УДК 621.891

О. В. РАДЬКО[1], *В. Д. МОЛДОВАН*[2]

[1]***Національний авіаційний університет, Україна***
[2]***Воєнно-дипломатична академія ім. Євгенія Березняка, Україна***

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІДМОВ ЗНОСОВОГО ХАРАКТЕРУ ПІД ЧАС ЕКСПЛУАТАЦІЇ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ

Розроблена математична модель відмов, що пов'язані зі зношуванням авіаційної техніки під час її експлуатації. Проведені розрахунки функції розподілу, щільності розподілу та інтенсивності відмов гамма-розподілу при малих коефіцієнтах варіації та відносно низькому значенні середньої швидкості зношування для поточного часу, що змінюється в досить широких межах.

Ключові слова: *зношування, математична модель, авіаційна техніка.*

Вступ. Зношування – один з основних факторів, що обмежують строк служби конструкційних елементів авіаційної техніки (АТ). Питання дослідження зносостійкості виробів АТ, розробки заходів щодо запобігання передчасного їх виходу з ладу, продовження призначених термінів служби та ефективного використання цих зразків АТ є надзвичайно актуальними на сьогоднішній день. Для більшості зразків АТ у сучасних умовах експлуатації, пов'язаних зі значними перепадами температур, навантажень, зміною середовищ тощо, характерними будуть саме відмови, пов'язані зі зношуванням матеріалів, з яких вони зроблені [1–3]. До таких зразків можна віднести: авіаційні колеса, стійки шасі, органи управління літаком, авіаційні генератори, редуктори антен бортових радіолокаційних станцій тощо. Перелічені зразки істотно впливають на безпеку польотів, а інформація про їх технічний стан протягом польоту до екіпажу не поступає. Тому в теперішній час важливою є задача, яка полягає к розробці математичного апарату для моделювання відмов, що виникають саме при зношуванні.

Дослідженню згаданої вище проблеми присвячено ряд наукових праць [4–5]. Так, у роботі [5] розглянуто застосування гамма – розподілу часу безвідмовної роботи та напівмарковського випадкового процесу для опису математичної моделі експлуатації АТ за ресурсом (наробітком).

Постановка завдання. Метою статті є розробка математичної моделі відмов, що виникають при зношуванні, шляхом використання та узагальнення відомих даних щодо гамма-розподілу, а також здійснення розрахунків для визначення функції розподілу, щільності розподілу та інтенсивності відмов для гамма-розподілу при малих коефіцієнтах варіації.

Результати дослідження та їх обговорення. Під час експлуатації та зберігання АТ в металах, пластмасах, композиційних матеріалах накопичуються незворотні зміни, що породжуються зношуванням, корозією, деформаціями та втомою, дифузією одного матеріалу в інший. Це приводить до виникнення відмов. Таким чином, варіації часу безвідмовної роботи породжуються варіаціями якості виготовлення, умов експлуатації та процесами зношування і старіння.

Особливо це притаманне для АТ, що працює при різкій зміні температури повітря, атмосферного тиску, ударних навантажень під час посадки літака.

Припустимо, що на літальний апарат (ЛА) та його обладнання одночасно впливають декілька причин відмов. Якщо одночасно впливає багато чинників, то їх сукупна дія може бути умовно замінена на дію однієї причини, яка може розглядатися як еквівалент всієї множини причин.

Для того, щоб система та її елементи були працездатними, робочі характеристики їх повинні знаходитись у деяких межах, що визначаються видом та призначенням системи. Коли робоча характеристика виходить за встановлені межі, то це кваліфікується як відмова.

Розглянемо ідеалізовану схему зношування, що має такі властивості: середня швидкість зношування є постійною; початкова якість об'єктів є однорідною; швидкість зношування є випадковою.

Будемо вважати, що для відмови об'єкта необхідно накопичення декількох пошкоджень. Наприклад, якщо зношування колеса шасі виникає лише як наслідок гальмування, то для накопичення гранично допустимої величини зношування необхідно здійснити певну кількість гальмувань, тобто здійснити декілька «пошкоджень». Як другий приклад можна привести авіаційну гармату, яка розрахована на певну кількість пострілів. Після кожного пострілу у стволі гармати проходять хімічні процеси, які відбуваються за досить високої температури. При збільшенні кількості пострілів здійснюється поступове порушення каналу ствола, що є характерним саме при зношуванні.

Нехай у випадкові моменти часу виникають одиничні пошкодження рівної величини. При накопиченні k пошкоджень об'єкт відмовляє. Пошкодження відбувається, коли зношування здійснюється миттєво на деяку величину y, яка є постійною. На рис.1 показана схема накопичення пошкоджень. Пунктиром показана пряма, якій ставиться у відповідність середня величина зношування, що накопичилася за час t .

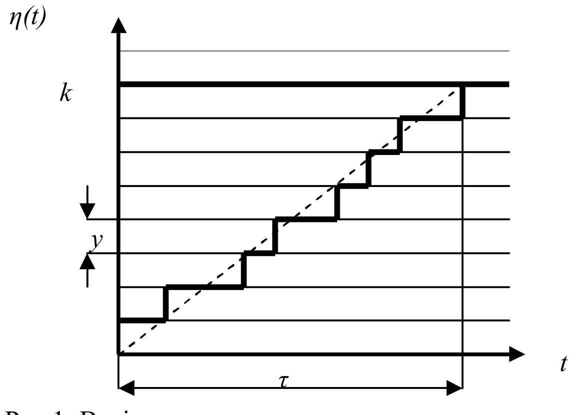

Рис.1. Варіант процесу накопичення пошкоджень

Випадкові варіації величини $\eta(t)$ зношування коло такої прямої обумовлені випадковістю моменту виникнення зношування. При цьому вважається, що імовірність виникнення стрибка зношування за час від t до $t + \Delta t$ дорівнює:

$$P(t) = \lambda \Delta t + 0(\Delta t), \tag{1}$$

де λ – середня швидкість зношування; $0(t)$ – нескінченно мала величина відносно Δt.

Будемо вважати, що імовірність (1) не залежить від кількості пошкоджень на інтервалі від 0 до t.

Схема таких пошкоджень, що накопичуються, має сенс, якщо масове виробництво забезпечує високу однорідність початкової якості об'єктів, а саме – високу однорідність матеріалів, стабільний технологічний процес, жорсткий контроль якості продукції. Крім того, навантаження, що впливають на об'єкти у процесі їх експлуатації, змінюються в досить широких межах, а припрацювання (приробіток) частково забезпечується у заводських умовах.

Відомо [4], що процеси зношування досить добре описуються гамма-розподілом часу τ безвідмовної роботи. Щільність цього розподілу має наступний вигляд:

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{\Gamma(k)}\cdot\lambda^{k}\cdot t^{k-1}\cdot e^{-\lambda t},\ t\geq 0\\ 0,\quad t<0\end{cases}. \tag{2}$$

Тут k–число пошкоджень, необхідних для виникнення відмови; $\Gamma(k)$–гамма-функція, що визначається формулою:

$$\Gamma(k)=\int_{0}^{\infty}x^{k-1}e^{-x}dx\ \cdot \tag{3}$$

Для цілих k: $\Gamma(k)=(k-1)$.

При k=1 отримаємо з (2) експоненціальну щільність.

В теорії обслуговування гамма-розподіл при k, що приймає цілі значення, називається розподілом Ерланга. В математичній статистиці гамма-розподіл часто використовується через тісний зв'язок з нормальним розподілом, тому що сума квадратів $X^{2}=X_{1}^{2}+\ldots+X_{n}^{2}$ взаємо незалежних нормально розподілених випадкових величин з математичним сподіванням 0 та середньоквадратичним відхиленням $\sigma=1$ утворюють так званий закон χ-квадрат розподілу з n ступенями свободи.

Будемо вважати, що M є допустимий рівень зношення, тобто при $\eta(t)=M$ настає відмова. Тоді число пошкоджень до відмови визначається співвідношенням:

$$k=\frac{M}{y} \tag{4}$$

Величина λ задає середню швидкість зношення і визначається з виразу:

$$\lambda=\frac{1}{y}\frac{dM(\eta(t))}{dt} \tag{5}$$

Функція розподілу $F(t)$ гамма-розподілу буде дорівнювати:

$$F(t)=\int_{0}^{t}f(t)dt=\frac{\lambda^{k}}{\Gamma(t)}\int_{0}^{t}t^{k-1}e^{-\lambda t}dt \tag{6}$$

Для цілих k інтегруванням за частинами (6) можна отримати:

$$F(t)=1-\sum_{k=0}^{k-1}\frac{(\lambda t)^{k}}{k!}e^{-\lambda t} \tag{7}$$

При $k=1$ щільність розподілу та функція розподілу будуть: $f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$, $F(t)=1-e^{-\lambda t}$ відповідно, що співпадає з експоненціальним законом розподілу. Математичне очікування $M(\tau)$та дисперсія $D(\tau)$ гамма-розподілу будуть:

$$\begin{cases}\mathrm{M}(\tau)=\dfrac{k}{\lambda}\\ D(\tau)=\dfrac{k}{\lambda^{2}}\end{cases} \tag{8}$$

Коефіцієнт варіацій гамма-розподілу υ буде:

$$\upsilon = \frac{\sigma(t)}{M(t)} = \frac{1}{\sqrt{k}} \tag{9}$$

Такий коефіцієнт з ростом k зменшується. При k=12÷14 розподіл (7) близький до нормального з тими ж значеннями математичного сподівання та дисперсії.

Щільність розподілу для гамма-розподілу буде :

$$f_k(t,k,\lambda) = \frac{dF_k(k,\lambda,t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}\left[e^{\lambda t} - \frac{(\lambda t)^k}{k!}k(\lambda t)^{-k}e^{\lambda t}\left(\Gamma(jk) - \Gamma(k,\lambda,t)\right)\right] - \tag{10}$$
$$- e^{-\lambda t}\left[\lambda e^{\lambda t} - \frac{(\lambda t)^k}{k!}k(\lambda t)^{-k}\lambda e^{\lambda t}\left(\Gamma(k) - \Gamma(k,\lambda,t)\right) - \frac{(\lambda t)^k}{k!}k(\lambda t)^{-k}e^{\lambda t}(\lambda t)\right]$$

Згідно з формулою (7) на рис. 2 показані значення функції розподілу в залежності від часу t при різних значеннях коефіцієнту варіації, що змінювались від k=1 до k=5 при $\lambda = 10^{-2}$ 1/год.

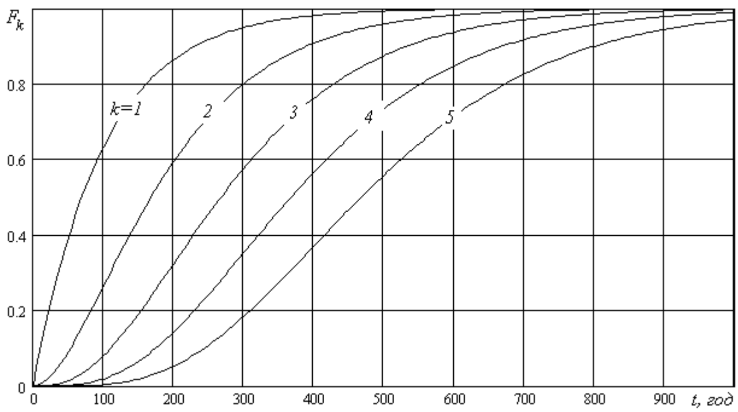

Рис. 2. Інтегральний закон гамма-розподілу при різних значеннях коефіцієнту варіації і при $\lambda_0 = 10^{-2}$ 1/*год*.

Згідно з формулою (10) на рис. 3 показана щільність гамма-розподілу в залежності від поточного часу t при різних значеннях коефіцієнту варіації, що змінювались від k=1 до k=5 при $\lambda = 10^{-2}$ 1/год.

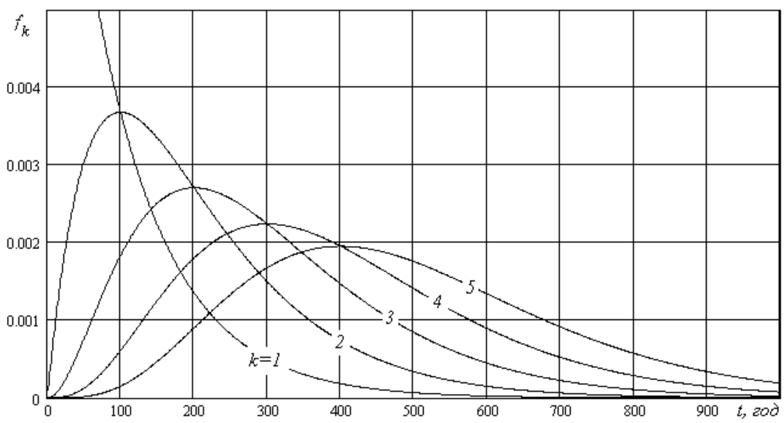

Рис. 3. Щільність гамма-розподілу при різних значеннях коефіцієнту варіації і при $\lambda_0 = 10^{-2}$ 1/*год*.

На практиці для частини пристроїв та систем характерним є поступове зростання інтенсивності відмов. Це означає, що зі збільшенням наробітку зростає загроза відмови. Природною причиною зростання загрози відмови може бути зношення техніки. Коли зношення невелике, то загроза відмови відносно невелика, але при значному зношенні ця загроза стає відчутною.

Розглянемо інтенсивність відмов гамма-розподілу. Для цього скористуємось формулою:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \tag{11}$$

Оскільки у формулі (10) і в формулі (7) через λ позначена середня швидкість зношення, то для виключення плутанини інтенсивність відмов будемо позначати через λ_0. Отже для гамма-розподілу інтенсивність відмов буде дорівнювати:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda^k t^{k-1}}{(k-1)!\left[1 + \frac{1}{1!}\lambda t + \frac{1}{2!}(\lambda t)^2 + \ldots + \frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!}\right]} \tag{12}$$

Згідно з формулою (12) на рис. 4 показано залежності інтенсивності відмов від поточного часу при різних значеннях коефіцієнту варіацій, що змінювались від k=1 до k=5 при $\lambda = 10^{-2}$ 1/год.:

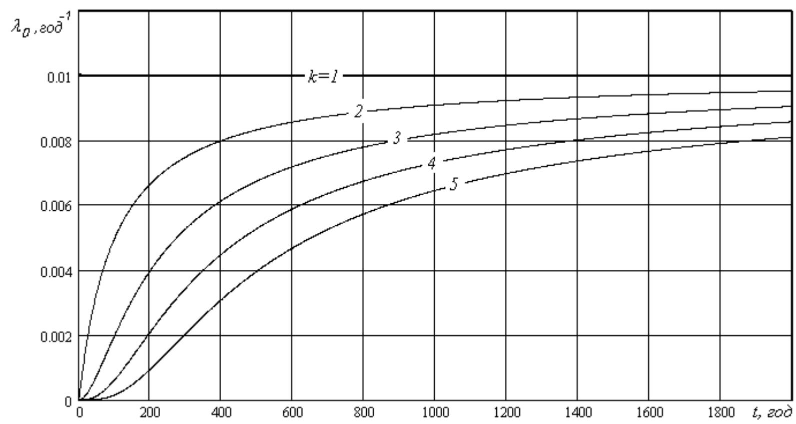

Рис. 4. Залежність інтенсивності відмов для гамма-розподілу від поточного часу при малих коефіцієнтах варіації

З рис. 4 видно, що зі збільшенням поточного часу інтенсивність монотонно зростає, при чому, $\lambda(t)$ при $t \rightarrow \infty$ має за мету λ для експоненціального розподілу. З рис. 4 також видно, що зі збільшенням коефіцієнту варіацій, що змінювались від k=1 до k=5, має місце уповільнення зростання інтенсивності відмов, що добре пояснюється з фізичних міркувань. Адже коефіцієнт k можна розглядати як запас міцності при зношуванні. Коли цей запас зростає, то інтенсивність зменшується.

Висновки. У роботі розроблена математична модель відмов, що пов'язані зі зношуванням авіаційної техніки під час її експлуатації. Проведені розрахунки функції розподілу, щільності розподілу та інтенсивності відмов гамма-розподілу при малих коефіцієнтах варіації та відносно низькому значенні середньої швидкості зношування для поточного часу, що змінюється в досить широких межах. Отримані результати добре співпадають з фізичними уявленнями і можуть бути використані для побудови різних моделей експлуатації авіаційної техніки. Гамма-розподіл є досить доброю моделлю для відмов, що виникають при зношуванні машин та механізмів. Змінюючи коефіцієнт варіацій, можна підібрати його таким, що відповідатиме конкретній статистиці під час розрахунків. При k=1 буде експоненціальний закон розподілу часу безвідмовної роботи, а при k=12÷14 гамма-розподіл добре співпадає з нормальним законом розподілу. Подальшим напрямком досліджень повинно стати підтвердження на основі реальних даних з експлуатації АТ адекватності розробленої моделі та її використання при моделюванні стратегій експлуатації АТ з урахуванням її пошкоджень зносового характеру.

Список літератури

1. Крылов К.А., Хаймзон М.Е. Долговечность узлов трения самолётов. М.: Транспорт, 1976 – 183 с.
2. Костецкий Б.И., Носовский И.Г., Бершадский Л.И. Надежность и долговечность машин - К.: Техніка, 1975. – 408 с.
3. Мірненко В. І. Аналіз стану та перспективи розвитку основних технологічних процесів і методів відновлення та зміцнення конструкційних елементів літальних апаратів військового призначення / В. І. Мірненко, В. Т. Марценківський, О. В. Радько // Труди академії : зб. наук. пр. / Нац. акад. оборони України. – 2006. – № 68. – С. 230–237.
4. Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. Модели отказов. – М.: Сов. Радио,1966. – 166 с.
5. Молдован В.Д., Мостовий В.В., Пустовий С.О., Яблонський П.М. Застосування гамма-розподілу для моделювання відмов, що виникають під час зношення військової техніки. // Труди академії – 2005.–№56. – С.303 – 308.

Стаття надійшла до редакції 12.10.2016

O. V. RADKO, V. D. MOLDOVAN

MATHEMATICAL MODEL OF WEAR CHARACTER FAILURE IN AIRCRAFT OPERATION

In this paper the mathematical model of failures associated with wear during aircraft exploitation is developed. The calculations of the distribution function, distribution density and failure rate gamma distribution at low coefficients of variation and the relatively low value of average wear rate for the current time, which varies quite widely. The results coincide well with the physical concepts and can be used to build different models of aircraft. Gamma distribution is a pretty good model for failures that occur when wear of machines and mechanisms. By varying the ratio of variations, it can pick one that meets specific statistics in the calculations. When k = 1 will be exponential distribution law uptime, and with k = 12 ÷ 14 gamma distribution coincides well with the normal distribution.

Keywords: wear, mathematical model, aviation engineering.

Радько Олег Віталійович – канд. техн. наук, старший науковий співробітник, доцент кафедри машинознавства, Національний авіаційний університет, пр. Космонавта Комарова, 1, м. Київ, Україна, 03680, тел.: +38 044 406 74 14, E-mail: radlviv@ukr.net.

Молдован Володимир Дмитрович – канд. техн. наук, ст. викладач кафедри, Воєнно-дипломатична академія ім. Євгенія Березняка, вул. Мельникова, 81, м. Київ, 04050, тел.: +38 044 483 15 05, E-mail: vl.mold@ukr.net.