

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗМІСТУ КУРСІВ ВИЩОЇ АЛГЕБРИ РІЗНИХ УНІВЕРСИТЕТІВ СВІТУ

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі розвитку вітчизняної вищої освіти, основні тенденції якого детермінуються стратегією євроінтеграції і приєднанням України до Болонського процесу, основним завданням вітчизняних вищих навчальних закладів стає забезпечення такої фахової підготовки випускників, яка б відповідала міжнародним стандартам. Реалізація цього завдання вимагає вивчення й аналізу міжнародного досвіду формування змісту програм підготовки фахівців.

У роботі [1] було висвітлено різноманітні існуючі підходи до побудови курсу вищої алгебри для майбутніх учителів математики різних університетів світу, здійснено порівняльний аналіз структури курсу, місця в програмі підготовки, обсягу в кредитах і годинах. Встановлено, що за даними характеристиками вітчизняний курс вищої алгебри в цілому відповідає міжнародним та європейським стандартам.

**Метою даної роботи** є порівняльний аналіз змісту програм курсу вищої алгебри в університетах різних країн.

**Виклад основного матеріалу.** На підсумковій колегії МОН «Про підсумки розвитку загальної середньої, дошкільної та позашкільної освіти у 2008/2009 н.р. та завдання на 2009/2010 н.р.» було запропоновано змінити підходи до підготовки вчителя: спочатку готувати фахівця-математика, історика і лише після отримання фахового диплому за рекомендацією університету надати можливість випускнику продовжити навчання і стати вчителем (так звана, послідовна модель підготовки педагогічного працівника).

Стверджувалось, що саме в такий спосіб здійснюється підготовка вчителя на Заході. Аналіз програм підготовки вчителів математики в університетах різних країн світу показав, що в Європі, насправді, одночасно співіснують дві моделі: «послідовна» і «паралельна» (паралельна модель передбачає орієнтацію на педагогічну професію з перших днів навчання в університеті). Не можна стверджувати, що якась із моделей має більше поширення. Швидше, використання тієї чи іншої моделі пов'язане із історичними традиціями. Прихильники послідовної моделі на Україні як аргумент наводять відсутність в більшості країн спеціалізованих ВНЗ для підготовки вчителя. Так, дійсно, в багатьох країнах підготовка фахівців одного напрямку, але різної кваліфікації, здійснюється в межах одного «класичного» університету. Але натомість, все більшого поширення знаходить практика індивідуального формування власної освітньої траєкторії: із запропонованого переліку дисциплін, зважаючи на особисті потреби, нахили, студент має можливість вибору. Для одержання певної кваліфікації встановлено певний мінімальний набір дисциплін. Студент має можливість самостійно визначати ступінь поглибленості у вивченні тих чи інших дисциплін. При цьому курси для отримання кваліфікації вчителя відрізняються від курсів для майбутнього математика-дослідника, математика-інженера, математика-програміста тощо як за терміном вивчення, так і за змістовим наповненням, формами роботи.

Диференційованість курсів для майбутніх учителів і майбутніх дослідників, на нашу думку, необхідна: сучасній школі потрібен не стільки предметник-математик, скільки фахівець, який володіє методикою викладання, має необхідні психологічні та педагогічні знання та практичні навички керування учнівським колективом, знає, як знайти підхід до кожної окремої дитини, як захопити її красою математики, знаходить контакти із абсолютно різними дорослими людьми. Безперечно, майбутньому вчителю математики необхідна фундаментальна математична підготовка, яка б забезпечувала його дієвими знаннями в межах, що далеко сягають за рамки ШКМ, але ця фундаментальність має бути не метою, а засобом підготовки вчителя, має бути узгоджена із потребами професії.

Тому порівняльний аналіз інформаційного змісту курсу вищої алгебри було здійснено для курсів, призначених для майбутнього вчителя. Загалом було залучено 27 програм, а саме: програми Білоруського державного пед. ун-ту імені М. Танка (Білорусь), Московський

міський педагогічний ун-т (Росія), Уральський державний педагогічний ун-т (Росія), Софійський ун-т «Св. Клімент Охридські» (Болгарія), ун-т Марібору (Словенія), Ун-т Сіднею (Австралія), ун-т Манчестера (Англія, Великобританія), ін-т освіти Гонконгу (Гонконг), ун-т Мак-Юена (Канада), ун-т Парми (Італія), ун-т Болоньї (Італія), ун-т імені Дж.Вашінгтона в Сент-Льюїс (США), Краківський педагогічний ун-т (Польща), Краківський ун-т (Польща), ун-т Джен-Джі (Тайвань), Таллінський ун-т (Естонія), Сегедський ун-т (Угорщина), ун-т Кардіффа (Уельс, Великобританія), Карлов ун-т в Празі (Чехія), ун-т Стокгольму (Швеція), ун-т Гутенберга (Німеччина), Лісабонський ун-т (Португалія), Євразійський національний університет імені Л.Н.Гумільова (Казахстан), Університет Коменського в Братиславі (Словаччина), ун-т Іоаннія (Греція), Афінський ун-т (Греція), ун-т Сінгапуру (Сінгапур).

Вибірка курсів – довільна (програми, які вдалось знайти в мережі Internet).

Зауважимо, що:

1) у випадку якщо університет пропонує декілька курсів, досліджено курс із мінімальними вимогами до кваліфікації вчителя математики; якщо вчитель готується одночасно за двома спеціальностями, то курс із пріоритетною спеціальністю «Математика»;

2) проаналізовано було лише нормативні дисципліни програми підготовки на рівні бакалавра (за винятком Краківського пед. ун-ту, в якому здійснюється підготовка інтегрованого магістра); зміст вибіркового алгебраїчних дисциплін (навіть якщо всього дисциплін на вибір 7 із 10) не досліджується.

Зміст сучасного курсу вищої алгебри можна структурувати за наступними змістовими лініями (ЗЛ):

ЗЛ «Відношення на множинах»

ЗЛ «Системи лінійних рівнянь»

ЗЛ «Векторні простори»

ЗЛ «Лінійні перетворення»

ЗЛ «Теорія чисел»

ЗЛ «Теорія многочленів»

ЗЛ «Теорія груп»

ЗЛ «Теорія кілець»

ЗЛ «Теорія полів»

Як засвідчив аналіз програм, тем, які розглядаються абсолютно в усіх проаналізованих нормативних курсах, немає. Це абсолютно не означає, що деякі теми не вивчаються взагалі, вони можуть розглядатись у суміжних курсах (наприклад, основи алгебри зустрічаються у «Вступному курсі математики», застосування алгебраїчних теорій – в «Геометрії» тощо). Окрім того, в різних університетах до змісту вибіркового дисциплін відносять різний матеріал (в одних університетах вибірково вивчається теорія чисел, в інших – теорія полів). Тому ми класифікуємо теми за трьома категоріями:

А – теми, представлені майже в усіх програмах;

В – теми, представлені в переважній більшості програм;

С – теми, мало представлені.

Зазначимо, що питання, які традиційно у вітчизняній практиці належать до змісту неалгебраїчних дисциплін, не аналізуються (до таких питань належать: «Прямі і площини в просторі. Їхні векторні рівняння» (Ун-т Марібору, Мак-Юена, Ун-т Кардіффа), «Основи теорії множин і математичної логіки» (Білоруський пед. ун-т, Ун-т Кардіффа, Ун-т Карлова в Празі, Ун-т Гутенберга)

Результати аналізу представлено в таблиці 1.

Таблиця 1

А	В	С
1	2	3
ЗЛ «Відношення на множинах»		

Алгебраїчні операції. Алгебраїчні структури. Побудова поля комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Піднесення до степеня, добування кореня з комплексного числа. Корені $n$ -го степеня з одиниці. Первісні корені. Двочленні рівняння	Загальні відомості про відношення на множинах. Бінарні відношення на множині. Відображення множин.	Експоненціальна форма комплексного числа
<b>ЗЛ «Системи лінійних рівнянь (СЛР)»</b>		
Відомості про СЛР. Розв'язування СЛР. Арифметичний $n$ -вимірний векторний простір. Базис і ранг скінченної системи векторів. Матриці. Ранг матриці. Дослідження СЛР. Алгебра матриць. Обернена матриця. Визначник квадратної матриці. Підстановки та перестановки.		Цикл. Розклад підстановки в добуток циклів
<b>ЗЛ «Векторні простори»</b>		
Розмірність і базис векторного простору. Координати вектора. Ізоморфізм векторних просторів. Підпростори векторного простору Евклідові простори. Процес ортогоналізації Грамма-Шміда.		Унітарні простори
<b>ЗЛ «Лінійні перетворення (оператори)»</b>		
Лінійні оператори (ЛО) та їхні матриці. Операції над ЛО. Інваріантні підпростори. Власні вектори і власні значення ЛО.	Область значень і ядро ЛО.	Жорданова нормальна форма матриці. Квадратичні форми. Спряжений, самоспряжений ЛО.
<b>ЗЛ «Теорія чисел»</b>		
Властивості подільності цілих чисел. Ділення з остачею. НСД і НСК. Прості і складені числа. Основна теорема арифметики. Числові функції $\tau(n), \sigma(n), \varphi(n), [x]$ . Конгруенції на множині $Z$ цілих чисел. Повна і зведена система лишків. Теорема Ойлера і Ферма. Конгруенції 1-го степеня з одним невідомим. Алгебраїчні і трансцендентні числа.	Конгруенції $n$ -го степеня за простим модулем. Порядок числа за модулем. Індеси. Арифметичні застосування теорії конгруенцій.	Діофантові рівняння. Системи конгруенцій 1-го степеня з одним невідомим. Китайська теорема про остачі. Конгруенції 2-го степеня з одним невідомим. Квадратичні лишки і нелишки. Розподіл простих чисел. Ланцюгові дроби та їхні застосування. Апроксимації дійсних чисел раціональними. Досконалі числа. Числа Мерсенна. Системні числа. Функція Мебіуса. Теорема Ліувілля. Елементи криптографії. Алгоритм RSA

1	2	3
<b>ЗЛ «Теорія многочленів»</b>		
Кільце многочленів від однієї змінної: існування, єдиність. Подільність над областю цілісності. Ділення з остачею. Прості і складені елементи кільця многочленів. Корені многочлена від однієї змінної. Теорема Кронекера. Формальна алгебраїчна похідна многочлена.	Поле раціональних дробів. Многочлени над числовими полями $C, R, Q$ . Основна теорема алгебри комплексних чисел.	Факторіальність кільця многочленів над факторіальним кільцем. Кільце многочленів від багатьох змінних: існування, єдиність. Подільність в кільці многочленів від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Корені многочлена від багатьох змінних. Елементи теорії виключення. Чисельні методи відшукування дійсних коренів.
<b>ЗЛ «Теорія груп»</b>		
Група, підгрупа. Групи підстановок. Циклічні групи. Суміжні класи групи за підгрупою. Теорема Лагранжа. Нормальна підгрупа. Фактор-група. Гомоморфізми та ізоморфізми груп.		Теорема Келі. Теорема Коші. Теореми Силова. Породжуючі множини. Групи симетрій. Прямий добуток груп. Будова скінченних (скінченнопороджених) абелевих груп. Комутант групи. Централізатор елемента. Центр групи. Нільпотентні, розв'язні групи. Автоморфізми груп. Прості групи. Орбіта елемента. Дія групи. Топологічні групи. Представлення груп
<b>ЗЛ «Теорія кілець»</b>		
Кільце, підкільце. Поле, підполе. Ідеал кільця. Фактор-кільце. Гомоморфізми та ізоморфізми кілець.	Поле часток. Різні види кілець: область цілісності, евклідові кільця, кільця головних ідеалів, факторіальні кільця, подільність в кожному з них. Взаємозв'язок між видами кілець.	Максимальний ідеал. Простий ідеал. Кільце $Z[i]$ . Нільпотентні елементи.
<b>ЗЛ «Теорія полів»</b>		
	Прості поля. Класифікація полів. Розширення поля. Просте розширення. Позбавлення від алгебраїчної ірраціональності в знаменнику дроби. Різні види розширень: скінченні і нескінченні, алгебраїчні і трансцендентні. Поле алгебраїчних чисел.	Поле розкладу: існування, єдиність. Будова скінченних полів. Елементи теорії Галуа та її застосування (розв'язність алгебраїчних рівнянь в радикалах, геометричні побудови за допомогою циркуля і лінійки).

Порівняємо із змістом діючих вітчизняних Стандартів професійної підготовки вчителя математики [2]. Курс вищої алгебри в діючих ГСВО представлений двома нормативними дисциплінами «Лінійна алгебра» і «Алгебра і теорія чисел». Питання із категорій А і В в змісті цих дисциплін включено майже повністю. Виняток становлять теми:

**ЗЛ «Теорія чисел»:** Властивості подільності цілих чисел. Ділення з остачею. НСД і НСК. Прості і складені числа. Основна теорема арифметики. Числові функції  $\tau(n), \sigma(n), \varphi(n), [x]$ . Арифметичні застосування теорії конгруенцій.

**ЗЛ «Теорія многочленів»:** Поле раціональних дробів.

**ЗЛ «Теорія кілець»:** Поле часток.

**ЗЛ «Теорія полів»:** Прості поля. Класифікація полів.

Навпаки, в ГСВО представлені питання, віднесені до категорії С:

**ЗЛ «Векторні простори»:** Унітарні простори

**ЗЛ «Лінійні перетворення»:** Квадратичні форми. Спряжений, самоспряжений ЛО.

**ЗЛ «Теорія многочленів»:** Кільце многочленів від багатьох змінних: існування, єдиність. Симетричні многочлени.

Доцільність розгляду зазначених питань (а також решти питань із категорії С), потребує детального дослідження. Для цього розпочнемо із порівняльної характеристики представлення питань категорії С в різних курсах в залежності від того, чи є курс призначений для підготовки суто вчителя, чи для спільної підготовки. В таблиці 2 використовуються наступні позначення:

+ питання представлено;

■ тематика в курсі вищої алгебри не представлена;

відсутність позначки означає, що тематика розглядається, але дане питання – відсутнє.

Таблиця 2

**Порівняльний аналіз представлення тем категорії С в різних курсах**

Ун-ти	Курси для вчителя																	Спільні курси							Частота			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		26	27	
Тема	Московський МПУ	Білоруський ДПУ	Краківський Ун-т	Ун-т Марібору	Ун-т Сіднею	Ин-т освіти Гонконгу	Ун-т Мак-Юена	Уральський ПУ	Ун-т в Сент-Льюїс	Сегедський ун-т	Лісабонський ун-т	Ун-т Парми	Софійський ун-т	Євразійський ун-т	Ун-т Сингапуру	Ун-т Братислави	Таллінський ун-т	Ун-т Манчестера	Ун-т Болоньї	Ун-т Джен-Джі	Ун-т Кардіфа	Празький ун-т	Ун-т Стоктольму	Ун-т Гуттенберга	Ун-т Іоанніа	Афінський ун-т		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
<b>ЗЛ «Відношення на множинах»</b>																												
Експоненціаль на форма комплексного																		+										0,06
<b>ЗЛ «СЛР»</b>																												
Цикл. Розклад підстановки в лоблок																				+								0,04
<b>ЗЛ «Векторні простори»</b>																												
Унітарні простори				+							+		+													+	+	0,22 (0,20 / 0,22)
<b>ЗЛ «Лінійні перетворення»</b>																												
Жорданова нормальна форма		+													+		+	+							+		+	0,35 (0,13/0,75)
Квадратичні форми		+	+						+	+	+		+	+			+	+						+				0,44 (0,47/0,40)











**ЗЛ «Лінійні перетворення»:** Жорданова нормальна форма матриці  
**ЗЛ «Теорія чисел»:** Елементи криптографії. Алгоритм RSA  
**ЗЛ «Теорія груп»:** Породжуючі множини.  
**ЗЛ «Теорія полів»:** Поле розкладу: існування, єдиність. Будова скінченних полів  
 1.3 Питання, що зустрічаються приблизно однаково для обох категорій курсів:  
**ЗЛ «Векторні простори»:** Унітарні простори.  
**ЗЛ «Лінійні перетворення»:** Квадратичні форми.  
**ЗЛ «Теорія чисел»:** Апроксимації дійсних чисел раціональними.  
**ЗЛ «Теорія многочленів»:** Чисельні методи відшукування дійсних коренів.  
**ЗЛ «Теорія груп»:** Теорема Коші. Теореми Силова. Будова скінченних  
 (скінченнопороджених) абелевих груп.  
**ЗЛ «Теорія кілець»:** Максимальний ідеал. Простий ідеал.  
*Група 2. Питання, що дуже рідко зустрічаються*  
**ЗЛ «Відношення на множинах»:** Експоненціальна форма комплексного числа.  
**ЗЛ «СЛР»:** Цикл. Розклад підстановки в добуток циклів.  
**ЗЛ «Теорія чисел»:** Досконалі числа. Числа Мерсенна. Системні числа. Функція  
 Мебіуса.  
**ЗЛ «Теорія многочленів»:** Факторіальність кільця многочленів над факторіальним  
 кільцем.  
**ЗЛ «Теорія груп»:** Групи симетрій. Комутант групи. Централізатор елемента. Центр  
 групи. Нільпотентні, розв'язні групи. Автоморфізми груп. Прості групи. Топологічні групи.  
 Представлення груп.  
**ЗЛ «Теорія кілець»:** Нільпотентні елементи. Кільце  $Z[i]$ .

**Висновки.** Проведене дослідження виявило розбіжності в змісті курсів вищої алгебри  
 різних університетів світу, дало змогу сформуванню так званій «середньосвітової» курс.  
 Встановлено деякі розбіжності між змістом вітчизняного курсу і «середньосвітового». Це  
 зумовлює необхідність перегляду нормативної частини змісту сучасного вітчизняного курсу  
 вищої алгебри.

### Література:

1. Требенко Д.Я. Аналіз сучасної міжнародної практики конструювання курсу вищої алгебри : збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини / гол. ред. : Мартинюк М.Т. – Умань : ПП Жовтий О.О., 2012. – Ч. 1. – С.269-275.
2. Галузеві стандарти вищої освіти. Напрямок підготовки 0101 Педагогічна освіта. Спеціальність 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика. – Київ, 2003.

*Проведено аналіз змісту програм курсів вищої алгебри для майбутніх учителів математики 27 різних університетів світу. Виявлено розбіжності у побудові розглянутих курсів, сформовано так званій «середньосвітової» курс. Встановлено деякі розбіжності між змістом вітчизняного курсу і «середньосвітового».*

**Ключові слова:** порівняльний аналіз, вища алгебра

*The analysis of content of Algebra Courses for future teachers of mathematics of 27 different universities is carried out. Differences in the construction of the considered courses are revealed, the so-called «global average» Course is formed. Some differences between the content of the Ukrainian Course and the «global average» Course are established.*

*Проведен анализ содержания программ курсов высшей алгебры для будущих учителей математики 27 разных университетов мира. Выявлены различия в построении рассмотренных курсов, сформирован так называемый «среднемировой» курс. Установлены различия между содержанием отечественного курса и «среднемирового».*