## ЗМАЩУВАЛЬНА ДІЯ ТА МАСТИЛЬНІ МАТЕРІАЛИ

УДК 621. 822. 3

<sup>1</sup>I. М. Хоменко, канд. техн. наук, доц., <sup>2</sup>M. В. Кіндрачук, д-р техн. наук, проф., <sup>3</sup>O. М. Яхно, д-р техн., наук, проф., <sup>3</sup>A. К. Кобринець, магістрант

## ОСОБЛИВОСТІ РОЗПОДІЛУ ТИСКУ МАСТИЛА У РАДІАЛЬНОМУ ПІДШИПНИКУ КОВЗАННЯ

<sup>1</sup>Чернігівський державний технологічний університет, <sup>2</sup>Національний авіаційний університет, m\_kindrachuk@ukr/net <sup>3</sup>Національний технічний університет України «КШ»

Розглянуті особливості розподілу тиску мастила в радіальному підшипнику ковзання скінченної довжини з джерелом мастила. Показана необхідність врахування тиску мастила і конфігурації джерела мастила у розрахунках радіальних підшипників ковзання.

Постановка проблеми. У роботах [1; 2] наведені функції розподілу тиску мастила у радіальних підшипниках ковзання як скінченної довжини (l > r), так і короткого  $(l \le r)$  підшипників.

Якщо розглядати розподіл тиску мастила по колу посередині ширини підшипника (максимальні значення), а також не враховувати наявність джерела мастила, то для підшипника скінченної або нескінченної довжини розподіл тиску мастила визначається функцією Зоммерфельда, яка має такий вигляд:

$$p(\theta) = \frac{-6\mu \cdot U \cdot r \cdot (2 - \chi \cos \theta) \cdot \chi \sin \theta}{c^2 (2 + \chi^2) (1 - \chi \cos \theta)^2} .$$
(1)

У формулі (1) основні параметри такі:  $p(\theta)$  – надлишковий щодо атмосферного тиск у шарі мастила в підшипнику;  $\mu$  – динамічна в'язкість мастила; U – лінійна швидкість точок шийки вала; r – радіус цапфи вала; c – радіальний зазор;  $\chi = \rho/c$  – відносний ексцентриситет вала в підшипнику;  $\rho$  – ексцентриситет вала в підшипнику;  $\delta = c(1 - \chi \cdot \cos \theta)$  – змінний зазор в підшипнику,  $\theta$  – кутова координата, яка відраховується від лінії центрів і мінімального зазора у підшипнику.

На рис. 1 наведено графік функції Зоммерфельда ( $\theta = -\pi ...\pi$ ) для підшипника нескінченної довжини. Всі чисельні дані тут і далі наведені в системі СІ і мають такі значення:  $\chi = 0.95$ ,  $\mu = 0.01 \,\mathrm{H\cdot c/m^2}$ ,  $c = 0.0002 \,\mathrm{m}$ ,  $r = 0.035 \,\mathrm{m}$ ,  $U = 8 \,\mathrm{m/c}$ , N = 12, i = 0..N,  $\theta_i = -\pi + i \cdot \pi / 6$ .



Рис. 1. Розподіл тиску мастила по колу підшипника за функцією Зоммерфельда

Функція розподілу тиску мастила у короткому радіальному підшипнику за відсутності джерела мастила має вигляд [2]:

$$p(\theta, Z) = \frac{3 \cdot \mu \cdot U \cdot \chi \cdot \sin \theta \cdot l^2}{4 \cdot r \cdot c^2 \cdot (1 - \chi \cdot \cos \theta)^3} (4Z^2 - 1), \qquad (2)$$

де  $Z = \frac{z}{l}$ , z – координата, яку обчислюють вздовж осі підшипника від його середини; l – ширина підшипника.

Якщо у формулі (2) прийняти Z = 0, то отримаємо функцію розподілу тиску по колу підшипника за тією ж умовою, що і для функції Зоммерфельда, а саме:

$$p(\theta) = \frac{-3 \cdot \mu \cdot U \cdot \chi \cdot \sin \theta \cdot l^2}{4 \cdot r \cdot c^2 \cdot (1 - \chi \cdot \cos \theta)^3}.$$
 (3)

На рис. 2 наведено графік розподілу тиску мастила посередині короткого радіального підшипника ковзання за відсутності джерела мастила і при тих же вихідних даних.



Рис. 2. Розподіл тиску по колу короткого радіального підшипника

З наведених на рисунках 1 і 2 з графіків видно, що в інтервалі кутів  $\theta = 0...\pi$  маємо зону від'ємного тиску.

При інтегруванні функцій (1) і (3) по  $\theta$  у межах ( $-\pi...\pi$ ) у зв'язку з симетрією графіків отримаємо радіальну рівнодійну гідродинамічних сил, що діють на шип вала рівною 0, а дотична рівнодійна – буде зрівноважувати зовнішні сили, які діють на шип вала. Саме такий результат отримав Лойцянський [3].

Фізично у реальних підшипниках таке явище неможливе: абсолютний тиск не може бути меншим за тиск насиченої пари мастила при робочій температурі; крім того, доступу повітря крізь зазори торців підшипника у зоні розрядження в підшипнику не може виникнути тиск, менший за атмосферний. У розрахунках підшипників в указаній зоні рекомендують приймати тиск рівним нулю [4].

При постачанні у підшипник мастила від джерела мастила характер розподілу тиску мастила по колу підшипника може змінюватись.

Наведене свідчить про доцільність більш детального дослідження факторів, які впливають на розподіл тиску по колу у радіальному підшипнику ковзання і способів впливу на такий розподіл, оскільки від цього суттєво залежать результати розрахунку підшипника. Методи та результати. Фізичний процес у радіальному підшипнику ковзання був змодельований на конфузорно-дифузорному клиновому зазорі, наведеному на рис. З (моделює розгортку підшипника). Рухома частина – це основа конструкції (рухається з швидкістю U), що не впливає на результати, їх аналіз і висновки, оскільки визначальним є відносний рух елементів спряження. Допускається наявність джерела мастила на межі між конфузором (праворуч на рисунку) і дифузором (ліворуч).



Рис. 3. Розрахункова схема клинового зазора

Функція розподілу тиску в клиновому зазорі, наведеному на рис. 3, має такий вигляд ( $p_n$  – тиск мастила джерела):

$$p(x) = \frac{1}{h(x)^{2} (h_{1}^{2} - h_{0}^{2})} \cdot p_{n} [h(x)^{2} (h_{1}^{2} + h_{0}^{2}) - (h_{0}h_{1} + h(x)^{2})] + signx \cdot \frac{6\mu Ua [h(x) (h_{1} + h_{0}) - (h_{0}h_{1} + h(x)^{2})]}{h(x)^{2} (h_{1}^{2} - h_{0}^{2})}, \quad (4)$$

$$p(x) = h_{0} \left( 1 + signx \cdot k \cdot \frac{x}{a} \right), \quad k = \frac{h_{1}}{h_{0}} - 1 > 0.$$

За відсутності джерела мастила ( $p_n = 0$ ) з (4) маємо:

$$p(x) = 6\mu Ukx \cdot \frac{h_1 - h_0 \left(1 + signx \cdot k \cdot \frac{x}{a}\right)}{h_0 \left(1 + signx \cdot k \cdot \frac{x}{a}\right)^2 \left(h_1^2 - h_0^2\right)}.$$
(5)

На рис. 4 наведено графік функції розподілу гідродинамічного тиску в клиновому зазорі за відсутності джерела мастила. Роз-

параметри значення: U = 8 м/с.рахункові мали такі  $\mu = 0.01 \,\mathrm{H\cdot c/m^2}, \quad k = 4 \,, \ h_0 = 4 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{m}, \ h_1 = 20 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{m}, \ a = 0.1 \,\mathrm{m},$  $N = 12, i = 0..12, x_i = -a + \frac{a}{6} \cdot i$ 9.9 ·10<sup>5</sup> 4.95 ·10<sup>5</sup> 0 p **-**4.95 ·10<sup>5</sup> -9.9 ·10<sup>5</sup> L 0.05 0 -0.05 -0.1 x

Рис. 4. Розподіл тиску в клиновому зазорі без джерела мастила

Порівнюючи графіки, наведені на рисунках 1, 2, 4, встановлюємо, що за характером розподілу тиску мастила модель клинового зазора, наведеного на рис. 3 (за умови  $p_n = 0$ ), фізично відтворює функції розподілу тиску по колу у радіальному підшипнику ковзання. Тобто характер розподілу гідродинамічного тиску при русі в'язкої рідини у кофузорно-дифузорному зазорі радіального підшипника чи клиновому зазорі подібної конфігурації визначається насамперед конфігурацією конструкції.

На рис. 5 наведені графіки складових функцій (1) і (3) для значення  $\chi = 0.95$ , а саме:

$$yl(\theta) = -\sin \theta$$
,  $y2(\theta) = \frac{1}{(1 - \chi \cdot \cos \theta)^3}$ ;  $y(\theta) = yl(\theta) \cdot y2(\theta)$ .

У функціях (1) і (3) ряд розрахункових параметрів не залежать від  $\theta$ . Оскільки  $0 < \chi < 1$ ,  $-1 \le \cos \theta \le 1$ , то множники  $(2 - \chi \cdot \cos \theta)$  і  $(1 - \chi \cdot \cos \theta)$  мають лише додатні значення. Отже, залишається множник  $\sin \theta$ . Він, по суті, і визначає характер роз-

поділу тиску мастила у конфузорно-дифузорному зазорі, який має місце у будь-якому радіальному підшипникові ковзання.

Із наведеного аналізу можна дійти висновку, що у радіальному підшипнику ковзання гідродинамічний тиск, який виникає при обертанні вала у підшипнику на в'язкому мастилі за наявності клинового зазора між цапфою вала і підшипником, можливий лише у конфузорній частині підшипника, тобто у місці звуження зазора.



Рис. 5. Складові та графік функції  $y = y(\theta)$ , яка характеризує розподіл тиску мастила по колу радіального підшипника

Змінити характер розподілу тиску мастила у підшипнику можна лише зовнішнім впливом, що у реальних підшипниках здійснюється введенням джерела мастила.

Функція для визначення розподілу тиску мастила по колу радіального підшипника ковзання з примусовим постачанням мастила у підшипник, яка враховує гідродинамічний і гідростатичний тиск (створюється тиском мастила джерела), має такий вигляд [1]:

$$p(\theta) \coloneqq \frac{-6\mu \cdot U \cdot r \cdot \chi \cdot (2 - \chi \cdot \cos \theta) \cdot \sin \theta \cdot \Phi(\theta)}{c^2 \cdot (2 + \chi^2) \cdot (1 - \chi \cdot \cos \theta)^2} + \left[\frac{p_n}{\pi} \cdot (\pi - sign(\theta) \cdot \theta) \cdot \Phi(\theta) + p_n \cdot f(\theta)\right]$$
(6)

де  $p_n$  – тиск мастила, яке надходить з джерела;  $\Phi(\theta) := \Phi(sign(\theta) \cdot \theta - b/2) - \phi$ ункція Хевісайда, яка в даній задачі має значення: при  $-\infty < \theta < -b/2$  і  $\infty > \theta > b/2$   $\Phi(\theta) = 1$ ; при  $-b/2 < \theta < b/2$   $\Phi(\theta) = 0$ , b – ширина канавки джерела мастила, виражена в одиницях центрального кута  $\theta$ ;  $f(\theta) = 1 - \Phi(\theta)$ .

Для чисельних розрахунків використані наведені вище значення розрахункових параметрів, а також прийнято, що в зоні джерела вздовж осі підшипника прорізана канавка завширшки t = 0.007...0.009 м, яка відповідає центральному куту кола підшипника  $b \approx 0.06\pi$ .

На рис. 6 наведені графіки розподілу тиску по колу підшипника при значеннях  $p_n = 5 \cdot 10^5 \Pi a$  (вгорі) і  $p_n = 70 \cdot 10^5 \Pi a$  (внизу).

З рис. 6 видно, що при зростанні тиску мастила джерела змінюються і величина, і характер розподілу тиску по колу підшипника. На рис. 6 (вгорі) при  $p_n = 5 \cdot 10^5$ Па спостерігаються зони як додатних, так і від'ємних значень тиску при збільшенні максимальних і зменшенні мінімальних значень тиску порівняно з графіком на рис. 1. Маємо також полицю сталого тиску, яка відповідає тиску мастила джерела. При  $p_n = 70 \cdot 10^5$ Па (внизу) тиск мастила має лише додатні значення, що свідчить про повне охоплення мастилом цапфи вала. Тобто залежно від величини тиску мастила джерела кут охоплення цапфи вала мастилом змінюється.

Кути початку ( $\theta_1$ ) і закінчення ( $\theta_2$ ) обриву шару мастила, визначені за формулою (6) залежно від величини тиску мастила джерела, наведені у таблиці.

Якщо врахувати, що на елемент вала розміром в одиницю довжини по колу підшипника і на дузі  $r \cdot d\theta$  діє сила  $p \cdot r \cdot d\theta$ , то

проекція цієї сили на лінію центрів  $dF_n = p \cdot r \cdot \cos\theta \cdot d\theta$ , а на вісь, перпендикулярну лінії центрів,  $-dF_{\tau} = p \cdot r \cdot \sin\theta \cdot d\theta$ .



Рис. 6. Розподіл тиску мастила по колу підшипника залежно від тиску мастила джерела

Таблиця

Кути обриву шару мастила при різних значеннях тиску мастила джерела ( *p*<sub>n</sub> ) у підшипнику

$p_n \cdot 10^5$ , Па	$ heta_1$ , рад	$ heta_2$ , рад
5	0.157	1.649
10	0.157	1.021
20	0.157	0.628
40	0.157	0.393
50	0.157	0.314
70	Повне охоплення цапфи вала мастилом	

Радіальна  $-F_n$  і дотична  $-F_{\tau}$  – рівнодійні гідродинамічних сил, що діють на шип вала, визначаються по суті інтегруванням по  $\theta$  наведених функцій розподілу тиску для радіальних підшипників. Одиниці виміру вказаних рівнодійних – Н/м (значення рівнодійних

віднесені до одиниці ширини підшипника, тобто по суті йдеться про інтенсивність гідродинамічних сил).

На рис. 7 наведені графіки залежності дотичної і радіальної рівнодійних гідродинамічних сил, що діють на шип вала, від тиску мастила джерела.



Рис. 7. Залежність дотичної ( $F_t$ ) і радіальної ( $F_n$ ) рівнодійних від тиску мастила джерела ( $p_n$ )

З графіків на рис. 7 видно, що при зростанні тиску мастила джерела від  $p_n = 2 \cdot 10^5 \,\text{Па}$  до  $p_n = 14 \cdot 10^5 \,\text{Па}$  дотична рівнодійна збільшується від  $5.8 \cdot 10^4 \,\text{H/m}$  до  $8 \cdot 10^4 \,\text{H/m}$ , а радіальна – з 7.6 · 10<sup>4</sup> H/m до  $1.1 \cdot 10^5 \,\text{H/m}$ . Тобто тиск мастила джерела суттєвіше впливає на радіальну рівнодійну гідродинамічних сил. На дотичну складову рівнодійної більшою мірою впливають гідродинамічні сили.

На рис. 8 наведена залежність кута  $\alpha$ , що визначає положення лінії центрів підшипника і вала, від величини тиску мастила джерела.

З графіка на рис. 8 видно, що при зростанні тиску мастила джерела від  $p_n = 2 \cdot 10^5$  Па до  $p_n \approx 9 \cdot 10^5$  Па кут лінії центрів збільшується. Подальше зростання тиску мастила супроводжується зменшенням кута  $\alpha$ .

Можливим поясненням указаного вище явища може бути таке. При невисокому тиску мастила джерела положення лінії

центрів визначається переважно дією дотичної складової гідродинамічних сил, яка зміщує шип вала у напрямку обертання вала (як за відсутності джерела мастила). Коли тиск мастила джерела сягає  $p_n > 9 \cdot 10^5$  Па (у нашому випадку), на положення лінії центрів більшою мірою впливає гідростатичний тиск мастила: величина радіальної рівнодійної зростає більш інтенсивно, ніж дотичної. Тобто на величину і характер розподілу тиску у підшипнику більшою мірою впливає гідростатична компонента порівняно з дією гідродинамічної складової.



Рис. 8. Залежність кута, який визначає положення лінії центрів, від тиску мастила джерела

Проведені розрахунки радіальної (*Wr*), дотичної (*W* $\tau$ ) і загальної (*W*) вантажності радіального підшипника ковзання скінченної довжини (*l*=2*r*) залежно від ширини джерела мастила (*b*) в підшипнику при таких значеннях розрахункових параметрів:  $\mu = 0.01$ ,  $\chi = 0.95$ , U = 8, r = 0.035, c = 0.0002,  $b = 0.04\pi$ , l = 2r,  $p_n = 5 \cdot 10^5$ .

Алгоритм визначення складових і загальної вантажності з використанням програми MathCAD, а також отримані результати наведені нижче:

$$N = 80 \quad i = 0...N \quad \theta_i = -\pi + \frac{\pi \cdot i}{40} \quad \Phi(\theta) = \Phi\left(\frac{\theta}{|\theta|} \cdot \theta - \frac{b}{2}\right)$$
$$f(\theta) = 1 - \Phi(\theta)$$

$$f1(\theta) = \left[\frac{p_n}{\pi} \left(\pi - \frac{\theta}{|\theta|} \cdot \theta\right) \cdot \Phi(\theta) + f(\theta) \cdot p_n\right]; \quad j = 0...N$$
$$z_j = -\frac{l}{2} + \frac{j \cdot l}{80} \quad Z = \frac{z}{l}$$
$$\Phi(Z) = \Phi\left(\frac{Z}{|Z|} \cdot Z - \frac{b \cdot r}{2l}\right) \quad f(Z) = 1 - \Phi(Z)$$

$$f2(Z) = \left[\frac{p_n}{0.5}\left(0.5 - \frac{Z}{|Z|} \cdot Z\right) \cdot \Phi(Z) + f(Z) \cdot p_n\right];$$

$$f3(\theta, Z) = f1(\theta) \cdot \frac{f2(Z)}{p_n};$$

$$p(\theta, Z) = \frac{-6\mu Ur\chi(2 - \chi \cdot \cos\theta)\sin\theta}{c^2(2 + \chi^2) \cdot (1 - \chi \cdot \cos\theta)^2} \cdot \Phi(\theta) + f3(\theta, Z);$$

$$f(Z) = \left[1 - \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{2\chi}{1 - \chi}} \cdot \frac{Z \cdot l}{r}\right)\right];$$

$$W_r = \int_{-\pi}^{0} \int_{-0.5}^{0.5} p(\theta, Z) \cdot r \cdot \cos(\theta) \cdot f(Z) dZ d\theta;$$

$$W_{\tau r} = \int_{-\pi}^{0} \int_{-0.5}^{0.5} -p(\theta, Z) \cdot r \cdot \sin(\theta) \cdot f(Z) dZ d\theta ; \quad W = \sqrt{W_r^2 + W_\tau^2} .$$

На рис. 9 показані графіки залежності Wr,  $W\tau$  і W від ширини джерела мастила в підшипнику (l = 2r).

Як видно з рис. 9, радіальна складова вантажності підшипника спочатку зростає і при  $b = 0.10\pi...0.12\pi$  сягає максимальних значень; у подальшому має місце її поступове зниження. Дотична складова вантажності безперервно зменшується при збільшенні ширини канавки джерела мастила. Для прийнятих розрахункових параметрів максимальні значення загальної вантажності підшипника перебувають у межах  $b = 0.10\pi \dots 0.12\pi$ . При цьому характер зміни загальної вантажності підшипника аналогічний характеру зміни її радіальної складової.



Рис. 9. Графіки залежності радіальної, дотичної і загальної вантажності підшипника від ширини джерела мастила

Висновки. При розрахунках радіальних підшипників ковзання необхідно враховувати особливості розподілу тиску мастила в підшипнику: показники роботи підшипників значною мірою залежать від величини тиску мастила джерела і його конфігурації.

При зростанні тиску мастила джерела зростають: кут охоплення мастилом шипа вала в підшипнику, інтенсивність (Н/м) дотичної і радіальної рівнодійних гідродинамічних сил, що діють на шип вала. Змінюючи конфігурацію або тиск мастила джерела, можна регулювати як величину, так і характер розподілу тиску мастила по колу підшипника.

Кут, що визначає положення лінії центрів спряження підшипник-вал, залежить як від гідродинамічного тиску мастила, зумовленого в'язкістю мастила і наявністю клинових зазорів у підшипнику, так і від гідростатичного тиску, зумовленого тиском мастила джерела. При цьому при невисоких значеннях тиску мастила джерела кут лінії центрів зростає (переважає вплив гідродинамічної компоненти тиску мастила), а за значних – зменшується (переважає вплив гідростатичної компоненти тиску мастила, яка значною мірою залежить від тиску мастила джерела).

## Список літератури

1. *Хоменко І.М., Кобринець А.К.* Про розрахунок підшипника ковзання з примусовим постачанням мастила. // Вісн. Черніг. держ. технол. ун-ту.– 2008.– № 34.–С. 18–25.

2. Яхно О. М., Кобринець А.К. Хоменко І.М. Гідродинаміка короткого радіального підшипника ковзання // Промислова гідравліка і пневматика.– 2009.– №1.

3. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа: Учебн. для вузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1987. – 840 с.

4. *Кирк, Гантер.* Применение теории короткого подшипника при иссле-довании динамики роторов. Проблемы трения и смазки // Труды американского общества инженеров-механиков. – М.: Мир.– 1976.– №1.– С. 46 – 57.

Стаття надійшла до редакції 05.03.09.