

# ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕОРІЇ ТЕРТЯ ТА ЗНОШУВАННЯ

УДК539.3 (045)

*В. Є. Марчук, канд. техн. наук,  
Б. А. Ляшенко, д-р техн. наук, проф.,  
В. І. Калініченко, канд. техн. наук*

## **ВПЛИВ КОНСТРУКТИВНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛОКАЛЬНОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В ЕЛЕМЕНТАХ ДИСКРЕТНОЇ ПОВЕРХНІ**

Національний авіаційний університет

*Проаналізовано вплив конструктивно-технологічних параметрів на характеристики локального напружено-деформованого стану в елементах дискретної поверхні методом кінцевих елементів, реалізованих в програмі NASTRAN. Встановлено, що напружено-деформований стан сторін заглибин (лунк) має неоднозначний розподіл залишкових напружень, що суттєво впливає на рівень залишкових напружень розтягання дискретної поверхні в цілому. Більший розмір лунки є меншим концентратором напружень для основного матеріалу.*

**Загальна постановка проблеми та її зв'язок з науково-практичними завданнями.** Відновлення важконавантажених деталей машин і механізмів - це завжди складна і важлива проблема, яка набуває особливої актуальності з розвитком науково-технічного прогресу. Для підвищення зносостійкості деталей використовують різні методи поверхневого зміцнення та відновлення.

Сучасні технологічні методи поверхневого зміцнення мають необмежені можливості для створення захисних структур триботехнічного призначення, що забезпечують надійну роботу вузлів тертя у найрізноманітніших умовах, а саме: великих навантажень, високих температур і швидкостей тертя, впливу вібрації, кавітації, радіації, корозійних і абразивних середовищ. Створення захисних структур на робочих поверхнях деталей машин, механізмів і технологічної оснастки дає змогу підвищити їх надійність і довговічність, продуктивність праці, зменшити витрати металів і як результат - заощадити величезні матеріальні, енергетичні й трудові ресурси.

Суцільні захисні структури, які формуються на поверхні де-

талей при їх відновленні, не завжди надають можливість забезпечити необхідну надійність і довговічність трибосполучень в екстремальних умовах експлуатації. Сьогодні широкі можливості мають технологічні методи створення дискретних структур (поверхонь), які полягають в заміні традиційного суцільного шару поверхні на переривисту мозаїчну структуру.

Дискретні поверхні (в закордонній літературі їх ще називають текстуровані поверхні) як засіб покращення трибологічних характеристик деталей і вузлів машин виникли багато років назад, але широке розповсюдження отримали за останнє десятиліття як найперспективніший, життєздатний напрям інжинірингу поверхні. Результатом упровадження такої технології є розширення діапазону роботи деталей в екстремальних умовах експлуатації за допустимого навантаження, зносостійкості, коефіцієнта тертя, фізико-механохімічних характеристик пар тертя.

**Огляд публікацій та аналіз невирішених проблем.** Для формування дискретних поверхонь можуть використовуватися різноманітні методи, а саме: металургійні, механічні, хімічні, електрохімічні, електрофізичні та ін. Значні можливості відкривають механічні методи, які дають змогу створювати дискретні ділянки у вигляді заглибин (лунок) у результаті ударного поверхнево-пластичного деформування [1].

За результатами експериментальних досліджень [2] встановлено, що при формуванні дискретної поверхні у вигляді заглибин виникають залишкові напруження розтягання. Залежно від відстані між рядками ( $X1$ ) заглибин, відстані у рядку ( $X2$ ) і ходу головки установки ( $X3$ ), що характеризує розміри лунки, залишкові напруження розтягання мають різні значення. Застосування математичного моделювання [2; 3] надало можливість визначити оптимальний рельєф лунок за умов мінімізації залишкових напружень. Найменші залишкові напруження виникають при значеннях параметрів оптимізації  $X1 = 200...300$  мкм,  $X2 = 200$  мкм і  $X3 = 150$  мкм.

Рівень залишкових напружень дискретної поверхні в значній мірі буде залежати від рівня залишкових напружень окремої дискретної ділянки. На сьогодні відомості про напружено-деформований стан окремих дискретних ділянок, що формуються методом ударного поверхнево-пластичного деформування, практично відсутні, що і визначає актуальність проведення досліджень.

**Мета дослідження.** Визначення впливу конструктивно-технологічних параметрів на напружено-деформований стан окремої дискретної ділянки методом кінцевих елементів.

**Методика досліджень.** Розрахунок напружено-деформованого стану деталей машин неможливий без урахування всіх складових процесу формування дискретної поверхні. Для прогнозування працездатності деталей необхідний метод визначення локального напружено-деформованого стану дискретної поверхні та в її окремих ділянках. Найбільш перспективним на сьогодні є метод кінцевих елементів, реалізованих у таких відомих програмах, як NASTRAN, ANSYS, ABAQUS, COSMOS та ін. [4; 5]. Вони дають змогу моделювати складні геометричні форми деталі, конструкції з урахуванням будь-якого типу експлуатаційного навантаження.

Методика розрахунку напружено-деформованого стану складається з розв'язування задачі лінійної пружності та наступного визначення напружено-деформованого стану дискретної ділянки.

Оскільки задача є лінійною, то можна вирішувати для довільного моменту часу від початкового стану. Припускаємо, що в початковий момент часу зовнішнє навантаження відсутнє. Тоді в розглянутому тілі поля переміщень  $U_m(x^j, 0)$ , деформацій  $\varepsilon_{mn}(x^j, 0)$  і напружень  $\sigma_{mn}(x^j, 0)$  – нульові. На момент часу  $t$  в

об'ємі цього тіла  $\Omega$ , а також на його поверхні  $S=S_U \cup S_P$  діє наванта-

ження  $\widehat{O}_m(x^j, t)$  – об'ємне;  $\widehat{P}_m(x^j, t)$  – поверхневе на  $S_P$ , задані переміщення  $\widehat{U}_m(x^j, t)$  – на  $S_U$ . Тоді для визначення в кожній точці тіла величин:  $U_m(x^j, t)$  – переміщень,  $\varepsilon_{mn}(x^j, t)$  – деформацій,  $\sigma_{mn}(x^j, t)$  – напружень маємо таку крайову задачу [6; 7]:

– рівняння рівноваги як частковий випадок рівняння руху

$$\nabla^l \sigma_{kl} + \widehat{O}_k = 0; \quad (1)$$

– геометричні рівняння:

$$\varepsilon_{mn} = (\nabla^m U_n + \nabla^n U_m) / 2, \quad (2)$$

а також відомі рівняння сумісності деформацій:

$$\varepsilon_{mn} = \varepsilon_{mn}^e; \quad (3)$$

– фізичні рівняння лінійно-пружного матеріалу

$$\varepsilon_{mn}^e = (E_{mnkl})^{-1} \sigma_{kl}. \quad (4)$$

Додатково застосовуються граничні умови на  $S_U$  і  $S_P$ :

$$U_m|_{S_U} = \widehat{U}_m; \quad (5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \widehat{P}_m. \quad (6)$$

Значок « $\widehat{\phantom{x}}$ » над змінною вказує на те, що її величина задається.

Диференціальній постановці крайової задачі відповідає інтегральна постановка [6; 7]. Застосовуючи співвідношення (2) і (6), а також властивості симетрії тензора напружень  $\sigma_{kl} = \sigma_{lk}$  і теорему Остроградського–Гаусса [8], можна отримати такий функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F(\delta U_m) = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \widehat{O}_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_P} \widehat{P}_m \delta U_m dS, \quad (7)$$

який у поєднанні з кінематичними граничними умовами (5) на поверхні  $S_U$  визначає нескінченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний напружено-деформований стан є одним із віртуальних, але він додатково задовольняє фізичні рівняння зв'язку  $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$ . Для знаходження дійсних полів  $\sigma_{mn}$ ,  $U_m$ ,  $\varepsilon_{mn}$  застосовують теорему варіаційного обчислення, коли дійсні поля надають мінімум функціоналу (7).

**Алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану тіл при силовому навантаженні.** Для точки тіла, яка розглядається в межах кінцевого елемента, вводяться вектори повних деформацій і напружень [7]

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T; \quad (8)$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}\}^T, \quad (9)$$

де  $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$ ,  $i \neq j$ ; а також аналогічний за заповненням вектор  $\{\varepsilon^e\}$  пружних деформацій.

Вводиться матриця базисних функцій  $[\phi]$ , через яку

$$\{U\} = [\phi]\{q\}_e, \quad (10)$$

де величини переміщень  $U_m$  зведені у вектор

$$\{U\} = \{U_1, U_2, U_3\}^T, \quad (11)$$

а вектор переміщень у вузлах кінцевих елементів

$$\{q\}_e = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T, \quad (12)$$

де  $M$  – число вузлів у кінцевих елементах.

Вводиться матриця диференціювання за глобальними координатами  $[B]$ , з використанням яких рівняння (2) записують у вигляді

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e. \quad (13)$$

Конкретизація матриць  $[\phi]$  і  $[B]$ , що зв'язана лише з типом кін-

цевих елементів і системою глобальних координат, тут несуттєва.

Вводиться матриця модулів пружності в головних осях симетрії  $[D]$ . В розглядуваному випадку пружної ізотропії її подамо у вигляді [7]

$$[D] = 2G(x^i) \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (14)$$

де  $2G(x^i) = E/(1 + \mu)$ ;  $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$ ;  $b = \mu/(1 - 2\mu)$ ;  $c = 0.5$ ;  $E = E(x^i)$  – модуль Юнга;  $\mu = \mu(x^i)$  – коефіцієнт Пуассона.

Використовуючи (14) і (3), закон Гука (4) запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}. \quad (15)$$

Функціонал (7), отриманий при постановці крайової задачі, з

урахуванням уведених позначень і можливості суперпозиції робіт за кінцевими елементами, зумовлений тим, що кінцеві елементи взаємодіють у вузлах і не перетинаються та записуються як [6; 7]

$$F(\{\delta q\}_e^T) = \sum_e \{\delta q\}_e^T \{q\}_e \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega + \sum_e \{\delta q\}_e^T \cdot \left( - \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\bar{O}\} d\Omega - \int_{S_p^e} [\phi]^T \{\bar{p}\} dS \right), \quad (16)$$

де позначені вектори навантажень  $\{\bar{O}\} = \{\bar{O}_1, \bar{O}_2, \bar{O}_3\}^T$ ;  $\{\bar{p}\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$ ;  $S_p^e$  – сторона  $CE$ , що виходить на  $S_p$  тіла; знак  $\sum_e$  означає збірку за всіма кінцевими елементами, що містять розглядуваний степінь вільності вузла.

Використовуючи умову мінімізації функціоналу (16) у вигляді  $\partial F / \partial \{\delta q\}_e^T = 0$  і враховуючи кінематичні граничні умови (5), отримаємо систему лінійних алгебричних рівнянь виду

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (17)$$

відносно глобального вектора дійсних переміщень  $\{q\}$ . В (17) позначені збірки за степенями вільності

$$[K] = \sum_e [K]_e; \quad \{q\} = \sum_e \{q\}_e; \quad \{P\} = \sum_e \{P\}_e; \quad (18)$$

$$\text{де } [K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega; \quad (19)$$

$$\{P\}_e = \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\bar{O}\} d\Omega + \int_{S_p^e} [\phi]^T \{\bar{p}\} dS. \quad (20)$$

Вектор  $\{P\}$  зумовлений зовнішніми силовими навантаженнями і масовими силами. В систему (17) необхідно ввести граничні умови 1-го роду (5). Після її вирішення в кожному кінцевому елементі з загального вектора робиться вибірка вектора переміщень у вузлах кінцевих елементів (12). Використовуючи формули (13) і (15), знаходяться компоненти деформацій і напружень, відповідно до яких можна визначити майже всі похідні величини: головні напруження, інтенсивність напружень та ін.

**Результати досліджень.** На основі експериментальних досліджень [2] була побудована кінцева елементна модель окремих ділянок дискретної поверхні. Розрахунки проводили на 1/4 частині пластини, оскільки вона має осі симетрії (рис. 1). Розміри кінцевої елементної моделі: довжина – 0,08 м, ширина – 0,005 м. Залежно від

положення та розміру лунки кількість вузлів та кількість елементів для кожної моделі були різними.

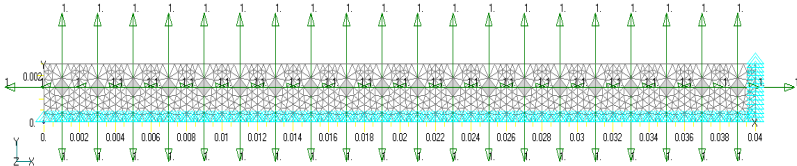


Рис. 1.  $\frac{1}{4}$  частина моделі пластини із заданою початковою температурою навколишнього середовища  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  і одиничним силовим навантаженням для кожної лунки

Задавалися необхідні фізико-механічні характеристики матеріалу пластинки, розмір лунок та відстань між рядами і відстань в ряді. Також до вузлів моделі на вершинах лунок прикладалися сили навантаження як залишкові напруження.

Необхідні для розрахунку граничні умови та властивості матеріалу пластини були такі: модуль пружності  $E = 0,89 \times 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,32$ ; густина матеріалу  $\rho = 8450$  кг/м<sup>3</sup>.

Для детального аналізу напружено-деформованого стану лунки були розбиті на дві частини (рис. 2). Перша частина характеризується наявністю напливу, друга – його відсутністю [3].

Аналіз поперечного перетину показав, що залишкові напруження розтягання поширюються в лунках шарами і зменшуються поступово від її кромки (де вони мають максимальне значення) до дна лунки майже до нуля – 0,02...2,0 МПа (рис. 3). Рівні залишкових напружень мають різні значення і залежать від параметрів  $X1$ ,  $X2$ ,  $X3$ , а також від напрямку руху поверхні деталі в процесі формування лунок [2; 3]. Відповідно внутрішня сторона *I* лунки піддається більшій деформації індентора порівняно з *II*, і напружено-деформований стан буде теж більший.

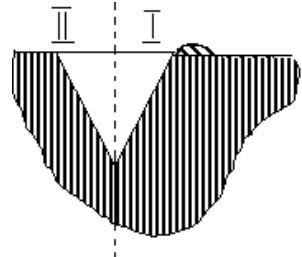


Рис. 2. Схеми для аналізу напружено-деформованого стану внутрішніх сторін (*I* і *II*) лунки

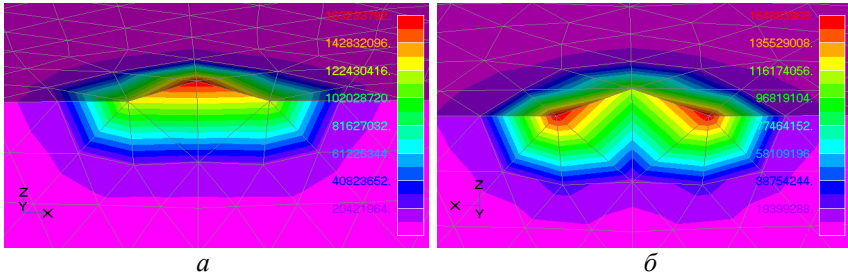
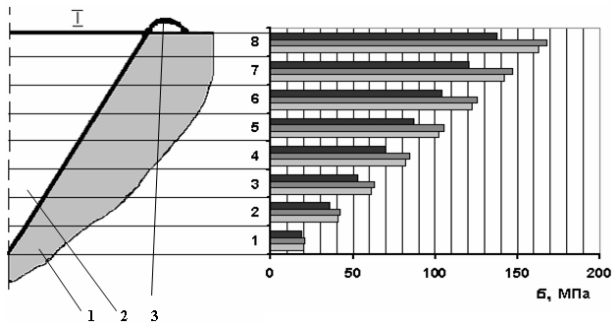


Рис. 3. Напружено-деформований стан (Па) внутрішніх сторін лунки ( $X1 = 200$  мкм,  $X2 = 200$  мкм) при величині параметра  $X3 = 50$  мкм:  
*a* – внутрішня сторона *I*; *б* – внутрішня сторона *II*

Пошаровий аналіз внутрішніх сторін лунок показує, що при значенні параметра  $X3 = 50$  мкм формуються максимальні напруження розтягання і вони майже однакові в *I* і *II* сторонах лунки (рис. 4 *a*, *б*). Збільшення параметра  $X3$  до 100 мкм приводить до зменшення залишкових напружень в 1,8 разу на внутрішній поверхні *II*. На поверхні *I* вони збільшуються в 1,1 разу. Це пояснюється тим, що при створенні лунки поверхня *I* піддана більшому пластичному деформуванню зі сторони індентора.



*a*



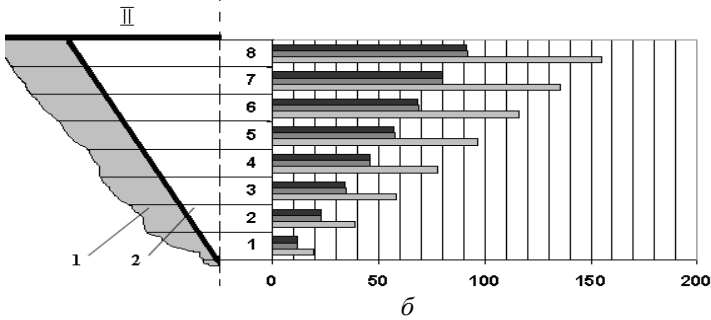


Рис. 4. Пошаровий розподіл напружень (1–8) по глибині лунки ( $X1 = 200$  мкм,  $X2 = 200$  мкм, 1 – основа; 2 – лунка; 3 – наплив): а – внутрішня сторона I лунки; б – внутрішня сторона II лунки; ■ –  $X3 = 50$  мкм, ■ –  $X3 = 100$  мкм, ■ –  $X3 = 150$  мкм.

При подальшому збільшенні параметра  $X3$  до 150 мкм ситуація змінюється навпаки. Рівень залишкових напружень внутрішньої поверхні II не змінюється, а поверхні I – зменшується в 1,2...1,5 разу. Найбільші зміни напружень відбуваються в 5...8 шарах. Високі значення параметрів  $X3$  ініціюють розвиток смуг локалізованого зміщення матеріалу по краях сторін лунки і в поверхневому шарі втомних мікротріщин внутрішніх виникнення лунки сітки (рис. 5).

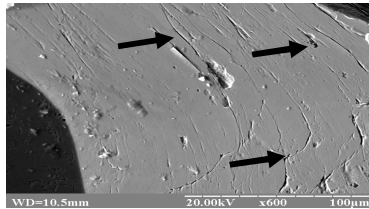


Рис. 5. Смуги локалізованого зміщення матеріалу по краях сторін лунки при її формуванні

**Висновки.** Таким чином, аналіз напружено-деформованого стану текстури дискретних поверхонь показав, що при зростанні параметра  $X3$  залишкові напруження зменшуються в основному матеріалі, тобто більший розмір лунки є меншим концентратором напружень для основного матеріалу. Детальний аналіз напружено-деформованого стану сторін лунок встановив неоднозначний розподіл залишкових напружень в них, що суттєво впливає на рівень залишкових напружень розтягання дискретної поверхні в цілому.

### Список літератури

1. Пат. Україна, F01L 1/20, F01L 1/46. Пристрій для утворення на плоскій поверхні тертя рельєфу заглибин, що утримують мастильні матеріали / *В.Є.Марчук, І.Ф.Шульга, О.І.Шульга, О.Є.Плюсін* (Україна); НА-ОУ. – № 13762; Заявл. 24.10.2005; Опубл. 17.04.2006, Бюл. № 4.
2. *Марчук В.Є., Жигінас В.В.* Напружено-деформований стан дискретної поверхні: Матеріали VII Міжнародної науково-технічної конференції АВІА-2006. Т. 2. Експлуатація авіаційної техніки. – К.: НАУ, 2006. – С. 3.120–3.123.
3. *Марчук В. Є., Ляшенко Б.А., Калініченко В.І.* Моделювання напружено-деформованого стану дискретної поверхні: Матеріали міжнародної науково-технічної конференції «Сучасні проблеми машинознавства» //Проблеми тертя та зношування: Наук.-техн. зб. – К.: НАУ, 2008. – Вип. 49. – Т. 2. – С. 25–30.
4. *Шимкович Д.Г.* Расчет конструкций MSC/NASTRAN for Windows. – М.:ДМК Пресс, 2001. – 448 с.
5. *Басов К.А.* ANSYS в примерах и задачах // Под общ. ред. Д.Г. Красковского. – М.: Компьютер Пресс, 2002. – 224 с.
6. *Бате К., Вилсон Е.* Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.
7. *Сахаров А.С., Альтенбах И.* Метод конечных элементов в механике твердых тел. – К.: Вища шк. 1982. – 480 с.
8. *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

Стаття надійшла до редакції 12.03.09.