

РОЗВИВАЄМО ТВОРЧЕ МИСЛЕННЯ УЧНІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Сучасній людині XXI століття досить часто доводиться діяти в нестандартних ситуаціях, розв'язувати завдання, які вимагають неординарних підходів, проявляти кмітливість та винахідливість. Тому проблема розвитку творчого мислення учнів належить до актуальних проблем процесу навчання, зокрема навчання математики.

Значний внесок у дослідження проблеми творчості, розвитку творчого мислення школярів зробили вітчизняні та зарубіжні педагоги і психологи Д. Богоявленська, Л. Виготський, В. Давидов, Дж. Гілфорд, А. Маслоу, В. Моляко, Я. Пономарьов, С. Рубінштейн, Б. Теплов; математики Ж. Адамар, Г. Вейль, Ф. Клейн, В. Крутецький, Д. Пойя, А. Пуанкаре, Є. Турецький, Л. Фрідман.

У сучасній психолого-педагогічній науці проблема творчості, розвитку творчого мислення розглядається в аспектах: прояву дивергентного мислення, креативності (Дж. Гілфорд), розвитку продуктивного мислення (З. Калмикова [4, с. 7]), актуалізації інтелектуальної ініціативи (Д. Богоявленська [1]), формування творчої компетентності (Т. Волобуєва [2]).

Згідно з *визначенням*, поданим в українському педагогічному словнику, творчість – це продуктивна людська діяльність, здатна породжувати якісно нові матеріальні та духовні цінності суспільного значення [3, с. 326].

Серед *властивостей та ознак* механізму творчості психологи називають такі: творчість не є елітарним психічним явищем, вона притаманна практично кожній людині; творчість не має віку, вона розвивається у процесах відкриття, створення, самоподолання та самоздійснення; механізм творчості має складові, які виникають гетерохронно – неодноразово і розвиваються різними темпами [5, с. 16].

Різноманітні дослідження науковців присвячені *компонентному складу* творчого мислення [2; 8; 9]. Найчастіше до компонентів творчого мислення належать: гнучкість, варіативність мислення, вміння генерувати оригінальні, незвичні ідеї, швидкість міркувань, здібність згортати розумові операції, незалежність суджень, легкість генерування ідей, здібність фантазувати, інтуїцію, здатність до перенесення, наполегливість у досягненні мети. Вияв кожного із зазначених компонентів характеризує складний процес творчої діяльності.

Однак, незважаючи на значні напрацювання із зазначеної проблеми, недостатньо розв'язаними залишаються питання втілення конкретних способів і засобів розвитку творчості у реальну шкільну практику, розвитку компонентів творчого мислення у навчальному процесі.

Мета статті – продемонструвати дидактичні можливості тригонометрії з метою розвитку творчого мислення учнів, розглянути способи розвитку компонентів творчого мислення засобами тригонометрії.

Виклад основного матеріалу. Розвинути творче мислення учнів – складна педагогічна задача. Вона пов'язана із проблемами діагностики психологічних процесів особистості, виявлення її природних здібностей, створення умов для їх підтримки та формування. У процесі творчого розвитку учня важливе і першочергове значення слід приділяти мотивації та зацікавленню як необхідним внутрішнім рушійним чинникам розвитку. Лише зацікавлена особистість з великим бажанням віднайти ключ до розв'язання задачі буде виконувати тривалу творчу роботу. У процесі вивчення шкільної тригонометрії мотиваційний компонент навчального процесу особливо важливий, зважаючи на те, що значна частина учнів традиційно розглядає тригонометричний матеріал як складний та нецікавий.

Дидактичні можливості тригонометрії з метою розвитку творчого мислення значні, оскільки: тригонометрія – відносно автономний розділ математики, який включає більшість змістових ліній; тригонометрія має широкі внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки, що значно розширює можливості для творчої роботи; специфіка тригонометрії полягає у наявності великої кількості формул, які пов'язують тригонометричні та обернені

тригонометричні функції; оперування тригонометричними формулами дає можливість спрямовувати дії учня у потрібному руслі.

Акцентуємо увагу на окремих компонентах творчого мислення особистості, які отримують розвиток під час вивчення тригонометрії.

Оперування знаковою символікою. Перетворення тригонометричних виразів розвиває уміння оперувати знаковою символікою як одним із компонентів математичних здібностей (за В. Крутецьким). Математичні символи – це азбука математики й уміння працювати з ними є передумовою засвоєння математичної мови. Адже велика книга Математики написана на мові Символів. Тригонометричні перетворення служать хорошим засобом виховання охайності записів, уважності, математичної культури.

Прогнозування. Формування уміння прогнозувати – важлива складова розвитку творчого мислення учнів. Щодня людина здійснює прогнозування наслідків власних дій, процесів і подій, які відбуваються у різних сферах її життя. Прогнозуючи, людина визначає пріоритети своєї поведінки, регулює власну діяльність. На основі прогнозування визначаються найбільш раціональні шляхи розв’язання проблем. Прогнозування дає можливість уникнути помилки та відшукати ефективні способи розв’язання проблемних ситуацій. Як зазначає В. Паламарчук, «... в рішеннях будь-яких проблем вміння моделювати, прогнозувати є тими стратегічними способами діяльності, без яких тактичні способи можуть бути знеціненими» [6, с. 110].

З метою розвитку умінь прогнозувати доцільно спонукати учнів до обґрунтувань тих пропозицій, які вони висловлюють, їх аналізу та обговорення. Слід пропонувати запитання типу: яка мета застосування формули чи твердження; до чого призведе дане перетворення; чи немає простішого способу досягти необхідного результату. Розглянемо приклад.

Приклад. Довести, що коли $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, то $tg\alpha + tg\beta + tg\gamma = tg\alpha tg\beta tg\gamma$.

Під час обговорення способів розв’язання цієї задачі учні висловлюють різні пропозиції, наприклад:

1) записати усі тангенси через відношення синуса і косинуса та звести дроби лівої частини до спільного знаменника;

2) до будь-яких двох доданків лівої частини рівності застосувати формулу суми тангенсів;

У результаті активної прогностично-мисленнєвої діяльності учні приходять до висновку: ці способи призводять до переходу від однієї тригонометричної функції тангенс до двох функцій синус і косинус, і як наслідок – отримання громіздких тригонометричних

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta}$$

виразів. Тому раціонально застосувати формулу тангенса суми: Таким чином, маємо:

$$\begin{aligned} tg\alpha + tg\beta + tg\gamma &= tg(\alpha + \beta)(1 - tg\alpha tg\beta) + tg\gamma = tg(\pi - \gamma)(1 - tg\alpha tg\beta) + tg\gamma = \\ &= -tg\gamma(1 - tg\alpha tg\beta) + tg\gamma = -tg\gamma + tg\alpha tg\beta tg\gamma + tg\gamma = tg\alpha tg\beta tg\gamma \end{aligned}$$

Здатність скорочувати процес міркувань. У результаті оволодіння на досить високому рівні стандартними навичками та вміннями формується здатність пропускати окремі ланки перетворень, виконувати їх усно та механічно. Таким чином, скорочується процес міркувань, стаючи більш лаконічним. Здібність мислити згорнутими структурами – це один з компонентів творчого мислення, який, на наш погляд, значною мірою піддається розвитку. З цією метою ефективні системи усних вправ, що пропонуються в порядку зростання складності.

Приклад. Усно спростити тригонометричні вирази:

$$\begin{aligned} 1) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad 2) \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}; \quad 3) tg\alpha \cos \alpha; \quad 4) (1 + tg^2 \alpha) \cos \alpha; \quad 5) 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}; \quad 6) \sin \alpha \sqrt{1 + tg^2 \alpha}; \\ 7) 1 + tg^2 \alpha + \frac{3}{\cos^2 \alpha}; \quad 8) (1 + tg^2 \alpha)^2 \cos^2 \alpha - 1; \quad 9) \sqrt{1 + tg^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}}; \quad 10) \sqrt{(1 + tg^2 \alpha) \sin^2 \alpha + 1} \end{aligned}$$

Процес розв’язання такого завдання доцільно супроводжувати усними міркуваннями учнів. Це дає можливість виявити виконувані кроки математичних перетворень, ланки у

процесі міркувань, які «скорочуються», а також з'ясувати труднощі та помилки. Важливо також продемонструвати повний ланцюжок усіх перетворень, які необхідні для спрощення.

Процес розв'язання таких типів задач доцільно організувати у формі змагання. Для цього необхідно підготувати серію завдань пропонованого типу та сформулювати команди учнів. Перемагає та команда, яка допустила найменшу кількість помилок і швидше за інші впоралась із завданнями.

Варіативність мислення. Ця властивість мислення передбачає уміння розглядати об'єкт пізнання під різними кутами зору, з різних сторін підходити до його вивчення.

Для розвитку варіативності мислення ефективно *вправи з вимогою відшукати декілька способів розв'язання, їх порівняти, виявити найбільш раціональний.* Ця вимога спонукає учня до детального осмислення задачі, її різностороннього аналізу.

$$\frac{tg\alpha + tg\beta}{ctg\alpha + ctg\beta}$$

Приклад. Спростити вираз $\frac{tg\alpha + tg\beta}{ctg\alpha + ctg\beta}$ різними способами.

I спосіб. Тригонометричні функції тангенс і котангенс виразимо через синус і косинус:

$$\frac{tg\alpha + tg\beta}{ctg\alpha + ctg\beta} = \frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin\beta}{\cos\beta}}{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\cos\beta}{\sin\beta}} = \frac{\frac{\sin\alpha \cos\beta + \sin\beta \cos\alpha}{\cos\alpha \cos\beta}}{\frac{\cos\alpha \sin\beta + \cos\beta \sin\alpha}{\sin\alpha \sin\beta}} = \frac{\sin\alpha \sin\beta}{\cos\alpha \cos\beta} = tg\alpha tg\beta$$

II спосіб. Усі тригонометричні функції, які входять до складу виразу, виразимо через

$$\frac{tg\alpha + tg\beta}{ctg\alpha + ctg\beta} = \frac{tg\alpha + tg\beta}{\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\beta}} = \frac{tg\alpha + tg\beta}{\frac{tg\alpha + tg\beta}{tg\alpha tg\beta}} = tg\alpha tg\beta$$

тангенс:

III спосіб. Застосуємо метод заміни. Поклавши $tg\alpha = a$, $tg\beta = b$, отримаємо:

$$\frac{tg\alpha + tg\beta}{ctg\alpha + ctg\beta} = \frac{a + b}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{a + b}{\frac{a + b}{ab}} = ab = tg\alpha tg\beta$$

Порівняння розглянутих способів дає можливість зробити висновок про раціональність тригонометричних перетворень.

Критичність мислення. Завдяки умінню критично оцінювати ситуацію, реально дивитись на речі, людина отримує можливість вірно визначати шляхи та засоби подальших дій, запобігати помилкам. В основі критичного мислення лежать порівняння, аналіз, синтез та інші розумові операції. Критичне мислення характеризують уміння визначати правильне та помилкове, об'єктивно оцінювати явища та процеси. Для розвитку цієї якості мислення незамінні *задачі на оцінку.*

$$\frac{\sin\alpha(1 + \cos\alpha)}{\sin\alpha}$$

Приклад. Знайти найбільше і найменше значення виразу

Розв'язання. Оскільки $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$, то $0 \leq 1 + \cos\alpha \leq 2$. Отже, найменше значення виразу $1 + \cos\alpha$ дорівнює нулю при $\cos\alpha = -1$. Проте, при цьому $\sin\alpha = 0$ і вираз $\frac{\sin\alpha(1 + \cos\alpha)}{\sin\alpha}$

не визначений. Отже, найменшого значення не існує. Аналогічно, найбільшого значення вираз $1 + \cos\alpha$ набуває при $\cos\alpha = 1$, проте при цьому $\sin\alpha = 0$. Отже, найбільшого значення вихідного виразу не існує.

Відповідь. Не існують.

Оригінальність мислення. Це компонент творчого мислення, який характеризує відхилення від шаблонів і стандартів, здатність думки бути неординарною та цікавою. Оригінальність мислення передбачає уміння бачити в звичайних речах незвичне та навпаки – уміння бачити в незвичайному та складному – прості та звичайні речі. Оригінальність мислення характеризують уміння висувати гіпотези та розв'язувати задачі оригінальним способом.

Тригонометричні перетворення дають можливість переходу від однієї форми запису задачі до іншої, представлення математичних об'єктів за допомогою різних тригонометричних функцій та операцій. Унаслідок цього генеруються оригінальні ідеї та знаходяться нестандартні шляхи розв'язання задач. Наприклад, розв'язання задачі «Обчислити $\sin 18^\circ$ » ґрунтується на оригінальній ідеї використати рівність $\sin 36^\circ = \cos 54^\circ$ або $\sin 2 \cdot 18^\circ = \cos 3 \cdot 18^\circ$. Слід зауважити, що ця ідея виникає, очевидно, як результат досвіду (вміння перетворювати тригонометричні вирази) та інтуїції.

Евристичність мислення передбачає здатність до пошукової дослідницької роботи з метою вирішення поставленої проблеми. Це здібність до логічних, послідовних і виважених міркувань в умовах проблемної ситуації. Евристичне мислення ґрунтується на інтуїції, досвіді, природних здібностях. З метою розвитку цього компонента творчого мислення доцільні *проблемні завдання*, процес розв'язання яких супроводжується постановкою

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{3}}}}}} = 2 \cos \frac{5\pi}{192}$$

евристичних запитань. Наприклад, довести рівність
Ліва частина запропонованої рівності не містить тригонометричних функцій, натомість до її складу входить велика кількість радикалів. Постає проблема: як звільнитися від радикалів і перейти до тригонометрії. Запитання евристичної бесіди можуть бути такими:

- Яким чином можна позбутися «зовнішнього кореня» у виразі $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$?
- Зверніть увагу, що $\frac{\sqrt{3}}{2}$ – це точне значення тригонометричних функцій деяких кутів.
- За допомогою яких тригонометричних формул можливий перехід від алгебраїчної суми $2 - \sqrt{3}$ до добутку співмножників?

Поставлені таким чином евристичні запитання спрямовані на послідовне генерування та відбір ідей, їх аналіз, осмислення та застосування.

Висновки. Творче мислення учнів необхідно розвивати цілеспрямовано та систематично на матеріалі кожної навчальної теми. З цією метою зусилля вчителя мають зосереджуватись на максимальному використанні дидактичних можливостей навчального матеріалу, пошуку ефективних методів і засобів активізації творчого мислення.

Тригонометрія як розділ математики володіє значним дидактичним потенціалом з метою творчого розвитку особистості. За умови вмілої та ефективної постановки навчальних завдань у процесі вивчення тригонометрії отримують розвиток основні компоненти творчого мислення і особистість включається в активну творчу діяльність.

Подальші дослідження проблеми розвитку творчого мислення учнів необхідно здійснювати у напрямку використання кращого педагогічного досвіду з проблеми творчості у щоденній шкільній практиці; розробки дидактичних матеріалів до кожної навчальної теми, спрямованих на творчий розвиток особистості; створення банку творчих завдань до різних тем шкільного курсу математики.

Література:

1. Богоявленская Д. Б. Психология творческих способностей / Д.Б.Богоявленская. – М. : Академия, 2002. – 320 с.
2. Волобуєва Т. Б. Розвиток творчої компетентності школярів / Т. Б.Волобуєва. – Х. : Основа, 2005. – 109 с.
3. Гончаренко С. Український педагогічний словник / С.Гончаренко – К. : Либідь, 1997. – 376 с.
4. Калмыкова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И. Калмыкова. – М. : Педагогика, 1981. – 200 с.
5. Клименко В.В. Психология творчості : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.В.Клименко. – К. : Центр навчальної літератури, 2006. – 479 с.
6. Паламарчук В.Ф. Як виростити інтелектуала / В.Ф.Паламарчук. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2000. – 151 с.
7. Семенець С. П. Психолого-педагогічні аспекти розвитку продуктивного мислення у процесі навчання математики / С. П. Семенець.– Житомир, 2000. – 48 с.

8. Чашечникова О. С. Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики / О. С. Чашечникова // Дидактика математики : проблеми і дослідження. – 2004. – Вип. 22. – С. 81–87.

9. Як допомогти дитині стати творчою особистістю / Л. Шелестова. – К. : Редакція загальнопедагогічних газет, 2003. – 111 с.

У статті розглядаються способи розвитку компонентів творчого мислення, шляхи організації творчої навчальної діяльності учнів у процесі вивчення тригонометрії; демонструються дидактичні можливості тригонометрії з метою творчого розвитку особистості.

Ключові слова: *творче мислення, компоненти творчого мислення, розвиток, особистість, тригонометрія.*

В статье рассматриваются способы развития компонентов творческого мышления, пути организации творческой учебной деятельности школьников при изучении тригонометрии; демонстрируются дидактические возможности тригонометрии с целью творческого развития личности.

Ключевые слова: *творческое мышление, компоненты творческого мышления, развитие, личность, тригонометрия.*

The ways of developing components of creative thinking, the methods of organizing creative teaching pupils activity while studying Trigonometry are considered in the article, the didactic possibilities of Trigonometry are demonstrated for the purpose of creative developing personality.

Keywords: *creative thinking, the components of creative thinking, development, personality, Trigonometry.*