

УДК 629.7.054

В. В. КАРАЧУН<sup>1</sup>, Н. В. ЛАДОГУБЕЦ<sup>2</sup>, В. Н. МЕЛЬНИК<sup>1</sup><sup>1</sup>Національний технічний університет України «КПІ», Україна<sup>2</sup>Національний авіаційний університет, Україна

### ДИФРАКЦИЯ N-ВОЛНЫ НА БЕЗГИСТЕРЕЗИСНОМ АНИЗОТРОПНОМ ПОПЛАВКОВОМ ПОДВЕСЕ ГИРОСКОПА

*Проводится анализ влияния дифракционных явлений акустической природы на появление дополнительных погрешностей инерциальных сенсоров в условиях гиперзвукового движения летательного аппарата. Проведена оценка степени влияния развивающейся в пространстве и во времени анизотропии жидкостатической составляющей подвеса. Построена научная база для глубокого изучения динамики поплавкового подвеса гироскопа в эксплуатационных условиях на программно-вычислительном уровне.*

**Ключевые слова:** ударная N-волна, анизотропность, прецессия гироскопа, сдвиг нуля, дрейф, погрешность.

**Введение.** Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены изучению особенностей работы приборов инерциальной навигации в эксплуатационных условиях гиперзвукового полета [1]. Анализируется влияние N-волны на развитие анизотропии жидкостатической части поплавкового подвеса гироскопа и порожденную ею вынужденную прецессию гироскопа.

Оценка параметров полета широкого класса пилотируемых и беспилотных суборбитальных и атмосферных гиперзвуковых аппаратов проводится уже непосредственно на борту носителя и потому вопросы точности построения опорной системы координат, связанной с носителем (промежуточной ступенью), приобретают исключительную важность.

Как оказалось, при гиперзвуковом движении неизбежно возникают дополнительные погрешности поплавковых приборов в эксплуатационных условиях [2; 3; 4].

К применяемой в поплавковых интегрирующих гироскопах поддерживающей жидкости, как правило, предъявляются следующие требования. Плотность жидкости должна находиться в пределах  $1,8 - 2,5 \text{ г/см}^3$ , ее вязкость должна составлять  $1000 - 5000 \text{ спз}$ . Кроме того, она призвана обеспечивать необходимую химическую стабильность при контакте с деталями прибора, высокую теплопроводность, максимально низкую токсичность и нечувствительность к воздействию световых лучей, быть негироскопичной, а также нейтральной к водяному пару. Это не считая обязательной невоспламеняемости и полного отсутствия электропроводности, а также узкого диапазона молекулярных весов.

Химической совместимости можно достичь двумя методами – выбором жидкости и выбором материалов, погружаемых в эту жидкость. Как известно, некоторые конструкционные материалы гироскопа не допускают замены, например, материала токоподводов, магнитных материалов датчиков угла и датчика моментов и подвеса, поэтому жидкость должна обладать безусловной совместимостью с ними.

Требования к плотности, модулю упругости и химическому составу других материалов, например, заливочным компаундам и клеям, являются менее жесткими, что облегчает выбор материалов по принципу совместимости.

Поддерживающая жидкость должна быть химически стабильной даже в присутствии конструкционных материалов. Кроме того, требуется, чтобы она была механически устойчивой, т.е. имела узкий диапазон молекулярных весов.

Жидкость, подобранная по плотности и вязкости, может расслаиваться, если отсутствует непрерывное перемешивание, или же подвергаться тепловой диффузии.

Наличие летучих фракций является нежелательным качеством, так как приводит к изменению плотности и вязкости в условиях вакуума при заливке прибора, сопровождающейся вытеснением всех газов и паров из заполненного зазора между поплавком и корпусом.

Согласно имеющимся данным, любое постороннее вещество в поддерживающей жидкости, включая газы, катастрофически ухудшает точность гироскопа, а в некоторых случаях может привести и к заклиниванию поплавка, т.е. к выходу прибора из строя.

Если требования чистоты очевидны и не нуждается в детальном обосновании, то требование дегазации нуждается в пояснении. Помимо захвата больших количеств газа, нарушающих функциональную способность жидкостатического подвеса, существенные затруднения возникают с появлением мелких пузырьков газа. На границе пузырька с жидкостью действуют силы поверхностного натяжения, вследствие чего пузырек связывает корпус и поплавок упругой связью, подобно пружине. Наконец, при наличии вибрации места установки, пузырек, примыкающий к поплавку, нарушает равновесие жидкостатических давлений.

Ни в одном из проанализированных случаев форму и местонахождение пузырьков нельзя воспринимать фиксированными и поэтому их влияние на гироскоп приходится рассматривать не только как нестационарное, но, вообще, как непредсказуемое.

Как ни странно, на первый взгляд, но решение задач терморегуляции вступает в противоречие с не менее важной проблемой уменьшения влияния на приборы инерциальной навигации проникающего акустического излучения. Особенно с оглядкой на жесткие условия гиперзвуковых технологий. Суть проблемы лежит на поверхности.

Жидкостатическая часть подвеса изначально служит прекрасным транслятором звуковых волн. Нагреваясь от работающего гиromотора, она понижает скорость звука, поступающего извне на поплавковый подвес и, одновременно, способствует уменьшению степени проявления дифракционных эффектов с последующим ослаблением напряженного состояния подвеса. Из чего следует, что охлаждение жидкости нежелательно.

С другой стороны, транслируя избыточное тепло в окружающую прибор среду, тепловой кожух дополнительно нагревает воздух вне корпуса гироскопа и, тем самым, соответствует повышению скорости прошедших извне звуковых волн, увеличивает амплитуду генерируемой в корпусе акустической вибрации и, соответственно, увеличивает упругие перемещения поверхности подвеса, что приводит к росту погрешности гироскопа.

Таким образом, система терморегуляции в том виде, в каком она функционирует, входит в противоречие с необходимостью решения задач нейтрализации действия внешних ударных звуковых волн.

Вследствие ударных воздействий, вибрации, температурных и других факторов гиперзвукового движения, в жидкостатической составляющей подвеса прибора могут образовываться газообразные пузырьки, которые под действием

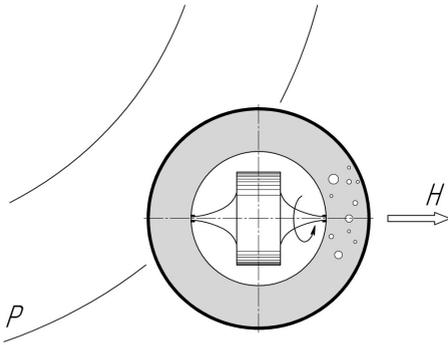


Рис. 1. Воздействие  $N$ -волны на гироскоп

акустического излучения или  $N$ -волны будут перемещаться в сторону распространяющейся волны давления, то есть в зону акустической тени (рис. 1). Собираясь в одном месте, они могут нарушить равновесие исходно уравновешенной системы архимедовых и массовых сил и привести к возникновению возмущающего момента  $M$  относительно оси подвеса поплавок [5; 6].

**Анализ литературных данных и постановка проблемы.** Россия, США и Китай тестируют гиперзвуковое оружие, которое коренным образом изменит об-

лик войны и сделает практически бесполезными современные средства ПВО. В очередной раз военные технологии обогнали время.

В январе 2015 года произошло знаковое событие – «Клуб обладателей гиперзвукового оружия» пополнился еще одним участником. Китай, 9 января 2015 года, испытал гиперзвуковой глайдер (glider) под названием WU-14. Это управляемый аппарат, который устанавливается на головном аэродинамическом обтекателе баллистической ракеты. Ракета поднимает глайдер в космос, после чего он пикирует на цель, развивая скорость в тысячи километров в час.

По данным Пентагона, китайский гиперзвуковой аппарат WU-14 может устанавливаться на различных китайских баллистических ракетах с дальностью стрельбы от 2000 до 12000 км. В ходе январских тестов он развивал скорость в 10  $M$ . Современные средства ПВО не в состоянии надежно поразить летящую с такой скоростью цель. Таким образом, Китай стал третьей державой, после США и России, обладающей технологией гиперзвуковых носителей обычного и ядерного оружия.

Преимущества подобной технологии обусловлены большой дальностью стрельбы (вплоть до глобального удара по любой точке поверхности Земли), достаточно простым устройством аппарата (отсутствует маршевый двигатель), значительной массой боевой части и, наконец, высокой скоростью полета – более 10  $M$ .

Гиперзвуковые технологии на основе гиперзвуковых прямоточных воздушно реактивных двигателей (ГПВРД) в настоящее время набирают, как известно, высокий темп.

Гиперзвуковые ЛА не только раскрыли широкие возможности для средств нападения и внешней разведки, но и породили массу проблем, среди которых сверхвысокая температура, вибрация, ультразвуковое излучение и мощная ударная  $N$ -волна (рис. 2).



Рис. 2. Гиперзвуковой самолет на основе гиперзвуковых прямоточных воздушно реактивных двигателей

*Сверхзвуковые крылатые ракеты. Гиперзвуковое оружие.* Аналитики и специалисты утверждают, что страна, которая сможет первой в мире обеспечить серийное производство высокоточных гиперзвуковых ракет, создаст тем самым для себя решающий военный паритет. Прежде всего, в стратегическом масштабе. Объяснение этому факту состоит в том, что ракеты, летящие со скоростью 7 М практически неуязвимы для современных средств ПВО, сами же способны уничтожать защищенные по последнему слову техники как наземные, так и подводные объекты, в том числе, критические инфраструктуры. По своему потенциалу гиперзвуковое оружие сравнимо только с тактическими ядерными боеприпасами [<http://www.cnewsru/news/tp/print.shtml?2012/07/02/494977>].

В качестве альтернативы баллистическим ракетам, США разрабатывают гиперзвуковые летательные аппараты (ГЗЛА) в виде крылатой ракеты, т.е. с собственным двигателем, обычно ГПВРД, или в виде планирующего снаряда, гиперзвуковую скорость которому сообщают маршевые ступени обычных баллистических ракет. Так, разрабатываемая ныне в США противоракета SM-3 Block II чаще всего упоминается в связи с модернизацией американской ПРО. Она, подобно предыдущим модификациям SM-3, будет принята на вооружение системы ПРО морского базирования Aegis. Особенностью Block II является заявленная способность перехвата на определенном участке траектории межконтинентальных баллистических ракет, что послужит основанием для включения системы Aegis в состав стратегической противоракетной обороны США.

Американские военные объявили в 2010 году, что на базе SM-3 Block II будет также создана ударная система большой дальности под кодовым названием *Age Light*. Предполагается, что маршевые ступени противоракеты выведут на гиперзвуковую скорость планирующий аппарат, который способен пролететь до 600 км и доставить к цели боеголовку массой 50–100 кг. Общая дальность полета всей системы составит 3800 км, причем на участке самостоятельного движения гиперзвуковой планер полетит не по баллистической траектории. Это создаст возможность маневрирования с целью обеспечения точного наведения на объект поражения.

**Цель и задачи исследований.** Уникальное свойство гироскопа – автономность – сослужило решающую роль в создании на его основе приборов и систем инерциальной навигации. Гироскопы нашли применение в авиационной и космической индустрии не только как навигационные, но и как пилотажные приборы. В первую очередь в высокоскоростных и маневренных объектах длительного действия.

Стремительное развитие космических, суборбитальных и атмосферных гиперзвуковых технологий, как оказалось, находится в диалектическом единстве с развитием гироскопической науки, особенно в приложениях.

Экстремальные условия функционирования, порождающие множество возмущающих факторов, выделили гиперзвуковые технологи не только в особую, малоизученную, но и в непререкаемо перспективную идеологию, значение которой трудно переоценить. Речь идет о сильнейших вибрациях при летной эксплуатации, сверхвысоких температурах, акустическом излучении, ударной *N*-волне и других.

Как оказалось, все они влияют на гироскопические приборы, увеличивая погрешности измерений кинематических параметров ЛА и, естественно, ухудшая их тактико-технические характеристики в целом.

Особое место здесь занимает мощное проникающее акустическое излучение, которое носит пространственный характер, проникает внутрь приборов не только через опоры, подобно звуковому мостику, но и через среду, генерируя в подвесе гироскопа множество форм нелинейных колебаний, в том числе и резонансных.

Наиболее опасным является такой режим воздействия, когда в механических системах приборов формируется волновое совпадение, создающее условия беспрепятственного прохождения акустического излучения в виде ударной *N*-волны или ультразвукового луча внутрь навигационных приборов и существенно увеличивающих их погрешности.

Таким образом, раскрытие и описание природы явления с помощью построенных расчетных схем является крайне важной и **актуальной** задачей позиционирования летательных аппаратов в условиях гиперзвукового суборбитального и атмосферного движений.

*Обоснованием необходимости проводимых исследований* служит отсутствие глубокого анализа свойств приборов инерциальной навигации при скоростях полета до 20 *M*.

*Сущность поставленной научной задачи* состоит в построении расчетных моделей явления, которые бы не только охарактеризовали особенности упругого взаимодействия *N*-волны с конструкцией, но и указали пути технического обеспечения «акустического комфорта» бортовой аппаратуры.

**Возмущенное движение кавитационных пузырьков в подвесе.** Определим перемещение пузырьков, считая их поверхность упруго-деформируемой. Установим также степень влияния деформируемой поверхности и не зависящих от времени свойств взвешивающей жидкости, например, вязкости, на величину предельного перемещения пузырьков. Предположений о форме проникающей звуковой волны делать не будем. Линейность задачи позволяет записать уравнения движения, к примеру, одного пузырька, в проекциях на его главные центральные оси инерции в виде

$$m_{ii} \ddot{U}_{*i} + b_i \dot{U}_{*i} + Q_i = F_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6, \quad (1)$$

где  $m_{ii}$  – масса пузырька ( в случае углового движения – это момент инерции);  $\ddot{U}_{*i}$  – ускорение центра масс (линейное, либо угловое);  $F_i$  – сила, с которой распространяющаяся в жидкости *N*-волна воздействует на недеформируемую поверхность пузырька;  $Q_i$  – дополнительная сила взаимодействия пузырька со средой, обусловленная деформацией его поверхности. В случае углового движения все силы надо заменить на моменты.

Сила  $Q_i$  определяется выражением –

$$Q_i = \iint_S \bar{q}(k, y, t) \cdot \bar{\tau}_i(x, y) dS, \quad (2)$$

где  $\bar{q}$  – давление, вызванное смещением пузырька;  $\bar{\tau}_i$  – единичный вектор соответствующей оси координат;  $x, y$  – координаты на поверхности пузырька;  $t$  – время;  $S$  – поверхность пузырька. Зависимость обобщенной силы  $Q_i$  от перемещения поверхности может быть выражена в явном виде, для чего достаточно представить перемещение поверхности пузырька в следующей форме

$$\vec{W}(x, y, t) = \sum_k U_k(t) \vec{V}_k(x, y), \quad k = 1, 2, \quad (3)$$

где  $\vec{V}_k(x, y)$  – достаточно полная система векторных функций, причем при  $k = 1, \dots, 6$  эти функции совпадают с определенными выше  $\vec{\tau}_i$ , то есть соответствуют перемещениям поверхности в целом, а остальные ( $k = 7, 8, \dots$ ) выражают деформации поверхности;  $U_k(t)$  – обобщенная координата. Очевидно, что при отсутствии деформаций,  $U_k = U_{*k}$  при  $k = 1, \dots, 6$  и  $U_k = 0$  при  $k = 7, 8, \dots$ .

Если поверхность пузырька перемещается (или деформируется) таким образом, что обобщенная координата растет с единичной скоростью

$$\dot{U}_k |_{t>0} = 1; \quad U_k |_{t<0} = 0; \quad U_m |_{m \neq k} = 0,$$

тогда на поверхности пузырька, вообще говоря, возникнет давление с составляющими по всем направлениям  $\vec{\tau}_i$ . Соотношение (2) обозначит обобщенную силу  $f_{ik}(t)$ , соответствующую этим условиям.

В силу линейности задачи, обобщенная сила  $Q_i(t)$ , которая возникает при произвольном смещении поверхности, определяется равенством, непосредственно вытекающим из принципа суперпозиции

$$Q_i(t) = \sum_k Q_{ik}(t) = \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k(\tau) d\tau. \quad (4)$$

Здесь и далее предполагается, что  $U_k|_{t \leq 0} = 0$ , а  $\ddot{U}_k$ , вообще говоря, включает импульсные функции. В частности, если  $\lim U_k \neq 0$  при  $t \rightarrow +0$ .

Зависимость обобщенных сил  $F_i$  от параметров волны давления также может быть представлена функциями  $f_{ik}$ . Получить такую зависимость позволяет мысленное представление движения части жидкости, ограниченной поверхностью пузырька. Динамическое равновесие полученного таким образом *условного* тела можно описать уравнением, аналогичным выражению (1). Если, при этом, *условное* тело находится на месте изучаемого пузырька, а динамическое равновесие его рассматривается относительно выбранных выше осей, то составляющие внешнего воздействия на несмещаемую поверхность и функции  $f_{ik}$  для него будут теми же, что и для пузырька, поэтому уравнение примет вид –

$$F_i = \sum_n m_{ni}^y \ddot{U}_{*n}^y + \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k^y(\tau) d\tau + b_n \dot{U}_{*n}^y, \quad (5)$$

где  $m_{ni}^y$  – масса (статический момент или момент инерции *условного* тела относительно выбранных осей); индекс «y» обозначает принадлежность к *условному* телу. Предполагается, что пузырек не отделен от жидкости. Это значит, что если он находится в реальной жидкости, то перемещения среды на его поверхности совпадают с его перемещениями. Если же пузырек находится в идеальной (без учета вязкости) жидкости, то это относится к нормальным перемещениям. Момент сил инерции представлен здесь суммой моментов, возникающих вследствие обобщенных перемещений  $U_{*n}^y$  как при  $n = i$ , так и при  $n \neq i$ , поскольку оси, относительно которых рассматривается динамическое равновесие *условного* тела, вообще говоря, не являются для него главными центральными осями инерции.

*Условное* тело не вносит возмущений в распространяющуюся в жидкости волну. Поэтому, необходимые данные о его смещении ( $U_k^y, U_{*n}^y$ ) могут быть получены интегрированием соответствующим образом спроектированных сме-

щений жидкости по поверхности и объему пузырька. Таким образом, уравнение (5) можно рассматривать как равенство, определяющее силы  $F_i$ .

На основании соотношений (4), (5), уравнение (1) движения пузырька может быть записано в виде интегро-дифференциального соотношения для свободного тела, при наличии упругой силы  $c_i U_{*i}$ , а также при наличии силы вязкого сопротивления  $b_i \dot{U}_{*i}$  соответственно, т.е.:

$$m_{ii} \ddot{U}_{*i} + \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k(\tau) d\tau = \sum_n m_{ni}^y \ddot{U}_{*n}^y + \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k(\tau) d\tau ; \quad (6)$$

$$m_{ii} \ddot{U}_{*i} + \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k(\tau) d\tau + c_i U_{*i} = \sum_n m_{ni}^y \ddot{U}_{*n}^y + \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k(\tau) d\tau + c_n U_{*n} ; \quad (7)$$

$$m_{ii} \ddot{U}_{*i} + \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k(\tau) d\tau + b_i \dot{U}_{*i} = \sum_n m_{ni}^y \ddot{U}_{*n}^y + \sum_k \int_0^t f_{ik}(t-\tau) \ddot{U}_k(\tau) d\tau + b_n \dot{U}_{*n} . \quad (8)$$

Анализ уравнений (6 ... 8) позволяет сделать некоторые выводы об окончательных перемещениях пузырька.

*Оценка влияния свойств жидкостатического подвеса на гироскоп.* Если акустическая волна ограничена во времени или быстро затухает, а жидкость безгранична, можно утверждать, что перемещения пузырьков будут удовлетворять указанным условиям. Действительно, излучение возмущающих волн при колебаниях пузырька в безграничной среде вызывает затухание колебаний. Поэтому, если они и будут иметь место, то с прекращением звукового воздействия будут затухать и, таким образом, перемещения в итоге также будут стремиться к пределу. Кроме того, ограничение внешнего воздействия исключает экспоненциальное увеличение перемещений пузырька при  $t \rightarrow \infty$ .

Характер взаимосвязи окончательных перемещений пузырьков от окончательных перемещений условного тела, то есть жидкости в отсутствие пузырька, существенным образом зависит от поведения функции  $[f_{ik}(t)]_{t \rightarrow \infty}$ .

**Развитие несбалансированности поплавкового подвеса в акустическом поле.** Пусть в жидкости, вследствие либо ударных, либо тепловых (или тех и других факторов одновременно), возникли пузырьки газа (рис. 3).

Проанализируем природу происхождения при этом момента гидростатических сил, обусловленных движением пузырьков.

В исходном состоянии сила веса гироузла  $M \vec{g}$  и архимедова сила  $\vec{F}$  направлены по одной прямой в противоположные стороны, так что имеет место равенство

$$\vec{F} = -M \vec{g} .$$

Образование пузырьков, естественно, приведет к параллельному смещению вектора  $\vec{F}$  и возникновению возмущающего момента относительно выходной оси  $Oy$ . Величина этого момента определится соотношением

$$\begin{aligned} M^a &= x_A F_Z = \frac{m_k}{m_{жс}} \left[ r + \int_0^t \dot{U}_k(\tau) d\tau \right] \sin \left( \hat{n}, x \right) F = \\ &= \frac{m_k M^0}{m_{жс}} g \left[ r + \int_0^t \dot{U}_k(\tau) d\tau \right] \sin \left( \hat{n}, x \right) , \end{aligned} \quad (9)$$

где  $F = M^0 g$ ;  $m_k$ ,  $M^0$ ,  $m_{ж}$  – соответственно массы  $k$ -го пузырька в фиксированной плоскости шпангоута ДУСУ, вытесненной поплавок жидкости и жидкофазной части подвеса;  $g$  – ускорение свободного падения;  $m_k r$  статический момент массы пузырька.

Если в плоскости шпангоута находится « $n$ » пузырьков, тогда формула (9) приобретает вид

$$M^a = \frac{M^0}{m_{ж}} g \sum_{k=1}^n \left[ m_k r + m_k \int_0^t \dot{U}_k(\tau) d\tau \right] \sin(\hat{n}, x). \quad (10)$$

Предположим, что пузырьки газа собираются в « $m$ » плоскостях шпангоутов (рис. 4). Тогда в окончательном виде получаем:

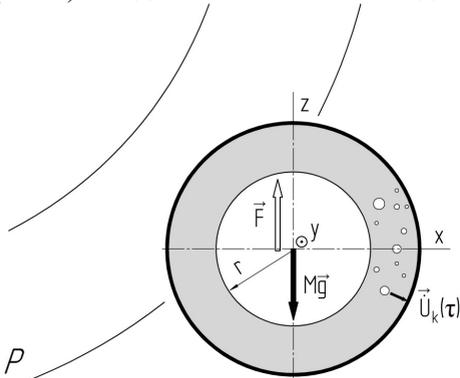


Рис. 3. О природе возникновения возмущающего момента при перемещении пузырьков газа в безгистерезисном жидкостатическом подвесе

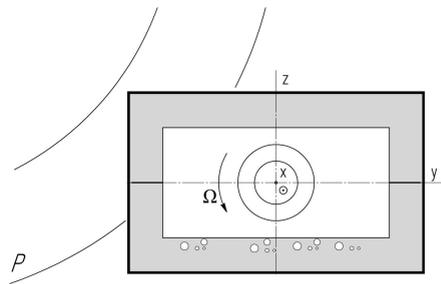


Рис. 4. Расположение пузырьков газа в плоскостях шпангоута ДУСУ

$$M^a = \frac{M^0}{m_{ж}} g \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \left[ m_k r \sin(\hat{n}, x) + m_l r \sin(\hat{n}, x) + m_k \int_0^t \dot{U}_k(\tau) \sin(\hat{n}, x) d\tau + m_l \int_0^t \dot{U}_l(\tau) \sin(\hat{n}, x) d\tau \right]. \quad (11)$$

Для определения закона движения  $U(t)$  пузырьков газа с учетом только трения о жидкость, воспользуемся интегро-дифференциальными соотношениями (6–8):

$$m_k \ddot{U}_k(t) + \int_0^t [m_{k0} \delta_1(t-\tau) + \alpha] \dot{U}_k(\tau) d\tau = m_k^0 [\delta_1(t) - \delta_1(t-1)] + \int_0^t [m_{k0} \delta_1(t-\tau) + \alpha] [\delta_1(\tau) - \delta_1(\tau-1)] d\tau, \quad (12)$$

где  $m_k^0$  – масса вытесненной пузырьком жидкости;  $m_{k0}$  – присоединенные массы;  $\alpha$  – коэффициент вязкого сопротивления при движении пузырька;  $\delta_1(t)$  – дельта – функция Дирака.

Тогда, закон движения пузырька будет иметь вид –

$$U_k(t) = \left[ t - \frac{1}{\alpha} (m_k - m_k^0) (1 - \exp(-v_1 t)) \right] \delta_0(t) - \left[ t - 1 - \frac{1}{\alpha} (m_k - m_k^0) (1 - \exp(-v_1 (t-1))) \right] \delta_0(t-1), \quad (13)$$

где  $\delta_0(t)$  – единичная функция Хевисайда.

Если сомножители  $(1 - \exp(-v_1 t))$  и  $(1 - \exp(-v_1 (t-1)))$  представить в виде разложения в ряд при  $t \geq 1$ , получим –

$$U_k(t) = \frac{m_k^0 + m_{k0}}{m_k + m_{k0}} + \frac{m_k - m_k^0}{m_k + m_{k0}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} v_1^n \frac{t^{n+1} - (t-1)^{n+1}}{(n+1)!}, \quad t \geq 1. \quad (14)$$

Когда пузырьки размещены в нескольких плоскостях, тогда формула (11) усложняется:

$$M^a = \frac{M^0}{m_{жс}} g \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \left[ (m_k + m_l) r \sin(n, \hat{x}) + \left( m_k \frac{m_k^0 + m_{k0}}{m_k + m_{k0}} U_{k\infty} + m_l \frac{m_l^0 + m_{l0}}{m_l + m_{l0}} U_{l\infty} \right) \sin(n, \hat{x}) \right]. \quad (15)$$

Очевидно, что если пузырьки газа остаются на поверхности поплавок, возмущающий момент  $M^a$  будет определяться формулой –

$$M^a = \frac{M^0}{m_{жс}} g \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n (m_k + m_l) r \sin(n, \hat{x}). \quad (16)$$

Полученные соотношения позволяют установить величину систематической составляющей сдвига нуля дифференцирующего гироскопа –

$$\beta_{ycm} = \frac{M^0}{c_1 m_{жс}} g \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \left[ (m_k + m_l) r \sin(n, \hat{x}) + \left( m_k \frac{m_k^0 + m_{k0}}{m_k + m_{k0}} U_{k\infty} + m_l \frac{m_l^0 + m_{l0}}{m_l + m_{l0}} U_{l\infty} \right) \sin(n, \hat{x}) \right], \quad (17)$$

а также систематическую составляющую дрейфа нуля интегрирующего гироскопа –

$$\dot{\beta}_{ycm} = \frac{M^0}{b m_{жс}} g \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \left[ (m_k + m_l) r + \left( m_k \frac{m_k^0 + m_{k0}}{m_k + m_{k0}} U_{k\infty} + m_l \frac{m_l^0 + m_{l0}}{m_l + m_{l0}} U_{l\infty} \right) \right] \sin(n, \hat{x}). \quad (18)$$

Чтобы качественно и количественно оценить влияние движения образовавшихся пузырьков газа на показания прибора, например, интегрирующего гироскопа, достаточно воспользоваться его уравнением движения:

$$B\ddot{\beta} + R \left[ (\omega_z^2 - \omega_x^2) \sin \beta \cos \beta - \omega_x \omega_z \cos 2\beta \right] + H(\omega_x \sin \beta + \omega_z \cos \beta) + B\dot{\omega}_y + b\dot{\beta} + M + \frac{M^0}{m_{жс}} g \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \left[ (m_k + m_l) r + m_k U_k(t) + m_l U_l(t) \right] \sin(n, \hat{x}) = 0, \quad (19)$$

где  $B = I_0 + I_y$ ;  $R = I_0 + I_z - I_x$ ;  $I_x, I_y, I_z$  – моменты инерции поплавка;  $I, I_0$  – полярный и экваториальный моменты инерции ротора;  $H$  – кинетический момент гироскопа;  $\beta$  – угол поворота поплавка вокруг выходной оси  $Oy$ ;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – угловые скорости движения корпуса летательного аппарата относительно центра масс;  $M$  – прочие моменты-помехи (дебаланса, трения, тяжения токоподводов и др.).

Ограничиваясь рамками прецессионной теории, уравнение (19) можно записать в укороченном виде:

$$\begin{aligned}
b\dot{\beta} = & -H\omega_z \cos \beta - H\omega_x \sin \beta - B\dot{\omega}_y + M + \frac{M^0}{m_{жс}} g \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \left\{ (m_k + m_l)r + \right. \\
& + m_k \left[ t - \frac{1}{\alpha} (m_k - m_k^0) (1 - \exp(-v_1 t)) \right] \delta_0(t) - \\
& - m_k \left[ t - 1 - \frac{1}{\alpha} (m_k - m_k^0) (1 - \exp(-v_1(t-1))) \right] \cdot \\
& \delta_0(t-1) + m_l \left[ t - \frac{1}{\alpha} (m_l - m_l^0) (1 - \exp(-v_1 t)) \right] \delta_0(t) - \\
& \left. - m_l \left[ t - 1 - \frac{1}{\alpha} (m_l - m_l^0) (1 - \exp(-v_1(t-1))) \right] \delta_0(t-1) \right\} \sin \left( \overset{\wedge}{n}, x \right). \quad (20)
\end{aligned}$$

Откуда несложно определить угол поворота подвижной части прибора:

$$\begin{aligned}
\beta = & -\int_0^t \frac{H\omega_z \cos \beta}{b} d\tau - \int_0^t \frac{H\omega_x \sin \beta}{b} d\tau + \int_0^t \frac{B\dot{\omega}_y}{b} d\tau + \int_0^t \frac{M}{b} d\tau + \frac{M^0}{m_{жс}} g \int_0^t \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \left\{ (m_k + m_l)r + \right. \\
& + m_k \left[ \tau - \frac{1}{\alpha} (m_k - m_k^0) (1 - \exp(-v_1 \tau)) \right] \delta_0(\tau) - \\
& - m_k \left[ \tau - 1 - \frac{1}{\alpha} (m_k - m_k^0) (1 - \exp(-v_1(\tau-1))) \right] \times \\
& \times \delta_0(\tau-1) + m_l \left[ \tau - \frac{1}{\alpha} (m_l - m_l^0) (1 - \exp(-v_1 \tau)) \right] \delta_0(\tau) - \\
& \left. - m_l \left[ \tau - 1 - \frac{1}{\alpha} (m_l - m_l^0) (1 - \exp(-v_1(\tau-1))) \right] \delta_0(\tau-1) \right\} \sin \left( \overset{\wedge}{n}, x \right) d\tau. \quad (21)
\end{aligned}$$

Смысл первых четырех слагаемых в правой части этого выражения известен:

$\frac{H\omega_z \cos \beta}{b}$  – полезный сигнал, пропорциональный измеряемой угловой скорости РН  $\omega_z$ ;  $\frac{H\omega_x \sin \beta}{b}$  – методическая погрешность прибора, обусловленная влиянием перекрестной угловой скорости  $\omega_x$ ;  $\frac{B\dot{\omega}_y}{b}$  – погрешность, вызванная влиянием углового ускорения  $\dot{\omega}_y$  гиперзвукового аппарата;  $\frac{M}{b}$  – погрешность, обусловленная влиянием прочих моментов-помех.

Последнее слагаемое в правой части выражения (21) есть продукт осмысления природы влияния движущихся в жидкофазном подвесе гироскопа образовавшихся пузырьков газа на погрешность измерений. Конечно, некоторые упрощения расчетной модели не позволили учесть все особенности явления, однако даже в такой, линейной, постановке позволяют сделать вполне определенные выводы о количественной и качественной структуре этой погрешности прибора и синтезировать эффективные средства борьбы с ней.

Ілюстрацією сказанного может служити перемещение бульбика газу в жидкостному маятниковому переключателі гірогоризонта.

**Обсуждение результатов анализа природы возникновения дополнительных погрешностей инерциального сенсора при летной эксплуатации.** Доказана недопустимость пренебрежения состоянием поддерживающей жидкости и необходимость соблюдения правил сборки приборов во избежание исходных предпосылок к появлению дополнительных погрешностей измерений.

Параллельно выбранному направлению изучения, обращено внимание на несоответствие теплорегулирования реальной работе в акустических полях, в том числе, под воздействием *N*-волны.

По-видимому, следует отдать предпочтение изготовлению поплавковых приборов с нулевой плавучестью.

**Выводы.** Проведенный анализ влияния развивающейся во времени анизотропности жидкостатической составляющей подвеса гироскопа в условиях гиперзвукового полета позволяет сделать следующие выводы:

1. Построенная расчетная модель воздействия ударной *N*-волны на кавитационные бульбики газу безгистерезисного подвеса поплавкового гироскопа позволяет качественно оценить влияние развивающейся анизотропности на появление дополнительной погрешности прибора в условиях гиперзвукового движения.

2. Проведена оценка влияния возмущенного движения кавитационных бульбиков и свойств жидкой среды на динамику поплавкового подвеса. Доказана целесообразность учета только окончательных перемещений анизотропных фрагментов.

3. Доказана необходимость учета влияния парусности подвеса в акустических полях.

#### Список литературы

1. Kulyk, M. S. Suborbital and Atmospheric Hypersound Technologies [Текст]: моногр. / М. S.Kulyk, V. M. Mel'nyck, V. V. Karachun, N. V. Ladogubets // Нац. авіац. ун-т, Нац. техн. ун-т України «КПІ»:– Київ: "NAU", 2015.– 328 р.

2. Мельник, В.Н. О влиянии проникающего акустического излучения на чувствительные элементы гиросtabilизированной платформы [Текст] / В.Н. Мельник, В.В. Карачун // Прикл. механика. – 2004. – Т. 40, № 10. – С. 122–130.

3. Мельник, В.М. Закономірності пружного переміщення поверхні поплавця гіроскопа під дією збурень загального виду [Текст] / В.М. Мельник, В.В. Карачун // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 2007. - № 1 (40) – С. 41–45.

4. Карачун, В.В. Поліагрегатні структури чутливих елементів приладів інерціальної навігації в акустичному середовищі [Текст] / В.В. Карачун, В.М. Мельник // Доповіді нац. акад. наук України. – 2009. - № 7. – С. 46–51.

5. Мельник, В.М. Додаткові похибки гіроскопа в акустичному середовищі [Текст] / В.М. Мельник, В.В. Карачун // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2005. – Вип. 29. – С. 33–36

6. Карачун, В.В. Надзвукові літальні апарати [Текст]: моногр. / В.В. Карачун, В.М. Мельник, Н.В. Ладогубець // Нац. техн. ун-т України «КПІ», Нац. авіац. Ун-т – Київ: «Корнійчук», 2014. – 240 с.

*В. В. КАРАЧУН, Н. В. ЛАДОГУБЕЦЬ, В. Н. МЕЛЬНИК*

### ДИФРАКЦІЯ N-ХВИЛІ НА БЕЗГІСТЕРЕЗІСНОМУ АНІЗОТРОПНОМУ ПОПЛАВКОВОМУ ПІДВІСІ ГІРОСКОПА

Проводиться аналіз впливу дифракційних явищ акустичної природи на появу додаткових похибок інерціальних сенсорів в умовах гіперзвукового руху літального апарата. Проведено оцінку ступеня впливу анізотропності рідиностатичної складової підвісу, що розвивається в просторі і в часі. Побудована наукова база для глибокого вивчення динаміки поплавкового підвісу гіроскопа в експлуатаційних умовах на програмно-обчислювальному рівні.

**Ключові слова:** ударна N-хвиля, анізотропність, прецесія гіроскопа, похибка.

*V. V. KARACHUN, N. V. LADOGUBETS, V. M. MEL'NYCK.*

### DIFFRACTION OF N-WAVE ON HYSTERESIS-FREE ANISOTROPIC FLOAT SUSPENSION GYRO

The analysis of the impact of diffraction effects on the acoustic nature of the appearance of additional errors of inertial sensors in a hypersonic aircraft motion. The evaluation of the degree of influence developing in space and time anisotropy static liquid component suspension. Build a scientific basis for in-depth study of the dynamics of the float suspension gyroscope in operating conditions in the software-level computing. Building a computational model of the shock waves on the N-cavitation bubbles of gas suspension hysteresis-free floating gyroscope allows qualitatively assess the impact of evolving anisotropy of the emergence of additional error of the instrument in a hypersonic motion.

**Keywords:** N-shock wave anisotropy, the precession of the gyroscope, zero offset, drift, error.

**Ладогубець Наталія Віталіївна** – кандидат педагогічних наук, доцент, декан механіко-енергетичного факультету аерокосмічного університету Національного авіаційного університету.

**Карачун Володимир Володимирович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «КПІ», Україна.

**Мельник Вікторія Миколаївна** – доктор технічних наук, професор кафедри біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «КПІ», Україна.