математичної освіти, слід розкрити її сутність, вивчити внутрішні процеси, а не зупинятися лише на зовнішньому боці явища фундаменталізації.

Таким чином, як вихідне теоретичне положення фундаменталізації освіти приймається ідея єдності світу, що виявляється в загальному взаємозв'язку у сфері неживого, живого, духовного. Єдність світу виявляється в єдності культурної, наукової і практичної сфер цивілізації і, як наслідок, в органічних зв'язках усіх наук. До подальших напрямів дослідження відносимо філософський аналіз проблеми фундаменталізації змісту освіти у контексті законів філософії.

Література:

1.Делия В. П. Формирование и развитие инновационной образовательной среды гуманитарного вуза : научное издание / Виктор Павлович Делия. — М.: ДЕ-ПО, 2008. — 484 с.

2.Мельник Л. Г. Фундаментальные основы развития / Леонид Григорьевич Мельник. — Сумы : Университетская книга, 2003. — 288 с.

3.Педагогика: большая современная энциклопедия / сост. Е. С. Рапоцевич. — Мн. : Современное слово, 2005. — 720 с.

4.Попков В. А. Теория и практика высшего профессионального образования : учебное пособие для системы дополнительного педагогического образования / В. А. Попков, А. В. Коржуев. — М. : Академический Проект, 2004. — 432 с.

5.Хьелл Л. Теории личности / Л. Хьелл, Д. Зиглер. — СПб. : Питер, 1997. — 606 с.

У статті обґрунтовано філософські передумови реалізації принципу фундаменталізації змісту освіти у вищій школі. Проаналізовано у контексті реалізації принципу фундаменталізації у професійній освіті основні філософські категорії: сутність і явище, зовнішнє і внутрішнє, одиничне і загальне, можливість і дійсність, причина і наслідок та ін.

Ключові слова: *принцип фундаменталізації, філософські передумови ,професійна підготовка, математична підготовка, майбутні економісти, зміст освіти.*

В статье обосновано философские предисловия реализации принципа фундаментализации содержания образования в высших учебных заведениях. Проанализировано у контексте реализации принципа фундаментализации в профессиональном образовании основные философские категории: сущность и явление, внешнее и внутренне, единичное и общее, возможность и действительность, причина и следствие и др.

Ключевые слова: *принцип фундаментализации, философские предисловия, профессиональная подготовка , математическая подготовка, будущие экономисты, содержание образования.*

The article substantiates the philosophical background of fundamentalization principle of educational content in high school. Basic philosophical categories: essence and phenomenon, external and internal, individual and universal, the possibility and reality, cause and effect etc. are analyzed in the context of the fundamentalization principle in professional education.

Keywords*: fundamentalization principle, philosophical background, training, mathematical training, future economists, educational content.*

УДК 378.14

Т.В. Емельянова, Т.А. Ярхо
г. Харьков, Украина

ОБ ОДНОМ ПРИМЕРЕ РЕАЛИЗАЦИИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ОБЩЕГО КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Одним из факторов повышения качества фундаментального образования в высшем техническом университете является совершенствование содержательной составляющей математического образования, создающего основу будущей специальной подготовки студентов, а также развивающего их пространственное, логическое, образное направления мышления, оказывая положительное влияние на общий уровень интеллектуального развития.

Важным обстоятельством, обусловившим актуальность проблемы углубления фундаментального и, в частности, математического образования в высших технических вузах явилось резкое снижение в последние годы уровня понимания сути изучаемого материала студентами в курсах соответствующих дисциплин.

«Понимание» замещается «узнаванием» знакомой информации, формальным заучиванием определений и утверждений без анализа их смысла, умением решать конкретные задачи «по формуле».

В настоящее время Научным педагогическим сообществом уделяется большое внимание вопросам углубления фундаментального образования в технических вузах, компетентностному подходу к образованию [5, с. 60]. Предлагаются пути реорганизации учебного процесса, изменение учебных программ и методик преподавания фундаментальных дисциплин, в частности, математических [1, с. 72; 2, с. 52; 3, с.3; 4, с.5; 5, с. 60; 6, с. 4].

В данной работе приведен вариант изложения введения в тему «Числовые ряды» общего курса высшей математики как реализация одного из направлений совершенствования содержательной составляющей общего курса высшей математики [7].

Теория рядов является одним из основополагающих разделов общего курса высшей математики технического университета в связи с важностью её практических приложений [8]. Теория степенных рядов используется, прежде всего, при составлении алгоритмов вычисления значений функций и интегралов, а также приближенном интегрировании дифференциальных уравнений. Теория тригонометрических рядов используется при изучении различных периодических процессов, имеющих место в природе и технике.

Основой всей теории рядов является теория числовых рядов, которую в последние годы принято излагать достаточно бегло, в связи с её кажущейся «простотой». Однако значимость теории числовых рядов для глубокого понимания всего раздела вызывает необходимость её обстоятельного изложения [9].

При обучении математике студентов, для которых эта дисциплина не является профилирующей, обычно возникают трудности поиска оптимального стиля изложения, сочетающего формальную математическую строгость, доступность и наглядность. В этом смысле теория рядов доставляет дополнительные трудности, связанные с необычностью самого объекта изучения – «суммы бесконечного числа слагаемых».

Данная работа ставит целью преодоление перечисленных проблем в части систематического изложения в указанном стиле важных аспектов введения в тему «Числовые ряды», которые недостаточно отражены либо вовсе не изложены в известной учебной литературе по курсу высшей математики для технических университетов.

1. Определение числового ряда и его сходимости

Операция сложения чисел (действительных либо комплексных) позволяет найти сумму $\mathrm{S_n}$ любого их конечного набора $u_1, u_2, ..., u_n$:

$$\mathrm{S_n} = u_1 + u_2 + ... + u_n.$$

Действие сложения подчинено коммутативному, ассоциативному и дистрибутивному законам.

Рассмотрим теперь бесконечную последовательность действительных чисел $u_1, u_2, ..., u_n, ...$.

Определение. Выражение

$$u_1 + u_2 + ... + u_n + ... \tag{1}$$

называется числовым рядом (или просто рядом), а элементы последовательности $u_1, u_2, ..., u_n, ...$ - членами ряда.

Для обозначения ряда (1) применяют следующую запись: $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$.

Само по себе выражение (1) никакого определенного смысла не имеет, потому что действие сложения определено лишь для конечного числа слагаемых. Следовательно, этому выражению предстоит приписать смысл. Очевидно, это следует сделать так, чтобы «бесконечная сумма», прежде всего, была «похожа» на обычные суммы.

Определение. Сумма n первых членов ряда (1)

$$\mathrm{S}_{\mathrm{n}} = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$$

называется n - ой частичной суммой (или отрезком) этого ряда.

Очевидно, первая, вторая, третья и т.д. частичные суммы ряда

$$\mathrm{S}_1 = u_1;\ \mathrm{S}_2 = u_1 + u_2;\ \mathrm{S}_3 = u_1 + u_2 + u_3, \ldots$$

составляют бесконечную последовательность. Эту последовательность частичных сумм $\{S_n\}$ будем сопоставлять с рядом (1).

Определение. Ряд (1) называется сходящимся, если последовательность его частичных сумм $\{S_n\}$ имеет конечный предел:

$$\lim_{n\to\infty} S_n = S.$$

Значение S этого предела называют суммой ряда (1), и пишут: $S = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$, придавая тем самым выражению (1) числовой смысл.

Определение. Ряд (1) называется расходящимся, если последовательность его частичных сумм $\{S_n\}$ предела не имеет (в частности, если члены последовательности частичных сумм неограниченно возрастают по модулю).

Заметим, что всякая сумма конечного числа слагаемых является частным случаем сходящегося ряда. Действительно, пусть дана некоторая сумма

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_{\mathrm{k}}. \qquad (2)$$

Приписав к ней бесконечное число нулей, мы получим ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_{\mathrm{k}} + 0 + 0 + \ldots + 0 + \ldots \qquad (3)$$

Очевидно, что для этого ряда

$$\mathrm{S}_1 = u_1;$$

$$\mathrm{S}_2 = u_1 + u_2;$$

…………………......................

$$\mathrm{S}_{\mathrm{k}} = u_1 + u_2 + \ldots + u_k;$$

$$S_{k+1} = u_1 + u_2 + \ldots + u_k + 0 = S_k;$$

$$S_{k+2} = u_1 + u_2 + \ldots + u_k + 0 + 0 = S_k;$$

....

Значит, $\lim_{n\to\infty} S_n = S_k$.

Поэтому ряд (3) сходится, и его сумма равна S_k, то есть сумме (2). Содержание теории числовых рядов состоит в установлении их сходимости или расходимости и в вычислении сумм сходящихся рядов.

2.Непосредственное доказательство сходимости или расходимости ряда

Ряд считается заданным, если известно правило, по которому для любого номера *n* можно записать соответствующий член ряда. В этом случае член ряда описывается как некоторая функция своего номера. Аналитическое выражение этой функции $u_n = f(n)$ называют общим членом ряда.

Можно доказывать сходимость или расходимость каждого ряда, а также вычислять сумму сходящегося ряда, опираясь непосредственно на определения сходимости и суммы. А именно, в каждом случае можно попытаться составить аналитическое выражение для n-ной частичной суммы ряда и найти предел этого выражения при неограниченном возрастании n.

Пример. Рассмотрим ряд

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}.$$

Запишем n - частичную сумму ряда

$$S_n=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}.$$

Слагаемые этой суммы могут быть представлены в виде:

$$\frac{1}{1\cdot 2}=1-\frac{1}{2};\ \frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3};\ldots;\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.$$

Поэтому

$$S_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=1-\frac{1}{n+1};$$

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1-\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}=1.$$

Таким образом, данный ряд является сходящимся, и его сумма $S=1$.

Пример. Рассмотрим ряд

$$1-1+1-1+\ldots(-1)^{n+1}=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}.$$

Выпишем последовательность частичных сумм этого ряда

$$S_1=1;S_2=0;S_3=1;S_4=0;\ldots.$$

Очевидно, что всякая частичная сумма с четным номером равна 0, а всякая частичная сумма с нечетным номером равна 1. Последовательность частичных сумм данного ряда предела не имеет. Следовательно, этот ряд расходится и не имеет суммы.

В рассмотренных примерах мы устанавливали сходимость или расходимость ряда непосредственным или «естественным» путем, пользуясь определением сходимости и формулой для n - частичной суммы.

Однако в большинстве случаев этот путь оказывается неудобным из-за трудностей явного вычисления частичной суммы ряда S_n, нахождения компактной формулы для нее и определения предела последовательности $\{S_n\}$. В связи с этим, представляют интерес методы анализа рядов, позволяющие вычислять их суммы непосредственно, минуя вычисление частичных сумм. Также представляют интерес приемы, позволяющие устанавливать сходимость и расходимость рядов без нахождения их сумм (так называемые признаки сходимости рядов).

3. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 1. Если ряд

$$u_1+u_2+\ldots+u_n+\ldots$$

сходится, то его общий член стремится к нулю при неограниченном возрастании его номера:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=0$$

Следствие (достаточный признак расходимости ряда). Если общий член ряда не стремится к нулю при неограниченном возрастании его номера, то ряд расходится.

Следует твёрдо помнить, что рассмотренный необходимый признак сходимости ряда не является достаточным, т.е. из того, что n - й член ряда стремится к нулю при $n \to \infty$ еще не следует, что ряд сходится (ряд может и расходится).

Пример. Рассмотрим так называемый гармонический ряд

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}+...=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}. \tag{4}$$

Здесь $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$. Тем не менее, гармонический ряд расходится. Докажем это.

Предположим противное: пусть гармонический ряд сходится, и его сумма равна S. По определению сходящегося ряда это означает, что $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S$,

где S_n - частичная сумма ряда. Тогда также справедливо равенство

$\lim\limits_{n\to\infty} S_{2n} = S$,

так как при $n \to \infty$ и $2n \to \infty$. Вычитая из последнего равенства предыдущее, будем иметь

$$\lim_{n\to\infty} S_{2n} - \lim_{n\to\infty} S_n = 0;$$

$$\lim_{n\to\infty}(S_{2n} - S_n) = 0 \tag{5}$$

Рассмотрим разность

$$S_{2n}-S_n=\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2n}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{n}\right)=$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{n.}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{n}\right)=$$

$$=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}>\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+...+\frac{1}{2n}=n\cdot\frac{1}{2n}=\frac{1}{2}.$$

Таким образом, $S_{2n} - S_n > \frac{1}{2}$.

По теореме о предельном переходе в неравенстве

$\lim\limits_{n\to\infty}(S_{2n} - S_n) \geq \frac{1}{2}$,

что противоречит равенству (5). Следовательно, гармонический ряд расходится.

4. Критерий Коши сходимости ряда

Напомним одну важную теорему из теории пределов, называемую критерием Коши существования предела последовательности.

Теорема 2. Пусть

$$S_1, S_2, ..., S_n, ... \tag{6}$$

некоторая числовая последовательность.

Для того, чтобы она имела конечный предел, необходимо и достаточно, чтобы для любого числа $\varepsilon > 0$ существовал такой номер $N = N(\varepsilon)$,что для всех $n > N$ и $n' > N$ справедливо

$$\left|S_{n'} - S_n\right| < \varepsilon .$$

Как видно, суть состоит в том, что элементы сходящийся последовательности безгранично сближаются между собой, по мере возрастания их номеров.

Применим сформулированную теорему 2 к теории рядов, считая (6) последовательностью частичных сумм ряда, а $n' = n + m$, где $m > 0$ - целое число.

Теорема 3 (критерий Коши сходимости ряда).

Для того, чтобы ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \tag{7}$$

сходился, необходимо и достаточно, чтобы последовательность его частичных сумм $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$ обладала следующим свойством: каково бы ни было $\varepsilon > 0$, существует такой номер $N = N(\varepsilon)$, что для всех $n > N$ и всех целых $m > 0$ имеет место неравенство

$$\left|S_{n+m} - S_m\right| < \varepsilon . \tag{8}$$

Разъясним смысл теоремы 3. Для сходимости ряда (7) необходимо и достаточно, чтобы по любому заданному $\varepsilon > 0$ нашелся такой номер N, что сумма любого числа последовательных членов ряда с номерами, большими N, меньше ε. Другими словами, сходимость ряда означает, что сколь угодно «длинные» суммы его последовательных членов должны быть малыми, если только они состоят из «достаточно далеких» членов ряда.

Рассмотрим на примере использование критерия Коши для доказательства сходимости ряда.

Пример. Доказать, что ряд $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots + \frac{1}{n^2} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится.

Доказательство. В силу критерия Коши, нужно найти такое число N, что при всех $n > N$ и произвольном целом $m > 0$ будет выполняться неравенство

$$\left|S_{n+m} - S_m\right| < \varepsilon$$

каково бы ни было положительное число ε. Имеем

$$\left|S_{n+m} - S_m\right| = \left|\left(1 + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \ldots + \frac{1}{(n+m)^2}\right) - \left(1 + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{n^2}\right)\right| =$$

$$= \left|\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \ldots + \frac{1}{(n+m)^2}\right| = \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \ldots + \frac{1}{(n+m)^2}.$$

Так как

$$\frac{1}{(n+1)^2} < \frac{1}{(n+1)n} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1};$$

$$\frac{1}{(n+2)^2} < \frac{1}{(n+2)(n+1)} = \frac{1}{(n+1)} - \frac{1}{(n+2)};$$

....

$$\frac{1}{(n+m)^2} < \frac{1}{(n+m)(n+m-1)} = \frac{1}{(n+m-1)} - \frac{1}{(n+m)},$$

то

$$\left|S_{n+m} - S_m\right| < \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) + \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n+m-1} - \frac{1}{n+m}\right) =$$

$$= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+m} < \frac{1}{n}.$$

Получили: при произвольном натуральном n и целом m>0 имеет место неравенство: $\left|S_{n+m} - S_m\right| < \frac{1}{n}.$

Зададим теперь произвольное ε>0 и положим $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$, где $\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$ - целая часть числа $\frac{1}{\varepsilon}$. Тогда, для $n > N$, поскольку n – целое число, справедливо: $n \geq \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] + 1 > \frac{1}{\varepsilon}$, откуда $n > \frac{1}{\varepsilon}$, а, следовательно, $\frac{1}{n} < \varepsilon$. Значит, $\left|S_{n+m} - S_m\right| < \frac{1}{n} < \varepsilon$.

Таким образом, для произвольного $\varepsilon > 0$ найден номер $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$ такой, что для всех $n > N$ при любом целом $m > 0$ выполняется неравенство: $\left|S_{n+m} - S_n\right| < \varepsilon$.

По критерию Коши сходимости ряда, данный ряд сходится.

В принципе, можно было бы сходимость любого ряда исследовать по критерию Коши. Однако тогда, приступая к изучению какого-либо нового ряда, мы вынуждены были бы каждый раз начинать исследование «с нуля». Возможности изучения рядов при этом ограничились бы использованием индивидуальных особенностей каждого из изучаемых рядов, а теория рядов представляла бы собой набор разрозненных задач.

Для систематического построения теории числовых рядов, прежде всего, необходимо установить связи между поведением одних рядов и поведением других. Это позволит в дальнейшем использовать сведения, полученные в результате анализа одних рядов, для упрощения исследования других рядов.

5. Свойства сходящихся рядов, подобные свойствам конечных сумм

Понятие суммы числового ряда существенно отличается от понятия суммы конечного числа слагаемых тем, что включает в себя предельный переход. Однако, некоторые свойства обычных сумм переносятся и на суммы числовых рядов. Рассмотрим эти свойства.

Теорема 4 (ассоциативный закон для сходящихся рядов).

Если в сходящемся ряде

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \tag{9}$$

произвольно объединить соседние члены в группы, не нарушая порядка членов:

$$\left(u_1 + \ldots + u_{n_1}\right) + \left(u_{n+1_1} + \ldots + u_{n_2}\right) + \left(u_{n_2+1} + .. + u_{n_3}\right) + \ldots$$

и найти суммы $v_1, v_2, \ldots, v_n, \ldots$ членов, входящих в каждую из групп то составленный из этих сумм ряд

$$v_1 + v_2 + \ldots + v_n + \ldots \tag{10}$$

будет сходиться и иметь ту же сумму, что и первоначальный ряд (9).

Из теоремы 4 вытекает:

Следствие. Если в результате описанного в условии теоремы 4 объединения получен расходящийся ряд (10), то и первоначально взятый ряд (9) также расходится.

Замечание 1. Теорема, обратная теореме 4, вообще говоря, неверна. Из сходимости ряда (10) сходимость ряда (9) может и не следовать (так же, как из сходимости какой-нибудь подпоследовательности, вообще говоря, не следует сходимость всей последовательности). Таким образом, если ряд (10) сходится, и члены его являются алгебраическими суммами конечного числа слагаемых

$$\left(u_1 + \ldots + u_{n_1}\right) + \left(u_{n+1_1} + \ldots + u_{n_2}\right) + \left(u_{n_2+1} + .. + u_{n_3}\right) + \ldots$$

то, опустив скобки в этом ряде, можно получить расходящийся ряд.

Пример. Рассмотрим сходящиеся ряды:

(1-1)+ (1-1) + ... + (1-1) + ... = 0 + 0 + ... + 0 + ...

1-(1-1)- (1-1) -...-(1-1)-... =1-0-0 -...-0-....

Суммы этих рядов соответственно равны 0 и 1. Опустив скобки в каждом из рассмотренных сходящихся рядов, получим расходящийся ряд:

$$1 - 1 + 1 - 1 + \ldots + (-1)^{n-1} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}.$$

Замечание 2. В частном случае, если все члены исходного ряда (9) положительны, теорема, обратная теореме 4, справедлива, то есть из сходимости ряда (10) следует сходимость исходного ряда (9).

Теорема 5 (дистрибутивный закон для сходящихся рядов).

Пусть дан некоторый ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \qquad (11)$$

C - произвольное, отличное от нуля число. Тогда ряд

$$\tilde{N}u_1 + \tilde{N}u_2 + \ldots + \tilde{N}u_n + \ldots \qquad (12)$$

сходится тогда и только тогда, когда сходится ряд (11).

Если ряд (11) сходится, и сумма его равна S. то сумма ряда (12) равна CS.

Пример. Исследовать сходимость ряда $-2 - 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} - \ldots$.

Решение. Данный ряд образован умножением на число (-2) всех членов гармонического ряда:

$$-2 - 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} - \ldots = -2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots\right).$$

Поскольку гармонический ряд расходится, на основании теоремы 5, расходится и данный ряд.

Замечание 3. Теоремы 4 и 5 устанавливают свойства ассоциативности и дистрибутивности для рядов, аналогичные свойствам конечных сумм. Теорема, аналогичная коммутативности сложения, о возможности переставлять в ряде члены, носит более узкий характер и справедлива уже не для всехрядов. В частности, для рядов с положительными членами произвольная перестановка членов не нарушает сходимости рядов и не изменяет суммы сходящихся рядов.

Теорема 6. Пусть дан ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \qquad (13)$$

с неотрицательными членами, а ряд

$$v_1 + v_2 + \ldots + v_n + \ldots \qquad (14)$$

получается из ряда (13) произвольной перестановкой его членов.

Тогда, если ряд (13) сходится, то ряд (14) также сходится и имеет ту же сумму, что и ряд (13).

6. Признаки сходимости рядов

Признаками сходимости рядов называют приемы, позволяющие устанавливать сходимость или расходимость числовых рядов. К числу необходимых и достаточных признаков сходимости относится прием непосредственного установления сходимости ряда, путем составления последовательности его частичных сумм и выяснения вопроса о существовании ее предела. Другим необходимым и достаточным признаком является критерий Коши сходимости ряда. Стремление к нулю общего члена ряда по мере роста его номера является признаком сходимости, однако, только необходимым, но не достаточным.

Факт отсутствия стремления к нулю общего члена ряда с ростом *n* является достаточным признаком расходимости ряда.

К достаточным признакам сходимости рядов с неотрицательными членами относят признаки сравнения, признак Даламбера, признаки Коши (радикальный и интегральный), подробно рассмотренные в известной литературе.

Завершим изложение замечаниями о преимуществах и недостатках различных признаков сходимости рядов с неотрицательными членами. Существуют примеры, показывающие, что интегральный признак Коши позволяет сделать заключение о поведении ряда в тех случаях, когда признаки Даламбера и Коши (радикальный) не решают вопроса о характере сходимости, то есть когда

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1 \quad \text{и} \quad \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1.$$

В целом следует иметь в виду, что признаки Даламбера и Коши обладают достаточно большой широтой применимости и относительно несложны при практическом использовании. Однако, во многих случаях они оказываются недостаточно «чувствительными».

Являясь необходимым и достаточным, интегральный признак Коши обладает идеальной «чувствительностью». Однако, его практическое применение во многих случаях затруднительно, поскольку зачастую вычисление несобственного интеграла представляет собой сложную задачу.

Приведенное изложение введения в тему «Числовые ряды», на наш взгляд, демонстрирует сочетание достаточно строгого, формального подхода с качественным анализом нового объекта изучения и его свойств.

Непосредственное доказательство сходимости или расходимости рядов, наряду с примером применения критерия Коши, мотивирует необходимость дальнейшего систематического построения теории.

Анализ преимуществ и недостатков различных признаков сходимости рядов способствует их «осознанному» применению при решении практических задач.

По нашему мнению, стиль и глубина рассмотрения материала приведенного примера могут быть взяты за основу изложения дальнейших аспектов раздела.

Литература:

1. Егорова И.П. Организация математической подготовки студентов технических специальностей вузов в условиях развития современного общества. / И.П.Егорова. // Современные наукоемкие технологии. – 2007. – № 3. – С. 72-73.

2. Ярхо Т.А. Информационные технологии и стратегии обучения высшей математике в техническом вузе. / Т.А.Ярхо. // Новый Коллегиум. – 2007. – №6. – С. 52-54.

3. Ярхо Т.А. Перспективы совершенствования математической подготовки в техническом вузе в условиях многоуровневого образования. / Т.А. Ярхо. // Збірник наукових праць за матеріалами міжвузівської науково-методичної конференції «Розвиток творчих здібностей студентів при викладанні фундаментальних дисциплін у технічному ВНЗ в умовах світової інтеграції освіти і науки». – Харків, 2009. –Харків: Видавництво ХНАДУ. – С. 3-5.

4. Емельянова Т.В. О совершенствовании технического образования студентов технических ВУЗов. /

Т.В. Емельянова. // Збірник наукових праць за матеріалами міжвузівської науково-методичної конференції «Розвиток творчих здібностей студентів при викладанні фундаментальних дисциплін у технічному ВНЗ в умовах світової інтеграції освіти і науки». – Харків, 2009. Харків: Видавництво ХНАДУ. – С. 53-58.

5. Петрук В.А. Компетентностно - ориентированная система преподавания фундаментальных дисциплин в технических вузах. / В.А.Петрук // Инженерное образование. – 2009. – Выпуск 5. – С. 60-65.

6. Пустовой Н., Зима Е. Формирование компетенций современного инженера в условиях перехода на двухуровневую систему образования. / Н.Пустовой, Е.Зима // Высшее образование в России. – 2008. – № 10.- С. 4-7.

7. Емельянова Т.В., Ярхо Т.А. Методология математической подготовки студентов технического университета в современных условиях / Т.В.Емельянова, Т.А.Ярхо // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб. наук. праць. – 2010. – вип.25. – 8 Стор.

8. Воробьев Н.Н. Теория рядов / Н.Н.Воробьев. – М.: Наука. - 1976. –367с.

У роботі запропоновано варіант викладу введення в тему «Числові ряди» загального курсу вищої математики як реалізація вдосконалювання змістовної складової класичної математичної підготовки в контексті фундаменталізації вищої технічної освіти.

В работе предложен вариант изложения введения в тему «Числовые ряды» общего курса высшей математики как реализация совершенствования содержательной составляющей классической математической подготовки в контексте фундаментализации высшего технического образования.

***Ключевые слова**: высшее техническое образование, фундаментализация высшего образования, мышление, классическая математическая подготовка, числовой ряд, числовая последовательность, конечная сумма, сходимость ряда, расходимость ряда, доказательство.*

The paper suggests a variant of the description of the introduction into the subject of «Numeric Series» of the general course of Higher Mathematics as realization of the improvement of the informative constituent of the classical mathematical preparation in the framework of fundamentalization of higher technical education.