

АЛГОРИТМИ В НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ: ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ

Курс математики середньої школи характеризується наявністю тісних внутрішньопредметних зв'язків. Відповідно, якість засвоєння знань, сформованість навичок і вмінь учнів з кожної навчальної теми залежить від рівня опанування ними навчального матеріалу з інших тем, пов'язаних із тією, що вивчаються. Відтак, якщо своєчасно не виявляти прогалини в знаннях учнів та їх не усувати, то математична підготовка школярів буде, звичайно, недостатньою. Серед протиріч, характерних для сучасного стану освіти, що наразі залишаються не усунутими, є надання можливості учням, досягнення яких з математики відповідають початковому рівню й оцінюються в 1 – 3 бали, продовжувати вивчати курс математики (переходити в наступний клас). Тільки досягнення учнями середнього рівня загальноосвітньої підготовки забезпечує їм можливість подальшого успішного просування у вивченні математики, і суттєва роль тут належить необхідній корекції результатів навчання, здійснення якої доцільно спрямовувати на засвоєння учнями основних понять, їх властивостей, математичних тверджень. Окрім цього, важливе значення для забезпечення математичної підготовки учнів має формування їхньої алгоритмічної культури: засвоєння основних алгоритмів програмових тем, формування вмінь застосовувати їх на практиці в стандартних ситуаціях та виділення і виконання окремих кроків алгоритмів, формування вмінь свідомо застосовувати алгоритми в нових, змінених умовах. Відповідні уміння є базовими для застосування в навчальних курсах природничих дисциплін.

Відтак, нагальною є потреба створення методичних та дидактичних матеріалів для практичного забезпечення необхідної корекції математичної підготовки учнів, передумовою яких є переважно алгоритмічна структура визначених програмою базових умінь.

Окремі аспекти проблеми формування алгоритмічної культури учнів у процесі їх навчання математики розкриваються в роботах Н. Тарасенкової, Т. Хмари, О. Скафи, Я. Бродського, О. Павлова та інших науковців. Проте організація ефективного використання алгоритмічних приписів на різних етапах процесу навчання потребує системного, комплексного підходу.

Мета статті – визначити дидактичні засади та проаналізувати методичні особливості використання алгоритмічних приписів у процесі навчання учнів математики.

Діяльність людини завжди можна розглядати як певну послідовність її дій і операцій, тобто вона може бути подана у вигляді деякого алгоритму з початковою і кінцевою дією.

У математиці, як зазначає Л. Фрідман використовуються два способи діяльності з розв'язування задач: алгоритмічний і неалгоритмічний (евристичний) [8, с. 68; 9, с. 131]. Перший характеризується тим, що діяльність з розв'язування даної задачі здійснюється відповідно до відомих алгоритмів, другий – відсутністю такого алгоритму, і основна складова частина діяльності полягає у пошуках плану, способу чи методу розв'язування даної задачі. Проте Л. Ланда виділяє (поруч із алгоритмічним і евристичним) ще і напівевристичний (або напівалгоритмічний) [3, с. 126].

Поняття алгоритму спочатку було інтуїтивним і мало швидше методичне, ніж математичне значення. С. Кліні, який одним із перших виклав цю теорію алгоритмів, алгоритмом називав розв'язувальну процедуру, або розв'язувальний метод. А. Черч вбачав у алгоритмі ефективний метод обчислення (не обов'язково як числовий, а в більш широкому розумінні: це будь-який процес переробки інформації, що однозначно детермінований чіткими правилами) особливо, якщо він ділиться на окремі кроки, причому кожен наступний крок залежить від результатів попередніх. А. Ляпунов так

визначає алгоритм: «алгоритмом для розв'язання запропонованої задачі називається об'єднання елементарних актів і умов, що перевіряються і забезпечують такий порядок роботи (тобто перевірка умов і виконання елементарних актів), котрий за будь-яких початкових даних, тобто вихідної інформації, призводить до правильної відповіді».

Поділ діяльності з розв'язування задач на алгоритмічну й евристичну Л. Фрідман пропонує здійснювати через аналіз елементарних кроків, з яких складається ця діяльність. Розрізняють елементарні кроки двох типів:

- 1) кроки, реалізація яких являє собою достовірний висновок;
- 2) кроки, реалізація яких являє собою лише правдоподібний (не гарантовано достовірний) висновок.

Послідовність елементарних кроків першого типу, яка завжди приводить до розв'язання будь-якої задачі деякого виду, є алгоритмом розв'язування задач цього виду. Якщо послідовність елементарних кроків, з яких складається розв'язання задач деякого типу, містить кроки другого типу (можливо з кроками першого типу), то цю послідовність можна назвати евристичною схемою розв'язання задач цього виду. Аналогічним до розглянутих є означення М. Метельського: «Однозначний припис послідовності дій, які приводять до розв'язання певного класу задач називають алгоритмом» [5, с. 211].

Алгоритми як логіко-математична категорія має низку властивостей, що уточнюють зміст і обсяг цього поняття. Такими властивостями є: 1) детермінованість або визначеність – «точність, яка не залишає місця сваволі, і його загальнозрозумілість» [4]; 2) масовість – «кожен із алгоритмів може бути застосований до будь-яких задач вказаного виду» [9]; 3) результативність або спрямованість – «направленість алгоритму на отримання шуканого результату, який і гарантовано отримується».

М. Метельський пропонує розрізняти навчальний, дидактичний алгоритм (або припис алгоритмічного типу), що керує перебігом процесу засвоєння, і математичний алгоритм (наприклад, формула), призначений для розв'язування певного класу математичних задач [5, с. 211]. Інші дослідники виділяють математичні алгоритми, алгоритми навчання (або алгоритмічні приписи) і алгоритми діяльності [2, с. 12]. Подібну думку висловлює В. Успенський, підкреслюючи важливість діяльності учнів відповідно до цих приписів, а також зазначаючи, що під час навчання учень має «відкривати» алгоритми, а вже потім ними користуватися. Л. Фрідман у основу поділу алгоритмів покладає особу суб'єкта, який виконує алгоритм: навчальні алгоритми, які реалізує людина, зокрема учень, і математичні алгоритми, які виконує машина (абсолютна або фактична) [8, с. 69].

Уведене Л. Ландою [3] поняття алгоритмічного припису відрізняється від поняття алгоритму в математичному тлумаченні. Переходячи від алгоритмів у математиці до алгоритмів у педагогіці та методиці, ми переходимо від абсолютних алгоритмів до алгоритмів звідності, тобто до таких приписів, що зводять розв'язування задач цього типу до розв'язування задач типу «виконати операцію, прийняту за елементарну». При цьому лише передбачається, що «елементарна операція» є виконуваною, хоча насправді це не завжди так.

Детальну характеристику навчального алгоритму дає Л. Фрідман. «Під навчальним алгоритмом ми будемо розуміти припис, користуючись яким будь-який учень, який має необхідні знання точно виконувати цей припис, правильно розв'яже будь-яку задачу такого виду» [8, с. 69]. Припис складається з переліку кроків алгоритму і логічних умов, які вказують, коли слід виконувати той чи інший крок алгоритму і в якому порядку.

Основні вимоги, що висувуються до навчальних алгоритмів: 1) у алгоритмі має міститися повний перелік усіх операцій, які слід виконувати, щоб розв'язати задачу, й умов, що визначають порядок виконання операцій; 2) усі операції і логічні умови мають бути точно визначені; 3) кожна операція має виконуватися однозначно. Точне виконання усіх операцій відповідно до накладених умов має завжди призводити до правильного розв'язання будь-якої задачі даного виду.

Метою використання у навчальному процесі алгоритмічних приписів є: формування навичок і вмінь учнів; запобігання математичних помилок учнів; самонавчання (самоаналіз, самоконтроль); аналіз діяльності учнів у процесі розв'язування задач при порівнянні з «ідеальними» приписами з подальшим використанням для усунення зроблених помилок (якщо вони є); планування перебігу виконання завдання; організація пошуково-дослідницької діяльності відповідно до розробленої методики [2, с. 12].

Ураховуючи специфіку змісту, структури, вимог, що висуваються до створення і застосування алгоритмічних приписів до розв'язування типових вправ, розглянемо можливості використання алгоритмічних приписів у процесі навчання математики. Аналіз літератури відповідної тематики засвідчив, що у теорії навчання математики формувалися різні підходи до розв'язування проблеми використання алгоритмів: від негативного ставлення до використання алгоритмів під час навчання математики («звикнувши працювати за готовими приписами, учні не навчаться самостійно мислити» [6]) до алгоритмізації навчання, коли навчальний матеріал (правила, формули, основні типи задач) подано переважно у вигляді детальних алгоритмів.

На нашу думку, найбільш виваженим, раціональним є підхід, що характеризується поміркованим ставленням до використання алгоритмічних приписів у процесі навчання математики. Використання алгоритмічних приписів учнями під час розв'язування вправ сприяє більш свідомому засвоєнню загальних правил, прийомів, методів, які застосовуються в математиці; переосмисленню і повторенню вивченого матеріалу, його структуруванню; встановленню внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків; формуванню в учнів умінь здійснювати аналіз матеріалу, виконувати дії за аналогією, тобто створює умови для удосконалення знань і вмінь учнів, і тим самим сприяє запобіганню можливих помилок учнів, усуненню недоліків і прогалин, тобто корекції знань і вмінь учнів.

Алгоритми не обтяжують, а навпаки – збагачують мислення, роблять його більш продуктивним. Використання алгоритмічного підходу вносить раціональність та економічність у мислення, допомагає у здійсненні не тільки управління, але і самоуправління мисленням у процесі розв'язування типових стандартних задач [7, с. 131-132]. Алгоритмічні процеси автоматизуються і полегшують мислення в цілому, збільшуючи арсенал його засобів і вивільняючи розумову енергію для творчого мислення. Використання алгоритмічних приписів закладає підґрунтя для справжньої творчої діяльності, оскільки під час розв'язування задач є кроки, на виконання яких недоцільно витратити розумові зусилля, вони мають здійснюватися швидко, автоматично [1, с. 7]. Ефективним при цьому ми вважаємо використання різних програмних засобів.

У навчанні, як і в науці, однією з головних постійних цілей евристичного (творчого) мислення має бути спрямованість на відкриття нових алгоритмів. Відповідно до цього в навчальному процесі алгоритмічні приписи можуть застосовуватися в готовому вигляді або з попереднім їх створенням. У першому випадку учні здійснюють в основному репродуктивну діяльність, а у другому – творчу. Безперечно, якщо учні будуть навчатися не тільки за готовими алгоритмами, але і під керівництвом учителя самостійно знаходити алгоритми розв'язування типових задач, то негативні фактори, які можуть супроводжувати застосування алгоритмічного підходу під час навчання математики (формалізм, шаблонність, нетворчий підхід до розв'язування задач) можна послабити і навіть усунути [7, с. 132].

Організація діяльності учнів за готовим алгоритмічним приписом може також включати елементи творчості. Кількість кроків алгоритму, які необхідно виконати для відшукування розв'язку задачі, визначається способом задання алгоритму (розгорнутим чи згорнутим) [2, с. 12]. На відмінності цих способів подання алгоритмів звертає увагу Л. Фрідман [8, с. 71-73; 9, с. 131-133]. Він виділяє найбільш суттєву відмінність між ними, що полягає у різному виконанні вимоги дискретності: ця вимога в розгорнутих програмах-алгоритмах виконується явно, а в згорнутих (заданих у вигляді формул, правил, таблиць) –

вона лише передбачається. Алгоритм, заданий у формі послідовності команд, являє собою уже готову програму діяльності з розв'язування задач, алгоритм же, заданий у вигляді формули чи правила, не є такою програмою явно: вона передбачається, але її не дано. Учні потрібно самому виявляти і складати відповідну програму діяльності.

Отже, діяльність з розв'язання задачі за відомим алгоритмом полягає в розпізнанні типу задачі; з'ясуванні алгоритму її розв'язування; якщо алгоритм поданий у згорнутому вигляді, то здійсненні його розгортання; реалізації алгоритму. У процесі навчання алгоритмічний припис у потрібний момент може розгортатися або згортатися для зменшення чи, відповідно, збільшення частки самостійної творчої роботи учнів. Іншими словами, розв'язування проблеми відповідно до зазначених алгоритмічних приписів містить елементи творчої діяльності з n ступенями свободи, де n не більше кількості всіх операцій, що його складають. Наведемо приклади алгоритмічних приписів, які відрізняються ступенем розгорнутості.

Завдання. Знайдіть який-небудь розв'язок рівняння $4x - 3y = 16$.

Алгоритмічний припис	Зразок виконання
<p>1. Переконайтеся, що рівняння є рівнянням першого степеня з двома змінними або зведіть до нього, якщо це можливо (порівняйте із загальним видом рівняння першого степеня з двома змінними $ax + by = c$, $a \neq 0$, $b \neq 0$).</p> <p>2. Визначте коефіцієнти a, b і вільний член c.</p> <p>3. Надайте одній із змінних x чи y довільного значення.</p> <p>4. Якщо значення надане змінній x, то для обчислення y підставте</p> $y = \frac{c - ax}{b}$ <p>відповідні значення a, b, c і x у формулу</p> <p>Якщо значення надане змінній y, то для обчислення x підставте</p> $x = \frac{c - by}{a}$ <p>відповідні значення a, b, c і y у формулу</p> <p>5. Запишіть розв'язок рівняння у вигляді $(x; y)$ підставивши замість змінних x і y їх відповідні значення (одне – надане, друге – обчислене).</p>	<p>Дане рівняння є рівнянням першого степеня з двома змінними x і y ($ax + by = c$, $a = 4 \neq 0$, $b = -3 \neq 0$).</p> <p>$a = 4 \neq 0$, $b = -3 \neq 0$, $c = 16$.</p> <p>Нехай $x = 1$.</p> $y = \frac{16 - 4 \cdot 1}{-3} = \frac{12}{-3} = -4$ <p>$(1; -4)$.</p>

Алгоритмічний припис	Зразок виконання
<p>1. Переконайтеся, що дане рівняння є рівнянням першого степеня з двома змінними.</p> <p>2. Надайте одній із змінних довільного значення.</p> <p>3. Підставте надане значення змінної в рівняння замість цієї змінної.</p> <p>4. Зведіть утворене рівняння до рівняння першого степеня з однією змінною, виконавши для цього необхідні тотожні перетворення (перенесення членів рівняння з однієї частини рівняння в іншу, зведення подібних доданків).</p> <p>5. Розв'яжіть утворене рівняння (п.4). Дістали відповідне наданому значенню однієї змінної значення другої змінної.</p> <p>6. Запишіть розв'язок даного рівняння.</p>	<p>Рівняння є рівнянням першого степеня з двома змінними x і y.</p> <p>Нехай $x = 1$.</p> $4 \cdot 1 - 3y = 16$ $4 - 3y = 16$ $-3y = 16 - 4$ $-3y = 12$ $y = \frac{12}{-3}$ $y = -4$ <p>$(1; -4)$.</p>

Алгоритмічний припис	Зразок виконання
<ol style="list-style-type: none"> 1. Переконайтеся, що дане рівняння є рівнянням першого степеня з двома змінними. 2. Надайте одній із змінних довільного значення і підставте його в дане рівняння. 3. Зведіть утворене рівняння до рівняння першого степеня з однією змінною. 4. Розв'яжіть утворене рівняння (п.3). 5. Запишіть розв'язок даного рівняння. 	<p>Маємо рівняння першого степеня з двома змінними.</p> <p>Нехай $x = 1$.</p> $4 \cdot 1 - 3y = 16$ $4 - 3y = 16, \quad -3y = 16 - 4,$ $-3y = 12$ $y = \frac{12}{-3}, \quad y = -4.$ <p>(1; -4).</p>

Алгоритмічний припис	Зразок виконання
<ol style="list-style-type: none"> 1. Переконайтеся, що дане рівняння є рівнянням першого степеня з двома змінними. 2. Надайте одній із змінних довільного значення. 3. Обрахуйте відповідне значення другої змінної. 4. Запишіть розв'язок рівняння. 	<p>Маємо рівняння першого степеня з двома змінними.</p> <p>Нехай $x = 1$.</p> $4 \cdot 1 - 3y = 16, \quad 4 - 3y = 16,$ $-3y = 16 - 4, \quad y = \frac{12}{-3}, \quad y = -4.$ <p>(1; -4).</p>

Отже, використання алгоритмічних приписів під час навчання учнів математики є дієвим засобом підвищення його ефективності, сприяє свідомому засвоєнню школярами нових знань, оволодінню навичками й уміннями, що створює умови для забезпечення неперервності математичної освіти.

Література:

1. Бродський Я. С. Повтори математику : [посібник для учнів 6-10 класів] / Я. С.Бродський, О. Л.Павлов, Т. М.Хмара – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2007. – 52 с.
2. Из опыта преподавания математики в средней школе : пособие для учителей [сост. : А. В. Соколова, В.В. Пикан, В. А. Оганесян]. – М. : Просвещение, 1979. – 192 с.
3. Ланда Л. Н. Алгоритмизация в обучении / Ланда Л. Н. – М., 1966.
4. Марков А. А. Теория алгоритмов / А. А. Марков, Н. М. Нагорный. – М. : Наука, 1984. – 432 с.
5. Метельский Н. В. Дидактика математики: Общая методика и ее проблемы / Н. В. Метельский–Мн. : Изд-во БГУ, 1982. – 256 с.
6. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математики: теория, методика, технология : [монография] / Скафа Е. И. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2004. – 439с.
7. Слепкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике : [метод.пособие] / З.И. Слепкань – К. : Рад. школа, 1983. – 192 с.
8. Фридман Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л. М. Фридман – М. : Педагогика, 1977. – 208 с.
9. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе : [учителю математики о пед. психологии] / Л. М.Фридман – М. : Просвещение, 1983. – 160 с.

У статті розглянуто різні підходи до визначення змісту поняття «алгоритм» у математиці та методиці навчання математики, встановлено його властивості. Детальний аналіз навчальних алгоритмів (приписів) дозволив виявити переваги та недоліки їх використання у процесі навчання учнів математики.

Ключові слова: алгоритм, алгоритмічний припис, процес навчання, неперервність математичної освіти.

В статье рассмотрены различные подходы к определению содержания понятия «алгоритм» в математике и методике обучения математике, установления его свойств. Детальный анализ учебных алгоритмов (предписаний) позволил определить преимущества и недостатки их использования в процессе обучения учащихся математике.

Ключевые слова: алгоритм, алгоритмическое предписание, процесс обучения, непрерывность математического образования.

Different approaches to the definition of the term «algorithm» in mathematics and methods of teaching mathematics, the setting of its properties are examined in the article. Detailed analysis of teaching algorithms (instructions) revealed the advantages and disadvantages of their usage in the process of mathematics teaching.

Keywords: *algorithm, algorithmic instruction, teaching, continuity of mathematical education.*