_t, \%$	f_m	$f_{экс}$ (среднее значение)	$e_f, \%$
100	34,6	40,5	14,5	0,005	0,0055	9,0
200	29,9	34,5	13,3	0,017	0,0188	9,5
300	24,7	28,5	13,3	0,031	0,035	11,4
400	20,0	23,2	13,7	0,045	0,053	15,0
500	16,2	18,5	12,4	0,056	0,066	15,1
600	13,3	15,3	13,0	0,063	0,073	13,6
700	11,2	13,0	13,8	0,067	0,075	10,6
800	9,85	10,8	8,7	0,068	0,077	11,6
900	8,9	8,0	11,7	0,067	0,075	10,6
1000	8,3	8,0	3,7	0,065	0,073	10,9
1100	7,92	7,5	5,6	0,062	0,065	4,6
1200	7,71	8,0	3,6	0,06	0,058	3,4
1300	7,59	8,0	5,1	0,058	0,055	5,4
1400	7,54	8,0	5,7	0,057	0,052	9,6
1500	7,51	8,0	6,1	0,056	0,05	12,0
1600	7,51	8,0	6,1	0,056	0,05	12,0
1700	7,52	8,0	6,0	0,057	0,053	7,5
1800	7,52	8,0	6,0	0,057	0,055	7,5

Сравнение результатов моделирования и эксперимента для трибосистемы сталь 40X+СЧ представлено в табл. 2. В разработанных моделях сочетание материалов учитывается параметром $\sqrt{\delta_n \cdot \delta_n} / \pi$. Параметры, которые не изменялись в процессе эксперимента и моделирования: смазочная среда $E_y = 3,6 \cdot 10^{14}$ Дж/м³; $R_a = 0,2$ мкм; $N = 600$ Н; $v_{скл} = 0,5$ м/с; $k_\phi = 12,5$ 1/м.

Как следует из анализа таблиц, максимальная ошибка моделирования процесса приработки при изменении материалов трибоэлементов составляет: для скорости изнашивания $e_I = 14,5 \dots 15,0$ %, для коэффициента трения $e_f = 15,1 \dots 16,6$ %. Ошибка моделирования времени завершения приработки составляет $e_t = 15,4 \dots 16,2$ %.

Время приработки для скорости изнашивания составляет $t_{np} = 1000 \dots 1200$ с, а для коэффициента трения $t_{np} = 1100 \dots 1400$ с.

Моделирование процесса приработки, а также экспериментальная проверка ошибки моделирования для различных конструкций трибосистем, которые оцениваются коэффициентом формы k_ϕ , 1/м, представлено в таблице 3. Результаты представлены для трибосистемы сталь 40X+Бр.АЖ9-4, смазочная среда $E_y = 3,6 \cdot 10^{14}$ Дж/м³, нагрузка $N = 600$ Н, скорость скольжения $v_{скл} = 0,5$ м/с, шероховатость поверхностей трения $Ra = 0,2$ мкм. В процессе эксперимента варьировались значения коэффициента формы $k_\phi = 6,06 \dots 23,6$ 1/м.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что максимальная ошибка моделирования скорости изнашивания не превышает значений $e_I = 13,3 \dots 15,3$ %, а коэффициента трения $e_f = 14,5 \dots 16,6$ %. Как следует из полученных результатов увеличение коэффициента формы приводит к увеличению ошибки моделирования.

Таблица 3

Сравнение результатов моделирования и эксперимента для трибосистемы сталь 40X + Бр.АЖ 9-4, $E_y = 3,6 \cdot 10^{14}$ Дж/м³, $K_\phi = 6,06$ 1/м

Время процесса приработки t , с	$I_m \cdot 10^{-10}$, м ³ /час	$I_{экс} \cdot 10^{-10}$, м ³ /час (среднее значение)	e_I , %	f_m	$f_{экс}$ (среднее значение)	e_f , %
100	59,2	68,0	12,9	0,012	0,013	7,6
200	38,0	44,0	13,6	0,037	0,041	9,7
300	21,3	24,5	13,06	0,058	0,065	10,7
400	11,5	12,8	10,1	0,068	0,08	15,0
500	7,14	8,0	10,7	0,068	0,08	15,0
600	5,8	6,0	13,3	0,062	0,07	11,4
700	5,9	5,5	7,2	0,056	0,055	1,8
800	6,5	6,0	8,3	0,052	0,05	4,0
900	6,97	6,5	7,2	0,051	0,048	6,2
1000	7,26	7,5	3,2	0,052	0,05	6,0
1100	7,41	8,0	7,3	0,054	0,05	8,0
1200	7,46	8,5	12,2	0,055	0,05	10,0
1300	7,45	8,5	12,3	0,056	0,05	12,0
1400	7,45	8,5	12,3	0,056	0,05	12,0

Время приработки значительно зависит от k_ϕ . Для $k_\phi = 6,06$ 1/м среднее время приработки по значению скорости изнашивания составляет $t_{np} = 500$ с, а для коэффициента трения $t_{np} = 700$ с. Ошибка моделирования $e_t = 14,0 \dots 15,2$ %.

Аналогичные результаты получены при изменении шероховатости поверхностей трения, нагрузки на трибосистему и скорости скольжения.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что максимальная ошибка моделирования скорости изнашивания не превышает значений $e_f = 11,9 \dots 16,6 \%$, а коэффициента трения $e_f = 13,0 \dots 18,5 \%$. Максимальное значение ошибки соответствует фактору шероховатости поверхности.

Увеличение шероховатости поверхности приводит к увеличению ошибки моделирования. Минимальная ошибка характерна для трибосистем с шероховатостью $Ra = 0,1$ мкм.

Выводы

1. Разработана математическая модель динамики переходных процессов скорости изнашивания и коэффициента трения в трибосистемах. Получены уравнения динамики переходных процессов в виде дифференциальных уравнений из решений которых следует, что переходный процесс в трибосистеме описывается колебательными звеньями второго порядка. Установлено, что характер протекания переходного процесса после приложения к трибосистеме входного воздействия зависит от коэффициентов усиления и постоянных времени, а также значений декремента затухания.

2. Экспериментальным путем выполнена оценка адекватности результатов моделирования экспериментальным данным. Получены значения ошибки моделирования при изменении основных факторов, влияющих на переходный процесс: трибологических свойств смазочной среды; реологических свойств структуры сопряженных материалов; коэффициента формы; шероховатости поверхностей; нагрузки и скорости скольжения. Установлено, что максимальная ошибка моделирования скорости изнашивания не превышает значений $e_f = 11,9 \dots 16,6 \%$, а коэффициента трения $e_f = 13,0 \dots 18,5 \%$. При этом, максимальное значение ошибки соответствует фактору шероховатости поверхности.

3. Полученные решения дифференциальных уравнений для скорости изнашивания и коэффициента трения, позволяют выполнять моделирование переходного процесса в трибосистемах и разрабатывать режимы приработки (обкатки) с учетом конструкции, технологии изготовления и режимов эксплуатации.

Литература

1. Богданов Дж., Козин Ф. Вероятностные модели накопления повреждений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
2. Семенов Н.Ф. Средняя высота микровыступов шероховатой поверхности и плотность пятен контакта при контактировании шероховатой поверхности с гладкой // Трение и износ. – 1986. – Т.7, №1. – С. 85-91.
3. Terletzka, Semenjuk, Deierich. Modellierung des Kontaktes zweier rauher Körper/ Wissenschaftliche Berichte Hochschule Zittau/Görlitz Nr/ 1551 (1996), Heft 45. – S. 151 – 165.
4. Semenjuk N. Entwicklung von Berechnungsverfahren der Reibungs- und Verschleißtheorie mit Hilfe des Modells stochastischer Felder: Diss. В an der Technischen Hochschule Zittau. Zittau, 1991.
5. Сорокатый Р.В. Анализ современного состояния методов расчета износа и прогнозирования ресурса // Проблемы трибологии. – 2007. – №1. – С. 23-36.
6. Сорокатый Р.В. Метод трибозлементов. – Хмельницкий: ХНУ, 2009. – 242 с.
7. Войтов В.А., Исаков Д.И. Моделирование граничного трения в трибосистемах. I. Методика физического моделирования // Трение и износ. – 1996. – Т.17, №3. – С. 298-306.
8. Войтов В.А., Исаков Д.И. Моделирование граничного трения в трибосистемах. II. Методика математического моделирования стационарных процессов при граничном трении // Трение и износ. – 1996. – Т.17, №4. – С. 456-462.
9. Войтов В.А., Исаков Д.И. Моделирование граничного трения в трибосистемах. III. Математическое моделирование нестационарных процессов при граничном трении // Трение и износ. – 1996. – Т.17, №5. – С. 598-605.
10. Бекиров А.Ш. Структурная идентификация математической модели переходных процессов в трибосистемах / Технічний сервіс агропромислового, лісового і транспортного комплексів, 2017, № 7. – С. 109-120.
11. Бекиров А.Ш. Параметрическая идентификация математической модели переходных процессов в трибосистемах / Технічний сервіс агропромислового, лісового і транспортного комплексів, 2017, № 8. – С. 167-177.
12. Войтов В.А., Захарченко М.Б. Моделирование процессов трения изнашивания в трибосистемах в условиях граничной смазки. Часть 1. Расчет скорости работы диссипации в трибосистемах // Проблемы трибологии. – 2015. – № 1. – С. 49-57.
13. Войтов В.А., Захарченко М.Б. Моделирование процессов трения изнашивания в трибосистемах в условиях граничной смазки. Часть 2. Результаты моделирования // Проблемы трибологии. – 2015. – № 2. – С. 36-45.

Поступила в редакцію 14.02.2018

Voytov V.A., Bekirov A.SH. **Mathematical model of transition processes in tribosystems and results of modeling.**

A mathematical model of the dynamics of the transient processes of the wear rate and the coefficient of friction in tribosystems is developed. The equations of the dynamics of transient processes in the form of differential equations from the solutions of which it follows that the transient process in the tribosystem is described by second-order vibrational links. It is established that the nature of the transient process after application to the tribosystem of the input action depends on the gain factors and time constants, as well as the damping decrement values.

Experimental evaluation of the adequacy of simulation results to experimental data was carried out. The values of the simulation error are obtained when the main factors affecting the transient process are changed: the tribological properties of the lubricating medium; rheological properties of the structure of conjugate materials; form factor; surface roughness; load and slip speed. It was found that the maximum error in modeling the wear rate does not exceed the values $e_f = 11.9 \dots 16.6 \%$, and the coefficient of friction $e_f = 13.0 \dots 18.5 \%$. In this case, the maximum error value corresponds to the surface roughness factor.

Key words: tribosystem, modeling, transient processes, running-in, wear rate, coefficient of friction, adequacy of the mathematical model.

References

1. Bogdanoff Dzh., Kozin F. Veroyatnostnyye modeli nakopleniya povrezhdeniy. Per. s angl. M.Mir, 1989. 344 s.
2. Semenyuk N.F. Srednyaya vysota mikrovystupov sherokhovatoy poverkhnosti i plotnost' pyaten kontakta pri kontaktirovaniy sherokhovatoy poverkhnosti s gladkoy. Treniye i iznos. 1986. T.7, №1. S. 85-91.
3. Terletzka, Semenyuk, Deierich. Modellierung des Kontaktes zweier rauher Körper. Wissenschaftliche Berichte Hochschule Zittau/Görlitz Nr. 1551 (1996), Heft 45. S. 151 – 165.
4. Semenyuk N. Entwicklung von Berechnungsverfahren der Reibungs- und Verschleißtheorie mit Hilfe des Modells stochastischer Felder: Diss. B an der Technischen Hochschule Zittau. Zittau, 1991.
5. Sorokatyy R.V. Analiz sovremennogo sostoyaniya metodov rascheta iznosa i prognozirovaniya resursa. Problemi tribologif. 2007. №1. S. 23-36.
6. Sorokatyy R.V. Metod triboelementov. Khmel'nitskiy: KHNU, 2009. 242 s.
7. Voytov V.A., Isakov D.I. Modelirovaniye granichnogo treniya v tribosistemakh. I. Metodika fizicheskogo modelirovaniya. Treniye i iznos. 1996. T.17, №3. S. 298-306.
8. Voytov V.A., Isakov D.I. Modelirovaniye granichnogo treniya v tribosistemakh. II. Metodika matematicheskogo modelirovaniya statsionarnykh protsessov pri granichnom trenii. Treniye i iznos. 1996. T.17, №4. S. 456-462.
9. Voytov V.A., Isakov D.I. Modelirovaniye granichnogo treniya v tribosistemakh. III. Matematicheskoye modelirovaniye nestatsionarnykh protsessov pri granichnom trenii. Treniye i iznos. 1996. T.17, №5. –S. 598-605.
10. Bekirov A.SH. Strukturnaya identifikatsiya matematicheskoy modeli perekhodnykh protsessov v tribosistemakh. Tekhnichniy servis agropromislovogo, lisovogo i transportnogo kompleksiv, 2017, № 7. S. 109-120.
11. Bekirov A.SH. Parametricheskaya identifikatsiya matematicheskoy modeli perekhodnykh protsessov v tribosistemakh. Tekhnichniy servis agropromislovogo, lisovogo i transportnogo kompleksiv, 2017, № 8. –S. 167-177.
12. Voytov V.A., Zakharchenko M.B. Modelirovaniye protsessov treniya iznashivaniya v tribosistemakh v usloviyakh granichnoy smazki. Chast' 1. Raschet skorosti raboty dissipatsii v tribosistemakh // Problemi tribologif. 2015. № 1. S. 49-57.
13. Voytov V.A., Zakharchenko M.B. Modelirovaniye protsessov treniya iznashivaniya v tribosistemakh v usloviyakh granichnoy smazki. Chast' 2. Rezul'taty modelirovaniya. Problemi tribologif. 2015. № 2. S. 36-45.