

УДК 621.9.06-529:621.7.044:512.544.7

**В.В. Комбаров**, рук. центра САПР и ИТ,  
**В.Ф. Сорокин**, д-р техн. наук, проф.*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина  
Тел. +38 (057) 7884357; E-mail: sovladf@ukr.net*

## ОГРАНИЧЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПРИ ВЫБОРЕ ЧАСТОТЫ ЦИКЛА УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМЫ ЧПУ С УЧЕТОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБОРУДОВАНИЯ

*Рассмотрена задача ограничения погрешности аппроксимации (chord error) криволинейных траекторий при выборе частоты цикла управления системы ЧПУ. Предложена методика, обеспечивающая ограничение на заданном уровне погрешности аппроксимации криволинейной траектории при высокоскоростной обработке. Методика учитывает такие параметры, как дискретность измерения положения, ограничения максимальных величин подачи, ускорения и рывка.*

**Ключевые слова:** погрешность аппроксимации, частота цикла управления, система ЧПУ, высокоскоростная обработка, подача, ускорение, рывок.

### 1. Введение

Необходимость повышения уровня конкурентоспособности отечественного машиностроения требует от механообрабатывающего производства внедрения технологий высокоскоростного фрезерования, позволяющих значительно сократить основное время обработки и повысить ее качество [1 – 4]. Реализация такого процесса обработки сложных криволинейных контуров деталей требует высоких технологических подач и соответствующего быстродействия систем ЧПУ. Повышение технологической подачи приводит к увеличению погрешностей позиционирования из-за проявления инерционности процессов движения элементов конструкции станка. В связи с этим обеспечение точности обработки при увеличении контурной подачи является актуальной задачей как для нового современного оборудования, так и для модернизируемого оборудования авиационных предприятий [5].

Повышение технологических подач обуславливает необходимость более глубокого рассмотрения механики движения и учета в процессе управления таких параметров, как ускорение и рывок, которыми ранее пренебрегали. Например, в работах [6, 7] предложена математическая постановка задачи планирования подачи с учетом ограничений величин скорости, ускорения и рывка и приведены некоторые решения этой задачи. В работе [6] предлагается, помимо ограничений кинематических параметров при планировании подачи, учитывать ограничение погрешности аппроксимации (chord error) задания криволинейных траекторий.

Повышение частоты цикла управления системы ЧПУ является одним из направлений повышения точности обработки. В работе [8] показано, что увеличение частоты цикла управления в два раза приводит к четырехкратному увеличению точности, но не уточняется, какой части погрешности это касается и существует ли предел повышения точности. В работе [9] показано, что при изменении частоты цикла управления повышение точности достигается только за счет изменения погрешности аппроксимации задания криволинейных траекторий инструмента.

Увеличение частоты цикла управления способствует снижению погрешности задания криволинейной траектории. Однако традиционно выбор частоты цикла ЧПУ свя-

зывают с решением задач динамики объекта управления [10], а также с обеспечением производительности и быстродействия вычислительной системы.

Обеспечение заданного уровня точности аппроксимации траектории посредством выбора частоты цикла управления с учетом ограничений, используемых в системах планирования подачи, и влияния ограничений технологических параметров оборудования до настоящего времени в научных работах не рассматривалось.

Поэтому **целью статьи** является определение предельных возможностей повышения технологической точности задания криволинейных траекторий инструмента при повышении частоты цикла управления системы ЧПУ с учетом технологических параметров оборудования.

## 2. Ограничение частоты цикла по величине допустимой погрешности аппроксимации криволинейных траекторий.

В процессе управления система ЧПУ выполняет интерполяцию координат точек заданной траектории движения инструмента. При интерполяции криволинейной траектории для каждого такта управления рассчитываются координаты точки, лежащей на заданной кривой и отстоящей от предыдущей точки позиционирования на величину шага интерполяции. Величина шага интерполяции численно равна тактовой скорости, то есть перемещению, совершаемому за один такт управления. Считается, что на участке между точками интерполяции станок осуществляет перемещение по прямой линии (рис. 1). Таким образом, любая криволинейная траектория в интерпретации потактового перемещения подвергается аппроксимации ломаной линией.

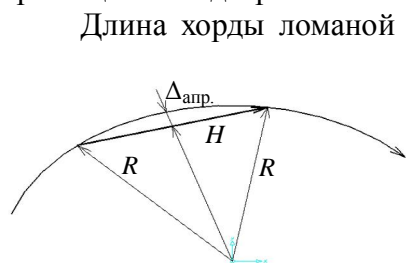


Рис. 1. Погрешность аппроксимации при интерполяции криволинейной траектории

Длина хорды ломаной линии соответствует шагу интерполяции  $H$  (дискрет) и увеличение частоты управляющего цикла приводит к его уменьшению. Очевидно, что чем меньше шаг интерполяции, тем ближе аппроксимирующая ломаная линия приближается к заданной кривой. Величина погрешности аппроксимации  $\Delta_{\text{анп}}$  (chord error) равна максимальному отклонению кривой относительно соответствующей хорды ломаной линии (рис. 1) и зависит от величины шага интерполяции и радиуса кривизны контура. Элементарный участок кривой на интервале интерполяции с достаточной для практики точностью можно представить в виде окружности радиусом  $R$  (мм), для которой погрешность аппроксимации  $\Delta_{\text{анп}}$  (дискрет) рассчитывают по формуле

$$\Delta_{\text{анп}} = R \cdot k - \sqrt{(R \cdot k)^2 - \left( \frac{F \cdot k}{f_{\text{Ц}} \cdot 60 \cdot 2} \right)^2}, \quad (1)$$

где  $F$  – контурная подача (мм/мин);

$k$  – коэффициент дискретности системы (дискрет/мм);

$f_{\text{Ц}}$  – частота управления (Гц).

Величину шага интерполяции  $H$  (дискрет) можно определить по выражению

$$H = \frac{F \cdot k}{f_{\text{Ц}} \cdot 60}. \quad (2)$$

Оценка влияния частоты цикла управления на величину погрешности  $\Delta_{\text{анп}}$  проведена для системы ЧПУ с дискретностью 1000 дискрет/мм. Рассмотрено движение по дуге окружности радиусом  $R = 1$  мм на подаче 5000 мм/мин, что соответствует 83% от

максимальной подачи станка модели МА655СМ30А. Изменение частоты цикла управления с 200 до 2000 Гц приводит к уменьшению шага интерполяции с 0,417 мм до 0,042 мм и погрешности  $\Delta_{\text{апр}}$  с 21,94 дискретности до 0,217 дискретности. Таким образом, увеличение на порядок частоты управления приводит к уменьшению шага интерполяции в 10 раз, а погрешности в 101 раз.

Для фиксированной подачи (рис. 2) погрешность  $\Delta_{\text{апр}}$  уменьшается при увеличении радиуса дуги и увеличении частоты цикла управления.

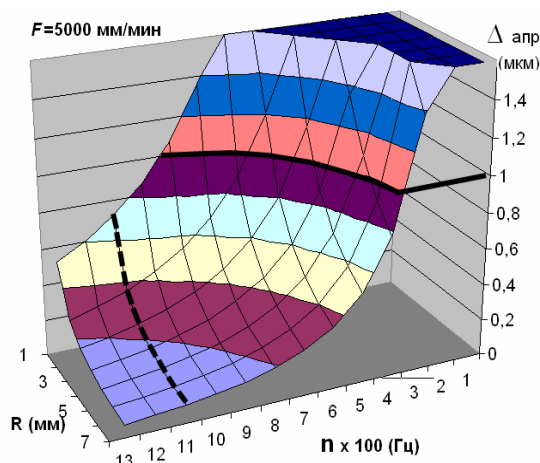


Рис. 2. Погрешность аппроксимации дуги окружности:

- — — — — ограничение  $\Delta_{\text{апр}} = 1$  мкм
- - - - - ограничение  $f_{\text{Ц}} = 1000$  Гц

является частота цикла управления, при которой для всех возможных режимов обработки криволинейных траекторий с учетом технологических ограничений оборудования погрешность аппроксимации  $\Delta_{\text{апр}}$  не превысит допустимой величины  $\Delta_{\text{доп.}}$ , равной единице дискретности системы.

Предельная технологически обоснованная частота цикла управления  $f_{\text{Ц}}$  (Гц) зависит от величины максимальной подачи  $F$  (мм/мин), допустимой при обработке участков с радиусом кривизны  $R$  (мм), дискретности системы  $k$  (дискрет/мм), допустимой погрешности  $\Delta_{\text{доп.}} = 1$  (дискрет.) и может быть вычислена по выражению

$$f_{\text{Ц}} = \frac{F \cdot k}{120 \cdot \sqrt{(R \cdot k)^2 - (R \cdot k - \Delta_{\text{доп.}})^2}}. \quad (3)$$

### 3. Учет ограничений ускорения и рывка.

При реализации технологии высокоскоростного фрезерования на новом оборудовании или оборудовании, существующем на авиационных предприятиях, необходимо учитывать, что при увеличении подач возрастают инерционные нагрузки, что приводит к увеличению фактических погрешностей позиционирования. Для их уменьшения система планирования подачи снижает подачу для участков траектории с малыми радиусами с учетом максимально допустимых величин скорости, ускорения и рывка, развиваемых приводными двигателями. Например, если максимальная подача осей станка составляет 5000 мм/мин, то перемещения по дуге малого радиуса  $R = 1$  мм будет выполняться на меньшей подаче.

Оценку влияния ограничений по ускорению и рывку выполним на примере движения по дуге окружности с постоянной подачей.

При движении по дуге окружности с постоянной подачей возникает центростремительное ускорение  $a_n$  (мм/с<sup>2</sup>)

$$a_n = (F/60)^2 / R. \quad (4)$$

Предельно допустимое ускорение задается через безразмерную величину допустимой перегрузки  $n_{\text{перегр}}$  и ускорение свободного падения  $g$  (м/с<sup>2</sup>)

$$a_{\text{дон}} = n_{\text{перегр}} \cdot g \cdot 1000. \quad (5)$$

Используя (4) и (5), получим выражение для оценки ограничения подачи по величине допустимого ускорения:

$$F_{\text{дон}}(a) = 60 \cdot \sqrt{(R \cdot n_{\text{перегр}} \cdot g \cdot 1000)}. \quad (6)$$

Максимальную величину рывка управляемой оси при обработке окружности с постоянной подачей можно оценить по выражению

$$J_{\text{max}} = (F/60)^3 / R^2. \quad (7)$$

Откуда получаем выражение для расчета ограничения подачи по величине допустимого рывка:

$$F_{\text{дон}}(J) = 60 \cdot \sqrt[3]{J_{\text{max}} \cdot R^2}. \quad (8)$$

Значения величин  $a_{\text{дон}}$ ,  $J_{\text{max}}$  зависят от конструкции управляемой оси станка, типа и характеристик приводного двигателя и электропривода. Так, например, в работе [10] приведены характеристики пятиосевого обрабатывающего центра MIKRON UCP 710, у которого ось X и ось Z имеют различные соотношения характеристик по  $a_{\text{дон}}$ ,  $J_{\text{max}}$ . Для осей X, Z MIKRON UCP 710 и оси X MA655CM30A проведен расчет допустимых подач по ограничению ускорения и рывка (рис. 3).

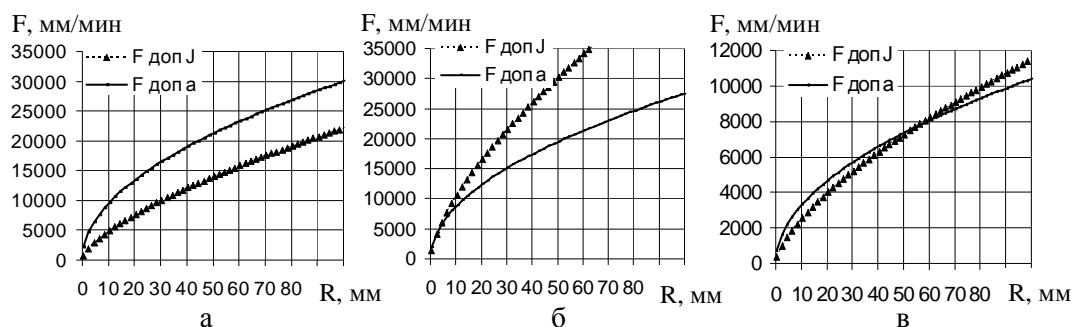


Рис. 3. Допустимая подача по ограничению ускорения и рывка:

а – ось X MIKRON UCP 710; б – ось Z MIKRON UCP 710; в – ось X MA655CM30A

Ограничение по рывку оси X MIKRON UCP 710 для любых значений радиуса кривизны является более жестким по сравнению с ограничением по ускорению (рис. 3а). Для оси Z (рис. 3б) ограничение по рывку существенно при радиусах до  $R = 3$  мм, а при больших значениях радиуса основным является ограничение по ускорению. Для оси X станка MA655CM30A (рис. 3в) ограничение рывка существенно при радиусах менее 55 мм, при больших радиусах основным ограничением является ограничение по ускорению. Однако максимальная подача оси X для MA655CM30A составляет 6000 мм/мин, что соответствует ограничению по рывку при  $R = 40$  мм. Это означает, что при обработке радиусов в диапазоне от 0 до 40 мм система планирования подачи будет снижать

скорость движения органов станка с учетом ограничения по рывку, а при радиусах больше 40 мм основным ограничением будет ограничение максимальной подачи. Ограничение по ускорению для рассматриваемой оси X MA655CM30A никогда не будет определять режим обработки криволинейного контура. Приведенные примеры показывают, что ограничения по максимальной подаче, ускорению и рывку осей являются независимыми и должны учитываться при определении параметров системы ЧПУ как технологические ограничения параметров оборудования.

#### 4. Определение технологически обоснованной частоты цикла управления с учетом технологических возможностей оборудования

Технологически обоснованную частоту цикла управления определим с помощью построения диаграммы предельной частоты цикла управления по величине допустимой погрешности аппроксимации траектории (chord error) (рис. 4). Линии R0,25 – R5 показывают, какая необходима частоты цикла при движении по дуге соответствующего радиуса на максимально возможной контурной подаче, при которой допустимая погрешность аппроксимации  $\Delta_{don}$  составляет одну дискрету позиционирования. Совместное использование формул (6), (3) и формул (8), (3) позволяет рассчитать ограничения по величине предельно допустимого ускорения и рывка.

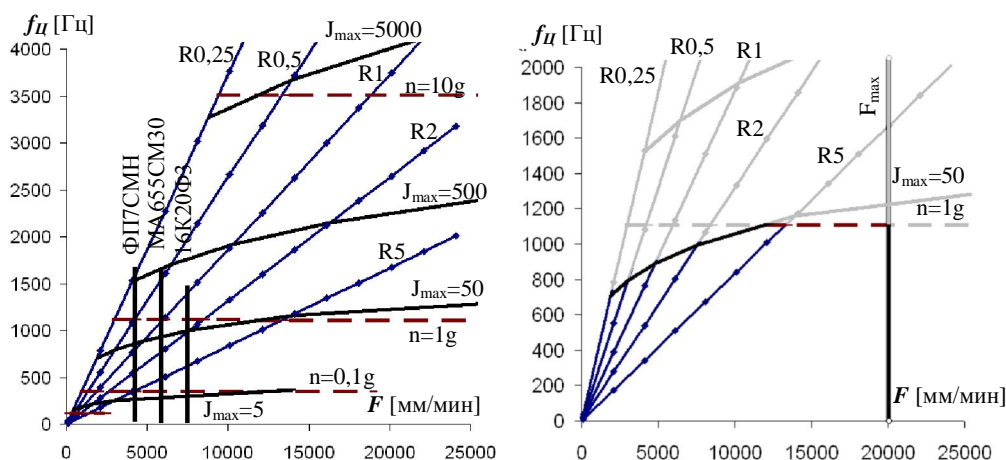


Рис. 4. Предельная частота цикла управления по ограничению допустимой погрешности аппроксимации  $\Delta_{don}$  равной одной дискрете (1 мкм)

Линии  $n = 0,01g, \dots, n = 10g$  – ограничение подачи по величине допустимого ускорения при движении по дуге радиуса  $R$ , линии  $J_{max} = 5 \dots 5000$  показывают ограничение подачи по величине рывка ( $5 \dots 5000 \text{ м/с}^3$ ) при движении по дуге радиуса  $R$ . Ограничение по максимальной подаче наносится на диаграмму для конкретного типа оборудования. Область допустимых параметров располагается ниже соответствующих ограничений по ускорению, рывку и слева от ограничения по максимальной подаче (рис. 4). Наивысшая точка области допустимых значений определяет предельную технологически обоснованную частоту цикла управления.

Современное оборудование, выпускаемое мировыми лидерами станкостроения, обладает высокими динамическими характеристиками по параметру допустимого ускорения  $n_{перезр} = 1g$  и рывку  $J_{max} = 50 \text{ м/с}^3$ . На рис. 4 выделена область допустимых параметров для такого оборудования, откуда следует, что для оборудования с указанными характеристиками технологически обоснованной по точности аппроксимации траектории является частота цикла управления 1170 Гц.

Наиболее распространенные модели станков с ЧПУ, применяемые на авиа-

ционных предприятиях, обладают следующими характеристиками по величине максимальной подачи быстрого перемещения и допустимому ускорению рабочих органов:

- 6P13ГН1,  $F_{max}$  1000 мм/мин,  $n_{перезр}$  0,006 ... 0,01;
- ФП7М,  $F_{max}$  1500 мм/мин,  $n_{перезр}$  0,006 ... 0,012;
- ФП7СМН,  $F_{max}$  4500 мм/мин,  $n_{перезр}$  0,012 ... 0,02;
- МА655СМ30А  $F_{max}$  6000 мм/мин,  $n_{перезр}$  0,02 ... 0,1;
- 16К20Ф3,  $F_{max}$  7500 мм/мин,  $n_{перезр}$  0,02 ... 0,08.

Информация о допустимой величине рывка отсутствует, но из практического опыта можно утверждать, что для всех приведенных выше моделей она меньше  $5 \text{ м/с}^3$ .

В соответствии с диаграммой (рис. 4) управление оборудованием типа 6P13ГН1, ФП7М, ФП7СМН, МА655СМ30А, 16К20Ф3 с динамическими характеристиками по параметру допустимого ускорения  $n_{перезр} < 0,1 \text{ г}$  и рывку  $J_{max} < 5 \text{ м/с}^3$  технологически обоснованной по точности аппроксимации траектории является частота цикла управления, равная 350 Гц. Создание систем ЧПУ на базе программно-аппаратного комплекса, описанного в работе [11] с частотой управления 1000 Гц гарантирует, что для всех значений радиусов погрешность аппроксимации  $\Delta_{анр}$  (chord error) не превысит величины дискретности системы 1 мкм.

Это обстоятельство позволяет упростить алгоритм планирования подачи и не выполнять анализ траекторий управляющих программ по критерию ограничения погрешности аппроксимации.

Управление оборудованием с частотой цикла управления  $f_{ц}$  не ниже предельной технологически обоснованной частоты цикла управления по точности аппроксимации, заданной по предложенной методике, позволяет ограничить погрешность задания траектории не выше одной единицы дискретности системы.

## 5. Заключение

В результате проведенного исследования показано, что для оборудования с конкретными ограничениями максимальной технологической подачи, предельных значений ускорения, рывка и заданной дискретностью системы позиционирования существует технологически обоснованная частота управляющего цикла  $f_{ц}$ , превышение которой не приводит к реальному увеличению точности задания траектории инструмента.

Предложены расчетные соотношения и методика определения предельной технологически обоснованной частоты цикла управления по ограничению погрешности аппроксимации с учетом ограничения технологических характеристик оборудования, таких, как максимальная подача, допустимое ускорение, допустимый рывок и дискретность системы ЧПУ.

Получены значения частот управления, позволяющих обеспечить ограничение погрешности аппроксимации  $\Delta_{анр}$  (chord error) на уровне одной единицы дискретности системы для оборудования с различными уровнями технологических характеристик.

## Список литературы:

1. Сергеева Е.В. Высокоскоростная обработка. Определение, особенности и примеры применения в авиакосмической промышленности [Электронный ресурс] / Е.В. Сергеева // HSC Consulting – Режим доступа: <http://www.sergeev-hsc.de/>
2. Фельдштейн Е.В. Обработка деталей на станках с ЧПУ: учебное пособие / Е.В. Фельдштейн, М.А. Корниевич. – 3-е изд., доп. – Мн: Новое знание, 2008. – 299 с.
3. Обработка проточных поверхностей моноколес высокоскоростным фрезерованием / П.Д. Жеманюк, А.В. Богуслаев, С.В. Мозговой и др. // Авиационно-космичес-



кая техника и технология. – 2004. – № 7 (15). – С. 215 – 219.

4. Сорокин В.Ф. Повышение производительности и качества формообразования лопаточных моноколес при фрезеровании на станках с ЧПУ / В.Ф. Сорокин, В.Ф. Мозговой // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2003. – Вып. 21. – С. 27 – 34.

5. Стратегия модернизации основных производственных фондов предприятий авиационной промышленности / А.К. Мялица, Ю.А. Раисов, В.Ф. Сорокин, В.В. Комбаров // Технологические системы. – 2013. – № 1(62). – С. 32 – 41.

6. Wei Fan. Time-Optimal Interpolation for Five-axis CNC Machining along Parametric Tool Path based on Linear Programming /Wei Fan, Xiao-Shan Gao, Ke Zhang// Mathematics Mechanization Research Preprints KLMM, Chinese Academy of Sciences Vol. 31 March, 2012, P. 21–42.

7. Beudaert X. Feedrate interpolation with axis jerk constraints on 5-axis NURBS and G1 tool path / X. Beudaert, S. Lavernhe, C. Tournier // International J. of Machine Tools & Manuf. – 2012. – Vol. 57. – P. 73 – 82.

8. Аврамов А.А Прогнозирование подачи при высокоскоростной механообработке: пер. с англ. / А.А. Аврамов // Cutting Tool Engineering. – 2002. – № 3 (54). – С. 40, 42–44.

9. Комбаров В.В. Исследование влияния частоты цикла управления системы ЧПУ на точность обработки / В.В. Комбаров, Е.В. Комбарова, Е.А. Аксенов // Вестник двигателестроения. – 2009. – № 3. – С. 144 – 148.

10. Лукас В.А. Теория управления техническими системами / Компактный учебный курс для вузов. – изд. 3-е перераб. и доп. – Екатеринбург. Изд-во УГГГА, 2002. – 675 с.

11. Программно-аппаратный комплекс для исследования алгоритмов и процессов в станках с ЧПУ / В.С. Кривцов, Е.В. Комбарова, Р.В. Варнас, Е.А. Аксенов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – № 4 (81), – С. 5 – 11.

Надійшла до редакції 30.01.2014

**В.В. Комбаров, В.Ф. Сорокін**

#### **ОБМЕЖЕННЯ ПОХИБКИ АПРОКСИМАЦІЇ КРИВОЛІНІЙНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ПРИ ВИБОРІ ЧАСТОТИ ЦИКЛУ КЕРУВАННЯ СИСТЕМИ ЧПК З УРАХУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОБЛАДНАННЯ**

*Розглянуто задачу обмеження похибки апроксимації (chord error) криволінійних траєкторій при виборі частоти циклу керування системи ЧПК. Запропоновано методику, що забезпечує обмеження на заданому рівні похибки апроксимації криволінійної траєкторії при високошвидкісній обробці. Методика враховує такі параметри, як дискретність вимірювання положення, обмеження максимальних величин подачі, прискорення та ривка.*

**Ключові слова:** похибка апроксимації, частота циклу керування, система ЧПК, високошвидкісна обробка, подача, прискорення, ривок.

**V.V. Kombarov, V.F. Sorokin**

#### **LIMITATION OF CURVED PATH CHORD ERROR DURING DETERMINATION OF CONTROL CYCLE FREQUENCY FOR CNC SYSTEM CONSIDERING TECHNOLOGICAL PARAMETERS OF EQUIPMENT**

*The task of limitation of curved path chord error is analysed when selecting control cycle frequency for CNC system. Methods for ensuring error limitation for curved path chord error at high-speed machining are proposed. They take into account such parameters as discreteness of position measurements, limitations of maximum values of feedrate, acceleration and jerk.*

**Key words:** chord error, frequency of control cycle, CNC system, high-speed machining, feedrate, acceleration, jerk.