УДК 65.0:681.14:519.9

ПІДДУБНА Ольга Олександрівна,
кандидат економічних наук
ПІДДУБНИЙ Костянтин Іванович

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ОСНОВНИХ ФОНДІВ ПІДПРИЄМСТВА

В статті розглянуто питання дослідження залежності динаміки основних фондів підприємства від деяких чинників. Доведено існування, за певних припущень, стійкого розв'язку диференціального рівняння, яке описує динаміку виробничого потенціалу підприємства. Показано, що такий розв'язок може бути використаний для моделювання динаміки основних фондів як складової виробничого потенціалу.

Ключові слова і фрази: *моделювання, виробничий потенціал, стійкий розв'язок, динаміка складових виробничого потенціалу підприємства.*

The article discusses research based dynamics of the core business of some factors. It is prove the existence, under certain assumptions, sustainable solutions of differential equations describing the dynamics of the productive capacity of the enterprise. It is shown that this solution can be used to model the dynamics of the fixed assets as part of the production capacity.

Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими і практичними завданнями. Конкурентоспроможність промислових підприємств пов'язана не тільки з упровадженням нових технологій, нових технічних засобів і продуктів, але й із застосуванням ефективних схем управління. Актуальним є вирішення питання моделювання динаміки виробничого потенціалу підприємства і його складових, а також розробки практичних механізмів активізації його використання.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблеми моделювання складних економічних систем та впровадження сучасних інформаційних технологій у дослідження економічних процесів і явищ розглянуто в працях сучасних вітчизняних та зарубіжних учених: В.В. Вітлінського, В.Б. Занга, М.М. Іванова, Ю.Г. Лисенка, Н.К. Максишко, О.М. Марюти, В.М. Порохні, Л.Н. Сергєєвої, В.М. Тимохіна та ін. Проте проблеми, пов'язані з моделюванням динаміки виробничого потенціалу та його складових, розглянуто фрагментарно. Це викликано, з одного боку, складністю й нерозробленістю цієї проблематики, а з іншого – відсутністю практики управління вітчизняними підприємствами в умовах конкуренції.

У зв'язку із цим стає об'єктивно необхідним запропонувати менеджерам такий інструментарій, який дасть змогу оперативно оцінювати реальні можливості підприємства, виявляти головні резерви та підвищувати ефективність його діяльності для більш повного задоволення суспільних потреб. Вирішення зазначених і пов'язаних з ними питань є необхідним етапом стратегічного управління, що підтверджує те, що проблема моделювання динаміки виробничого потенціалу підприємства, формування стратегії управління наявним потенціалом є однією з найбільш значущих і актуальних як з науково-дослідних позицій, так і з погляду практичної значущості для підприємства.

Таким чином, задача зводиться до аналізу динаміки основних фондів підприємства за допомогою математичних моделей, виходячи з припущення, що вартість виробничого потенціалу підприємства залежить від вартості основних виробничих фондів і швидкості зміни їх вартості, а ефективність використання виробничого потенціалу оцінюється прибутком підприємства.

Виклад основного матеріалу дослідження із обгрунтуванням одержаних результатів. Існує декілька підходів до визначення сутності та структури виробничого потенціалу. Узагальнюючи різні підходи дослідників до складу виробничого потенціалу, можна вважати елементами виробничого потенціалу підприємства всі ресурси, що будь-яким чином пов'язані з функціонуванням і розвитком підприємства: основні виробничі фонди, промислово-виробничий персонал, технологічні можливості, матеріальні ресурси, у тому числі енергетичні, інформаційні ресурси, інноваційно-інвестиційні можливості.

Для дослідження впливу розвитку складових виробничого потенціалу на кінцеві результати функціонування підприємства побудуємо модель залежності прибутку підприємства від динаміки розвитку складових його виробничого потенціалу. Розглянемо лінійну динамічну модель, яка описує підприємство в агрегованому вигляді, з використанням таких показників, як прибуток підприємства, фонд нагромадження, фонд споживання. В основі таких моделей лежать досить загальні припущення про взаємозв'язок цих показників та їхню динаміку, які описуються за допомогою мультиплікатора й акселератора, з використанням кейнсіанської концептуальної основи [4].

Прибуток підприємства $Y(t)$ використовується для споживання $C(t)$ і розширення виробництва $U(t)$:

$$Y(t) = C(t) + U(t). \tag{1}$$

Припустимо, що споживання є лінійною функцією прибутку, тобто

$$C(t) = \alpha Y(t) + \beta \tag{2}$$

де α і β – константи, $\alpha < 1$, $\beta < C$.

Отримуємо

$$Y(t) = \alpha Y(t) + \beta + U(t), \text{ або } Y(t) = \frac{\beta + U(t)}{1-\alpha}. \tag{3}$$

Отже, прибуток підприємства може бути описаний моделлю (3), з якої випливає, що поведінка $Y(t)$ залежить від $U(t)$.

Розширення виробництва $U(t)$ означає інвестиції в розвиток складових виробничого потенціалу. При певних припущеннях можна вважати, що розширення виробництва відбувається за рахунок інвестицій в основні фонди. Позначимо $K(t)$ – вартість основних фондів підприємства, яка змінюється зі швидкістю

$$\frac{dK}{dt} = F(K(t)) \quad , \tag{4}$$

причому $F(K)$ залежить від амортизації основних фондів та інвестицій в основні фонди. Тоді отримуємо

$$Y(t) = \frac{\beta + F(K(t))}{1-\alpha} \quad , \tag{5}$$

що означає, що динаміка прибутку визначається динамікою розвитку основних фондів. Динаміка основних фондів залежить від того, яку частку чистого прибутку керівництво виділяє для розвитку основних фондів. Можливі такі ситуації:

1. Інвестиції в основні фонди дорівнюють амортизації основних фондів у досліджуваний період. При цьому відбувається просте відтворення основних фондів.

2. Чистий прибуток підприємства цілком використовується для розвитку основних фондів. Таке припущення є суто теоретичним, але воно дає змогу оцінити максимально можливий темп збільшення вартості основних фондів без залучення зовнішніх інвесторів.

3. Для розвитку основних фондів використовується лише частка чистого прибутку $p(t)$. Динаміка розвитку основних фондів у цьому випадку залежить від розміру $p(t)$.

Позначимо K_{t+1} вартість основних фондів у періоді t+1, тоді

$$K_{t+1} = K_t + I_t - A_t, \tag{6}$$

де I_t – інвестиції в основні фонди в період t;

A_t – амортизація основних фондів у період t.

Як відомо, для нарахування амортизації, по-перше, визначають термін корисного використання основних засобів за класифікатором, а потім обирають спосіб нарахування амортизації [1].

Нехай

$$A_t = aK_t, \tag{7}$$

де a – коефіцієнт амортизації, $0 < a < 1$.

Інвестиції I_t становлять частку чистого прибутку, тобто $I_t = pY_t$, де Y_t– чистий прибуток підприємства в період t, p – частка чистого прибутку підприємства, яка використовується для оновлення основних фондів, $0 < p < 1$.

У свою чергу, прибуток залежить від вартості основних фондів і може бути описаний за допомогою функції

$$Y_t = f(K_t). \tag{8}$$

Від (6) з урахуванням (7) і (8) переходимо до диференціального рівняння:

$$\frac{dK}{dt} = pf(K) - aK, \tag{9}$$

вартість основних фондів змінюється зі швидкістю, яка дорівнює різниці між інвестиціями в основні фонди й амортизаційними відрахуваннями. Просте відтворення основних фондів відбувається, якщо ця швидкість дорівнює нулю. Тобто коли

$$\frac{dK}{dt} = 0 \Rightarrow pf(K) - aK = 0.$$

Звідси отримуємо нижню границю для $p(t)$:

$$p = \frac{aK}{f(K)}.$$

Режим динаміки складової виробничого потенціалу – основних фондів – визначається функцією *f(K)* і буде монотонним або періодичним. При додатних значеннях швидкості вартість основних фондів зростає, і в певний момент часу t^* досягає максимально можливого значення. Час, за який функція $K(t)$ досягає максимального значення, залежить від того, яка частка прибутку p підприємства виділяється для розвитку основних фондів. Визначення розміру p, яке забезпечить максимальне значення вартості складової виробничого потенціалу за мінімальний час, можна сформулювати як задачу мінімізації часу перехідного режиму, або задачу про швидкодію.

Отже, функція, яка є розв’язком рівняння (9) і може бути використана для моделювання динаміки основних фондів як складової виробничого потенціалу, повинна мати певні властивості. Визначимо умови, за яких це буде відбуватися. Розглянемо загальний випадок:

$$\frac{dK}{dt} = F(K). \tag{10}$$

Якщо $F(K)$ всюди додатна, динаміка вартості складової виробничого потенціалу зростає. Знайдемо умови, за яких динаміка вартості складової виробничого потенціалу буде періодичною. По-перше, визначаємо точки рівноваги K_0 рівняння (10) з умови:

$$\frac{dK}{dt} = 0, \Rightarrow F(K) = 0 \Rightarrow K_0.$$

K_0 визначає розмір прибутку, який забезпечить просте відтворення основних фондів.

Далі в околі точки K_0:

$$F(K) = F(K_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left. \frac{d^k F(K)}{dK^k} \right|_{x=x_0} \cdot \frac{(K-K_0)^k}{k!}.$$

Після заміни $\xi = K - K_0$ приходимо до рівняння

$$\frac{d\xi}{dt} = z(K_0)\xi + \varepsilon(\xi), \tag{11}$$

де

$$z(K_0) = \left. \frac{dF(K)}{dK} \right|_{K=K_0},$$

$$\varepsilon(\xi) = \sum_{k=2}^{\infty} B_k(K_0)\xi^k, \quad B_k(K_0) = \frac{1}{k!} \cdot \left. \frac{d^k F(K)}{dK^k} \right|_{x=x_0}, \quad k \ge 2.$$

Далі знаходимо умови існування періодичного розв'язку рівняння (10). Припустимо, $\xi(t)=e^{rt}$, тоді $r=z(K_0)+e^{-rt}\varepsilon[e^{rt}]$.

Нехай

$$\pi(r,t)=e^{-rt}\varepsilon[e^{rt}],\ \pi(r,t)=b_0+b_1r+b_2r^2+...$$

$$b_2r^2+(b_1-1)r+b_0+z(K_0)=0. \tag{12}$$

Далі визначаємо, за яких умов для (12) буде виконуватись

$$\operatorname{Re}[r]=0\Leftrightarrow\begin{cases}b_1-1=0,\\ b_2(z(K_0)+b_0)<0,\end{cases}\quad \text{де}\quad b_i=\left.\frac{\partial^i\pi}{\partial r^i}\right|_{t=0},\ r\geq 0.$$

Отже, якщо

$$\begin{cases}b_1=1,\\ b_2(z(K_0)+b_0)<0,\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}b_0<-z(K_0),\\ b_1=1,\\ b_2<0,\end{cases}\\ \begin{cases}b_0>-z(K_0),\\ b_1=1,\\ b_2>0,\end{cases}\end{array}\right. \tag{13}$$

отримуємо

$$\xi(t)=\operatorname{Re}[e^{irt}]=\cos rt.$$

Таким чином, у випадку, коли виконуються умови (13), режим динаміки складової виробничого потенціалу буде періодичним і моделюватиметься формулою:

$$K(t)=K_0+C(K_0)\cos rt.$$

Розглянемо режим динаміки вартості основних фондів для різних видів залежності прибутку $Y(t)=f(K(t))$.

1. Лінійна залежність: $Y=a_1K+a_2$. Рівняння (9) має вигляд:

$$\frac{dK}{dt}=p(a_1K+a_2)-aK, \tag{14}$$

де a – коефіцієнт амортизації.

Розв'язком цього рівняння є функція

$$K(t)=e^{(pa_1-a)t}\cdot\int pa_2e^{-(pa_1-a)t}dt=C_1e^{-(pa_1-a)t}+\frac{pa_2}{a-pa_1}, \tag{15}$$

яка є зростаючою, якщо $(pa_1-a)<0$, і спадаючою при $(pa_1-a)>0$.

2. $Y=a_0K^2+a_1K+a_2$. Рівняння (9) у цьому випадку буде рівнянням Бернуллі:

$$\frac{dK}{dt}=p(a_0K^2+a_1K+a_2)-aK. \tag{16}$$

Його розв'язок:

$$K(t)=\frac{[2(pa_1-a)+D]e^{D(t+C)}+[-2(pa_1-a)+D]}{2pa_0-2pa_0e^{D(t+C)}},\tag{17}$$

де

$$D=\sqrt{(pa_1-a)^2-4p^2a_0a_2}.$$

3. $Y=a_0K^{\mu}$. Рівняння (9) і в цьому випадку буде рівнянням Бернуллі:

$$\frac{dK}{dt}=pa_0K^{\mu}-aK.$$

Визначаємо точки рівноваги з умови:

$$\frac{dK}{dt}=0,\Rightarrow pa_0K^{\mu}-aK=0\Rightarrow K(pa_0K^{\mu-1}-a)=0\Rightarrow K^1=0,K^2=\sqrt[\mu-1]{\frac{a}{pa_0}},$$

отже $K_0=\sqrt[\mu-1]{\frac{a}{pa_0}}$ і розв'язок рівняння набуде вигляду:

$$K(t)=\sqrt[\mu-1]{\frac{pa_0}{a}+Ce^{(1-\mu)at}}.$$

Оскільки реакція функції прибутку підприємства $Y(t)$ на інвестування в основні фонди не може бути миттєвою, а відбувається з деяким запізненням, вводимо в рівняння (5) доданок, який буде породжувати таку затримку:

$$Y=\frac{1}{1-\alpha}\left(\beta+\frac{dK}{dt}-\varepsilon\frac{dY}{dt}\right),\tag{18}$$

де ε – невід'ємна константа. І отримуємо таке диференціальне рівняння:

$$\varepsilon\frac{dY}{dt}+(1-\alpha)Y=\beta+k_1$$

де k_1 інвестиції в основні фонди в деякий зафіксований момент часу t_1.
Його розв'язок:

$$Y(t)=\frac{\beta+k_1}{1-\alpha}\left(1-e^{\frac{(\alpha-1)(t-t1)}{\varepsilon}}\right)+Y(t_1)e^{\frac{(\alpha-1)(t-t1)}{\varepsilon}}.\tag{19}$$

Звідси випливає, що величина $Y(t)$ не збільшується миттєво до значення $\frac{\beta+k_1}{1-\alpha}$, вона прагне до цього значення при $t\to\infty$. З практичної точки зору час, за який $Y(t)$ наблизиться до цієї величини із заданою точністю, цілком залежить від параметра ε. Таким чином, $Y(t)$ реагує на зміни вартості основних фондів $K(t)$ з деяким запізненням.

Припустимо, що

$$\frac{dK}{dt}=\psi\left(\frac{dY}{dt}\right).\tag{20}$$

Для достатньо малих $\frac{dY}{dt}$ може виконуватись $K=\gamma Y$, γ – константа. Коли інвестиції досягають свого максимального значення основні фонди не задовольняють цієї вимоги. Це означає, що $\frac{dK}{dt}$ потрібно взяти у вигляді:

$$\frac{dK}{dt} = \psi\left(\frac{dY}{dt}\right) + L, \tag{21}$$

де $\psi\left(\frac{dY}{dt}\right)$ – індуковані інвестиції в основні фонди, які викликані зміною обсягу виробництва, L – вплив інших інвестицій. Тоді рівняння (18) замінюємо на

$$Y = \frac{1}{1-\alpha}\left(\beta + L + \psi\left(\frac{dY}{dt}\right) - \varepsilon\frac{dY}{dt}\right). \tag{22}$$

Функція $\psi\left(\frac{dY}{dt}\right) - \varepsilon\frac{dY}{dt}$ при ε<γ є немонотонною (має і максимуми, і мінімуми) та схожа на кубічну параболу.

Оскільки, на практиці інвестиції в момент часу t залежать не від $\dot{Y}(t)$, а від $\dot{Y}(t-\theta)$, де θ – запізнення (інвестиційний лаг), формулу (22) замінюємо на

$$\varepsilon\dot{Y}(t) + (1-\alpha)Y(t) - \psi(\dot{Y}(t-\theta)) = \beta + L \tag{23}$$

Або, враховуючи, що τ = t - θ , маємо

$$\varepsilon\dot{Y}(\tau+\theta) + (1-\alpha)Y(\tau+\theta) - \psi(\dot{Y}(\tau)) = \beta + L. \tag{24}$$

Розкладаємо ліву частину рівняння за степенями θ і залишаємо лише члени першого порядку за θ , отримуємо

$$\varepsilon\theta\ddot{Y}(\tau) + [\varepsilon + (1-\alpha)\theta]\dot{Y}(\tau) - \psi(\dot{Y}(\tau)) + (1-\alpha)Y(\tau) = \beta + L. \tag{25}$$

Якщо припустити, що $\beta + L$ – константа й замінити $y = Y - \frac{\beta + L}{1-\alpha}$, рівняння (25) отримуємо в однорідній формі:

$$\varepsilon\theta\ddot{y} + [\varepsilon + (1-\alpha)\theta]\dot{y} - \psi(\dot{y}) + (1-\alpha)y = 0 \tag{26}$$

Якщо зробимо заміну

$$x = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\varepsilon\theta}}y, \qquad t = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\varepsilon\theta}}\tau$$

і позначимо

$$\chi(\dot{x}) = \frac{[\varepsilon + (1-\alpha)\theta]\dot{y} - \psi(\dot{y})}{\sqrt{(1-\alpha)\varepsilon\theta}},$$

тоді отримаємо рівняння

$$\ddot{x} + \chi(\dot{x}) + x = 0. \tag{27}$$

Як відомо [2], якщо $\varepsilon + (1-\alpha)\theta < \gamma$, тоді функція $\chi(\dot{x})$ виглядом і властивостями схожа на кубічну параболу, а рівняння виду (27) є рівнянням Релея і для нього існує стійкий граничний цикл.

Висновки та перспективи подальших наукових досліджень. Побудовано модель динаміки основних фондів підприємства для різних функцій залежності прибутку підприємства від вартості основних фондів: лінійної, квадратичної, степеневої.

Побудована в роботі функція, яка є розв'язком рівняння (9) може бути використана для моделювання динаміки основних фондів як складової виробничого потенціалу.

Список використаних джерел та літератури:

1. Потенциал инновационного развития предпрятия : монография / А. А. Епифанов и др. – Сумы, 2005. – 255 с.
2. Эрроумсмит Д. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями / Д. Эрроумсмит, К. Плейс ; пер. с англ. – М. : Мир, 1986. – 243 с.
3. Горяча О.Л. Методичні підходи до оцінки виробничого потенціалу підприємства / О. Л. Горяча // Шляхи рішення проблем функціонування економічних систем // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна. – Серія економічна. – Вип. № 630. – Харків, 2004. – С. 92-99.
4. Клейнер Г. Б. Производственные функции: теория, методы, применение / Г. Б. Клейнер. – М. : Финансы и статистика, 1986. – 239 с.
5. Управління потенціалом підприємства: навч. посібник / [І. З. Должанський, Т. О. Загорна, О. О. Удалих, І. М. Герасименко, В. М. Ращупкіна]. – К. : ЦНЛ, 2006. – 362 с.
6. Занг В. Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории / В. Б. Занг ; пер. с англ. – М. : Мир, 1999. – 335 с.