

В. К. Антонов, канд. техн. наук, доц.

УПРАВЛЕНИЕ ТРЕНИЕМ

Национальный авиационный университет

Приведены гипотезы о роли эффекта трения в космологии. В предположении об электромагнитной природе этого явления в технических приложениях процессу трения ставится в соответствие дифференциальное уравнение, описывающее динамическую электромагнитную компоненту эффект. Рассмотрен пример построения скалярного регулятора методом аналитического конструирования для функционала с двойным интегралом.

Введение. Основным критерием содержательности построения теоретических представлений о явлениях природы является возможность их практического использования, например, выявления степеней свободы целенаправленного воздействия на характер их протекания. Наличие смазочных масел позволяет существенно уменьшать трение и износ механизмов. При трении в предельных условиях больших нагрузок и скоростей фактор смазки теряет эффективность, и на первый план выходят внутренние эффекты в трущихся телах.

Фрикционные эффекты характерны не только для процессов, которые происходят в технике. Примером проявления фрикционного эффекта являются пульсары и квазары – звездные объекты, излучающие энергию в направлении оси вращения. Возможная причина излучения состоит в наличии внутреннего трения на уровне нуклонов, возникающего вследствие ускорения вращения в процессе гравитационного сжатия, что приводит к интенсивному разрушению вещества вблизи оси вращения, образованию кварково-глюонной жидкости, истекающей (как, видимо, менее подверженной действию гравитации – явлению, следовательно, более характерному для высоких уровней организации материи) вдоль оси вращения. Вследствие этого объект теряет массу и деформируется, приобретая форму тора. Трение как следствие относительного движения возможно проявляется даже в предельном случае относительного движения близко расположенных в вакууме тонких параллельных зеркальных поверхностей, что может быть проверено

экспериментально по аналогии с известным эффектом Казимира, согласно которому эти поверхности притягиваются вследствие ослабления спонтанной поляризации вакуума между зеркалами. В рассматриваемом случае имеем эффект, который можно назвать тангенциальным эффектом Казимира, а сам исходный эффект в этом случае – нормальным, обозначая направление «сил реакции вакуума», которые для тангенциального эффекта естественно называть силами трения.

Эффекты трения могут иметь и космологические приложения, концепция трения имеет не только чисто техническое значение. Трение – фундаментальное явление природы, проявляющееся на разных уровнях организации материи.

В технике, где эффекты по энергетическому уровню соизмеримы с располагаемыми для внешнего воздействия мощностями, управление трением принципиально возможно.

Постановка задачи. Исходным согласно [1; 2] принимаем предположение о существовании электрических токов в поверхностных слоях трущихся электропроводных тел – токов трения. По аналогии с гидромеханикой, где процессы на границе обтекаемых жидкостью тел объединяются в собирательную категорию эффектов пограничного слоя, в случае трения твердых тел также будем говорить о пограничном слое, который в отличие от гидромеханики будем называть внутренним. В таком внутреннем пограничном слое возможны эффекты разной природы. При достаточно больших скоростях трения роль электрических эффектов усиливается. Электрические токи во внутреннем пограничном слое приводят к сильному нагреву, плавлению и горению трущихся частей, их быстрому разрушению. На первый взгляд создается впечатление неизбежности нежелательного разрушительного развития событий. Поскольку токи протекают внутри недоступного объема частей, попытаемся воздействовать на них приложением внешнего магнитного поля, которое сформируем так, чтобы оно было направлено против магнитного поля токов трения. Тогда внешнее управляющее поле будет создавать токи противоположного направления. Вследствие этого можно ожидать положительный технический эффект, заключающийся в устранении или уменьшении нежелательного нагрева. При этом существенна принципиальная невозможность безынерционного управления, обусловленная магнитными свойствами элементов трения, что следует учитывать при построении системы управления.

Построение регулятора. При такой постановке задачи она сводится к построению регулятора, обеспечивающего стабилизацию нулевого значения суммарного магнитного поля с учетом инерционности объекта и регулятора. Объект управления опишем линейным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = ax + bu = f(x, u), \quad (1)$$

где x – напряженность суммарного магнитного поля; u – напряженность прикладываемого внешнего управляющего магнитного поля; a и b – параметры – частные производные от правой части f соответственно по a и b , определенные в установившемся режиме. Оптимизирующий функционал зададим в виде двойного интеграла

$$i = \int_0^\infty \int_0^\infty (px^2 + g\dot{x}^2 + ru^2 + s\dot{u}^2 - c_1\dot{v} - c_2v)(dt)^2. \quad (2)$$

Он соответствует ограничению поведения функции $v = qx^2$ Беллмана в виде дифференциального уравнения второго порядка

$$\ddot{v} + c_1\dot{v} + c_2v = px^2 + g\dot{x}^2 + ru^2 + s\dot{u}^2 = \omega. \quad (3)$$

В уравнениях (2) и (3) параметры c_1 и c_2 выбраны из условия устойчивости и апериодичности однородного уравнения

$$\ddot{v} + c_1\dot{v} + c_2v = 0, \quad (4)$$

параметры p, g, r, s – из условия положительной определенности выражения ω .

Уравнение (3) представим в нормальной форме

$$\dot{v}_1 = v_2; \quad \dot{v}_2 = px^2 + g\dot{x}^2 + ru^2 + s\dot{u}^2 - c_1v_2 - c_2v_1. \quad (5)$$

Системе (5) соответствует система функционалов – векторный двухкомпонентный функционал с компонентами i_1 и i_2 :

$$i_1 = \int_0^\infty -v_2 dt; \quad i_2 = \int_0^\infty -(px^2 + g\dot{x}^2 + ru^2 + s\dot{u}^2 - c_1v_2 - c_2v_1) dt \quad (6)$$

Для системы функционалов (6) запишем систему уравнений Беллмана [3].

$$-\frac{\partial v_1}{\partial t} = \min_u \left\{ -v_2 + \frac{\partial v_1}{\partial x} f(x, u) \right\}; \quad (7)$$

$$-\frac{\partial v_2}{\partial t} = \min_u \left\{ -px^2 - g\dot{x}^2 - ru^2 - s\dot{u}^2 + c_1v_2 + c_2v_1 + \frac{\partial v_2}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial v_2}{\partial \dot{u}} \dot{u} \right\}.$$

Первое уравнение системы (7) выполняем тождественно, второе используем для нахождения скорости изменения управления. Функцию Беллмана будем искать в виде квадратичной формы

$$v = qx^2. \quad (8)$$

Во второе уравнение системы (7) входит вторая производная от функции Беллмана, определенная из уравнения объекта (1) (два последних слагаемых). Запишем выражение для нее. Последовательно дифференцируя выражение (8) два раза, из уравнения (1) получаем

$$\begin{aligned} \dot{v} &= 2qx\dot{x} = 2qx(ax + bu) = 2aqx^2 + 2bqxu; \\ \ddot{v} &= 2a^2qx^2 + 6abqxu + 2b^2qu^2 + 2bqx\dot{u}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя соотношение (9) в уравнение (7) и приравнявая производную по скорости управления нулю, находим

$$\dot{u} = s^{-1}bqx. \quad (10)$$

Подставим далее выражение (10) во второе уравнение системы (7), получим

$$\begin{aligned} b^2s^{-1}x^2 \cdot q^2 + (4a^2x^2 + 6abxu + 2b^2u^2 + 2c_1(ax^2 + bxu) + c_2x^2) \cdot q - \\ - px^2 - g(ax + bu)^2 - ru^2 = 0, \end{aligned}$$

или, приводя члены при одинаковых степенях q

$$Aq^2 + Bq + C = 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) найдем значение q

$$q_{1,2} = (-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}) / (2A), \quad (12)$$

и подставив (12) в (10), получим регулятор по состоянию в замкнутом виде. Возможность построения регулятора покажем на примере неустойчивой системы (1) при $a = 1$, $b = 1$. Графики переходных процессов в системе (1) при разных значениях параметров функционала, показаны на рис. 1–3.

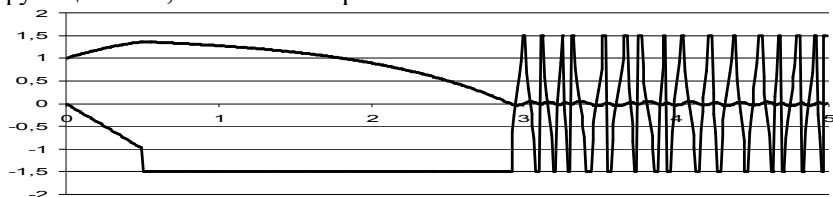


Рис. 1. Изменение регулируемой величины и управления при значениях параметров $p = g = r = s = c_1 = c_2 = 1$

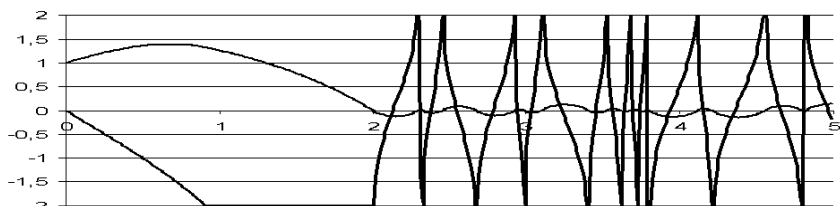


Рис.2. Изменение регулируемой величины и управления при значениях параметров $p = g = r = s = 0,1$; $c_1 = c_2 = 10; 100; 1000$

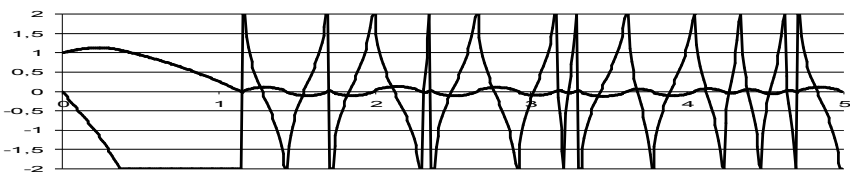


Рис.3. Изменение регулируемой величины и управления при значениях параметров $p = g = r = 0,1$; $s = 0,01$; $c_1 = c_2 = 1000$

Из графиков видно, что чем меньше параметр S , тем больше скорость изменения управления и тем быстрее заканчивается переходный процесс. Из сравнения графиков, изображенных на рис. 1–3 с, следует, что усиление ограничения, накладываемого на управление, приводит к увеличению длительности переходных процессов.

Кратные функционалы и процессы трения. Известно, что на трущихся поверхностях образуются близкие к периодическим (волновым) нарушениям шероховатости, разные вторичные структуры. Возможна аналогия с квантовомеханическими представлениями, когда волновая функция частицы имеет несколько максимумов, характеризующих ее наиболее вероятное положение. Волновые эффекты описываются дифференциальными уравнениями с частными производными второго порядка. Определяя действие с помощью двойного интеграла, получаем уравнения, идентифицируемые с процессами трения. Вместо частицы рассмотрим элемент трущейся поверхности, или пересечение нескольких элементов в случае многокомпонентного материала – для учета образования вторичных структур. Рассмотрим случай одной компоненты. Вместо сложного описания его взаимодействия с другими элементами на основе глубокого понимания внутренних процессов на микроуровне будем просто описывать его поведение, считая его подчи-

ненным вариационному принципу для определения действия в виде

$$\varepsilon = \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} (c_1 \dot{V} + c_2 V + \omega + \Psi^T \dot{X} - H)(dt)^2, \quad (13)$$

где $V(X)$ – функция минимального значения действия ε , равная нулю в отсутствие нарушений поверхности трения; c_1 и c_2 – настроечные параметры; ω – функция внешнего воздействия, учитывающая давление, температуру; $\Psi = \partial V / \partial X$ – переменная, сопряженная с пространственным вектором X ; $\dot{X} = F(\omega)$ – дифференциальная связь, описывающая движение при трении; $H = \Psi^T F$ – функция Гамильтона; T – символ операции транспонирования.

Функция $V(X)$ играет двойную роль – волновой функции, и в рассматриваемом случае также описывает искажения поверхности трения. Как и в случае построения регулятора, действие (13) представим в нормальной форме пары интегралов первой кратности. Обозначая подынтегральное выражение через W , запишем

$$\dot{V}_1 = V_2; \quad \dot{V}_2 = W, \quad \text{или} \quad \varepsilon_1 = \int_{t_0}^{t_1} -V_2 dt; \quad \varepsilon_2 = \int_{t_0}^{t_1} -W dt. \quad (14)$$

Для системы функционалов (14) запишем условия экстремума Эйлера:

$$-\frac{\partial V_2}{\partial X} + \frac{d}{dt} \frac{\partial V_2}{\partial \dot{X}} = 0; \quad -\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{X}} = 0. \quad (15)$$

Первое условие в системе (15) обращается в тождество в силу определения $V_2 = \frac{\partial V_1}{\partial X^T} \dot{X}$. Второе условие (15) принимает вид

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial \omega}{\partial X} + c_1 \frac{\partial V_2}{\partial X} + c_2 \frac{\partial V_1}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial X} \quad (16)$$

Согласно выражением (16) $V_2 = \frac{\partial V_1}{\partial t} + \frac{\partial V_1}{\partial X^T} F(\omega)$, поэтому, опуская индекс при функции минимального значения функционала, уравнение (16) запишем как

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial \omega}{\partial X} + c_1 \frac{\partial^2 V}{\partial t \partial X} + c_1 \frac{\partial^2 V}{\partial X^T \partial X} F(\omega) + c_1 \frac{\partial F(\omega)}{\partial X^T} \frac{\partial V}{\partial X} + c_2 \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial X}. \quad (17)$$

Уравнение (17) допускает периодические решения, в этом случае соответствующие образованию регулярных структур при трении.

Выводы. Трение является фундаментальным явлением природы, его эффекты описываются уравнениями математической физики, параметры которых можно идентифицировать согласно экспериментам. Возможно управление процессами трения.

Список литературы

1. Антонов В.К. Фрикционноэлектрический эффект в гидромеханике // Проблемы тертя та зношування. – 2007. – Вып.48. – С.118–126.
2. Антонов В.К. Способ анализа состава металлических сплавов. Патент Украины №22225, 2007 – 3 с.

УДК 532.526

Антонов В. К. Керування тертям // Проблемы тертя та зношування: Наук.-техн. зб. – К.: Вид-во НАУ «НАУ-друк», 2009. – Вип. 52. – С.38–44.

Наведено гіпотези про роль ефекта тертя в космології, за припущення про електромагнітну природу цього явища в техніці процесу тертя ставиться у відповідність диференціальне рівняння, що описує електромагнітну компоненту ефекту, і розглядається приклад побудови скалярного регулятора методом аналітичного конструювання регуляторів для функціонала з подвійним інтегралом.

Рис. 3, список лит. 2 наим.

Antonov V. K. Control of friction

Hypothesis of the friction effect role at the cosmology are proposed. Assumed that this phenomenon at the technical applications is appropriated to the different equation that describes dynamical electromagnetic component of effect. Example of the scalar regulator is proposed for the functional with double integral

Стаття надійшла до редакції 01.11.09.