УДК 621.78(043.2)

В. І. КРАВЦОВ, О. В. РАДЬКО, Н. А. МЄДВЄДЄВА, А. М. САДЕГІДЖАЛАЛ

Національний авіаційний університет, Україна

ПРУЖНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ОПОРНОЇ ПОВЕРХНІ ПІД ДІЄЮ СИЛ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ

Розглянуто метод числового дослідження напружено-деформованого стану опорної поверхні трибоспряження у його пружному деформуванні під впливом навантажень, що викликані рухом мастила. Приведено спосіб задавання навантажень.

***Ключові слова**: деформація, тертя, опорна поверхня, гідродинамічне навантаження, числове дослідження, напружено-деформований стан, трибоспряження, навантаження, мастило.*

Вступ. Особливістю тертя в режимі гідродинамічного змащення є наявність між тертьовими поверхнями мастильної плівки. Гідродинамічний тиск пручається нормальному навантаженню й розділяє поверхні, що сполучаються. Якщо рідина перебуває в зазорі між двома поверхнями, одна з яких нерухлива, то шар рідини, що безпосередньо прилягає до однієї з поверхонь, залишається нерухливим, а прилягаючий до іншої поверхні шар рухається з якоюсь швидкістю. У навантажених вузлах машин, що працюють в умовах точкового або лінійного контактів, можуть виникати умови, при яких тертя й товщина плівки між двома тілами, що перебувають у відносному русі, визначаються не тільки в'язкістю змащення, але й пружними властивостями цих тіл. Це виникає, коли деформація поверхні, що викликана великим навантаженням, порівнянна з товщиною гідродинамічної плівки. У цьому випадку гідродинамічна теорія змащення незастосовна для опису поведінки контакту, тому що деформація поверхні в ній не розглядається. Аналіз великого обсягу експериментальних даних підтверджує той факт, що це комбінований гідродинамічний і деформаційний ефект [1]. Різновидом гідродинамічного є еластогідродинамічне змащення. Високі тиски в масляному клині викликають пружну деформацію контактуючих тіл. У результаті величина зазору між деталями зростає. Особливо сильно цей ефект проявляється при терті тіл, матеріал яких має низький модуль пружності [2].

Очевидно, що мастильна плівка (між досліджуваним зразком і площиною), товщина якої трохи більше максимальної висоти виступів, буде повністю розділяти дві тертьові поверхні. У випадку поверхонь, оброблених за вищим класом чистоти, ця умова виконується при товщині плівки порядку 50–70 мкм, і тоді контактна пара поводиться відповідно до законів гідродинаміки. Однак у режимі граничного тертя мастильна плівка занадто тонка, щоб вона могла забезпечити повний поділ тертьових поверхонь. Найвищі виступи обох поверхонь при русі зачіпають один одного. При цьому локальний контактний тиск може бути настільки великим, що можлива деформація матеріалу. Товщина плівки визначається в першу чергу загальною формою поверхні і її шорсткістю, геометрія якої досить вивчена багатьма дослідниками [3; 4]. Гідродинамічні зусилля нелінійно залежати від значень геометричних параметрів поверхонь тертя та зі зміною останніх можуть значно відрізнятися з часом в процесі тертя. Для опису подібних явищ повинні використовуватися сучасні теорії диференційної геометрії та математичного аналізу з застосуванням обчислювальних методів.

Аналіз сучасних досліджень. Впливу поверхневої мікрогеометрії на контактні характеристики присвячена велика кількість теоретичних досліджень. У загальному випадку шорсткуватої поверхні довільної форми контактні характеристики визначаються шляхом розв'язку змішаної задачі для системи областей контакту з невідомими границями, кількість яких теж невідома. Розв'язок такої задачі можливий лише чисельними методами і є дуже складним. Звичайно реальна форма шорсткуватої поверхні невідома, але відомі певні стандартні параметри мікрогеометрії: розподіл виступів по висоті, радіус кривизни нерівності у вершині, середній нахил нерівностей і ін. [3]. На основі знання цих параметрів реальна шорсткувата поверхня заміняється модельною поверхнею, що представляє собою систему виступів правильної геометричної форми. Цей підхід до дослідження дискретного контакту застосовувався в роботах Дж. А. Гринвуда й Дж. Б. Вильямсона [5] і Н. Б. Демкина [3], у яких нерівності моделювалися набором сферичних виступів. До недоліків цих моделей ставиться припущення, що проникнення кожної нерівності визначається діючим на неї навантаженням, тобто, не враховується взаємний вплив нерівностей, який може виявитися істотним при високих щільностях контакту. Просторові задачі для системи штампів циліндричної й сферичної форми з урахуванням їх взаємного впливу розглянуті в роботах І. М. Горячової і М. Н. Добичіна [6], що дозволило досліджувати вплив щільності контакту на контактні характеристики. Інший вид адгезійної взаємодії твердих тіл — капілярна адгезія, викликана наявністю тонких поверхневих плівок рідини, дотепер мало вивчений. У багатьох дослідженнях, що враховували цей вид адгезії, взаємодіючі тіла розглядалися як тверді. У них проведено розрахунки сил капілярної адгезії між шорсткуватими поверхнями з урахуванням пружності виступів у припущенні, що тиск рідини не впливає на зміну їх форми. При такому підході не вдається досліджувати вплив капілярних ефектів на напружено-деформований стан контактуючих тел.

Мета роботи. На підставі вищесказаного можна зробити висновок, що вплив руху мастила на пружне деформування нерівностей опорної поверхні вивчений ще недостатньо, тому метою даної статті є привнесення нових підходів у вирішення цієї проблеми.

Виклад основного матеріалу. При моделюванні пружного деформування нерівностей з геометричними недосконалостями приймемо, що викривлення опорної поверхні не може супроводжуватися утворенням зломів її осьової лінії, яка є диференційованою за всіма трьома незалежними просторовими змінними. При цьому, однак, якщо ці недосконалості є дрібно масштабними, то вони можуть наближатися до геометричних сингулярностей.

Наведемо основні співвідношення, що визначають геометрію опорної поверхні. Нехай рівняння осьової лінії опорної поверхні в декартовій системі координат мають вигляд

$$x = x(s),\ y = y(s), z = z(s) \tag{1}$$

або

$$\vec{\rho} = \vec{\rho}\,(s) \tag{2}$$

Випишемо рівності, що визначають її радіуси кривини та кручення

$$R = \left[(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2\right]^{\frac{1}{2}}, \quad T = R^{-2}\begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix}^{-1}, \tag{3}$$

де штрихом праворуч, зверху позначена похідна за s. Співвідношення (2), (3) дозволяють знайти орти $\vec{n}, \vec{b}, \vec{\tau}$ рухомого тріедра

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{ds}, \ \vec{n} = R\frac{d\vec{\tau}}{ds}, \ \vec{b} = \vec{\tau} \times \vec{n} \tag{4}$$

і тим самим повністю визначити геометричні характеристики траєкторії опорної поверхні. Пружне деформування здійснюється під дією розподілених сил тяжіння $\vec{f}^{\,gr}$, сил $\vec{f}^{\,c}$ контактної взаємодії, сил $\vec{f}^{\,fr}$ і моментів $\vec{m}^{fr}$ фрикційної взаємодії, а також зосереджених крайових сил і моментів, прикладених у точках контакту. Виникаючі при цьому внутрішня сила $\vec{F}$ і момент $\vec{M}$ задовольняють векторним рівнянням рівноваги [7]

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}^{\,gr} - \vec{f}^{\,c} - \vec{f}^{\,fr}, \ \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}^{fr}. \tag{5}$$

У загальному випадку найбільш зручно їх записувати в рухомій системі осей (u, v, w). Позначимо χ – кут, відлічуваний від орта $\vec{n}$ до вісі u. Тоді кривизни можна позначити як

$$p = \frac{1}{R} sin\chi, \ q = \frac{1}{R} cos\chi, \ r = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}. \tag{6}$$

Враховуючи, що осі головного тригранника (u, v, w) є головними осями згину та кручення елемента, компоненти Mu, Mv, Mw моменту $\vec{M}$ представимо у вигляді

$$M_u = Ap = \frac{A}{R} sin\chi, \ M_v = Aq = \frac{A}{R} cos\chi, \ M_w = Cr = C\left(\frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}\right), \tag{7}$$

де $A = EI$; $C = GI_0$; E,G – модулі пружності матеріалу при розтяганні і зсуві; I, I_0 – осьовий і полярний моменти інерції поперечного перерізу. Сила контактної взаємодії визначається як

$$f^c = \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_u^c)^2}. \tag{8}$$

Якщо геометрія (3) відома, рівняння (5), (8) дозволяють сформулювати завдання про контактну взаємодію в процесі тертя.

Задачі механіки твердих деформованих тіл, в яких внутрішні сили (або моменти) частково відомі, а деякі зовнішні сили (зазвичай це контактні сили або сили тертя) підлягають визначенню, називаються оберненими. Будемо вважати, що опорна поверхня одночасно здійснює осьовий рух зі швидкістю $\dot{w}$ і обертається з кутовою швидкістю ω. Тоді повну силу тертя $f^{fr} = \mu \cdot f^c$ можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові

$$f_w^{fr} = \pm\mu \cdot f^c \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w} + (\omega d/2)^2}}, \ f_\omega^{fr} = \pm\mu \cdot f^c \frac{\omega d}{2\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}}. \tag{9}$$

де μ – коефіцієнт тертя, d – діаметр опорної поверхні. Знаки «$\pm$» у формулах (9) вибираються залежно від напрямків руху і обертання.

Для врахування дії гідродинамічних впливів і використання одержаних залежностей для задавання навантаження у системі диференціальних рівнянь використовуються відомі залежності необхідної точності допущень, що описують обтікання рідиною твердих тіл довільної форми [8]. Розрахунок параметрів гідродинамічного впливу за допомогою дискретних рівнянь, що наближують систему до рівнянь Нав'є-Стокса:

$$\begin{aligned} &\frac{\vec{U}^* - \vec{U}^n}{\Delta t} + A_h(\vec{U}^n, p^n)\vec{U}^* = S^n; \\ &L_h \delta p = \frac{div_h(\rho\vec{u}^*)}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t}\cdot\frac{\rho^* - \rho^n}{\Delta t}; (\rho^* = \rho(T^*, y^*)); \\ &\rho u^{n+1} = \rho\vec{u}^* - \Delta t \cdot grad_h \delta p; \\ &p^{n+1} = p^n + \delta p; \\ &\rho T^{n+1} = \rho T^*; \rho k^{n+1} = \rho k^*; \rho\varepsilon^{n+1} = \rho\varepsilon^*; \rho\vec{y}^{n+1} = \rho\vec{y}^*; \\ &\rho^{n+1} = \rho(T^{n+1}, \quad \vec{y}^{n+1}). \end{aligned} \qquad (10)$$

де індекс * присвоєно проміжним значенням параметрів; $\vec{U} = (\rho\vec{u}, \rho T, \rho k, \rho\varepsilon, \rho\vec{y})^T$ – повний набір базових змінних, за винятком тиску p; $\vec{u} = (u_1 u_2 u_3)^T$ – вектор швидкості; $\vec{y} = (y_1, y_2, ..., y_M)^T$ – вектор компонент концентрації суміші рідини; $\delta p = (p^{n+1} - p^n)$ – додаткова змінна, що є відхилом тиску. Всі вказані параметри є дискретними функціями, які визначаються за допомогою приведених рівнянь. Дискретні оператори $A_h; div_h; grad_h; L_h = div_h grad_h$ наближують за другим порядком точності відповідні диференційні оператори вихідних рівнянь.

Висновки. Виведені співвідношення дозволяють сформулювати систему рівнянь пружного деформування опорної поверхні з заданою геометрією під дією сил, що викликані гідродинамічним тиском мастила. Шукані змінні підраховуються чисельно методом продовження за параметром. Для інтегрування системи рівнянь використовується метод Рунге-Кутта 4 порядку, [7]. Розроблені методи дають можливість визначити характеристики напружено-деформованого стану опорних поверхонь трибоспряження у їх пружному деформуванні.

Список літератури

1. Мышкин Н. К. Трение, смазка, износ. Физические основы и технические приложения трибологии / Н. К. Мышкин, М. И. Петроковец. − М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. − 368 с.
2. Persson B. Sliding friction / B. Persson // Physical principles and applications. − Berlin : Springer-Verlag, 1998. − 186 p.
3. Дёмкин Н. Б. Качество поверхности и контакт деталей машин / Н. Б. Дёмкин, Э. З/ Рыжов. − М. : Машиностроение, 1981. − 244 с.
4. Основы трибологии (трение, износ, смазка) : Учебник для технических вузов / [А. В. Чичинадзе, Э. Д. Браун, Н. А. Буше и др.; Под общ. ред. А. В. Чичинадзе]. – М. : Машиностроение, 2001. – 664 с.
5. Greenwood J. A. Contact of nominally flat surfaces / J. A. Greenwood, J. B. Williamson // Proc. Roy. Soc. − 1966. − No. 295. − P. 300−319.
6. Горячева И. Г. Контактные задачи в трибологии /И. Г. Горячева, М. Н. Добычам. − М.: Машиностроение, 1989. − 256 с.
7.Кравцов В. И. Механика гибких морских конструкций. − К.: Наук. думка, 1999. – 132 с.
8. Мартынов А. К. Прикладная азродинамика / А. К. Мартынов. − М. : Машиностроение, 1972. − 236 с.

Стаття надійшла до редакції 19.03.2013

V. I. KRAVTSOV, O.V. RADKO, N. A. MEDVEDEVA, A. M. SADEGHIJALAL

FLEXIBLE DEFORMATION SUBCET TO FORCES OF CONTACT INTERACTION

The method of computational investigation of friction surface mode of deformation in its flexible deformation under load caused by motion of lubricating layer is considered. The undeformed surface is specified by method of differential geometry. A load representation is given. In addition, a load caused by friction of the contiguous surfaces and friction of lubricant is considered. A calculation comes true by the method of continuation on a parameter.

Key words: deformation, friction, underlayment, load, hydrodynamic load, computational investigation, mode of deformation, lubricant.

Кравцов Віктор Іванович – д-р техн. наук, професор, професор кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, akvarobotec@narod.ru.

Радько Олег Віталійович – канд. техн. наук, доцент кафедри машинознавства Національного авіаційного університету.

Мєдвєдєва Наталія Анатоліївна – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, magnolia@ukr.net.

Садегіджалал Абаді Мехрдад – аспірант кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, akvarobotec@narod.ru.