

**УДК [004+372.851]:[62+378(73)]**

**Н.М. Кіяновська  
м. Кривий Ріг, Україна**

## **ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ВНЗ**

Для України інформатизація інженерної освіти є надзвичайно актуальну у контексті її економічного, соціального та культурного розвитку. Як зазначено у Законі України «Про основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007-2015 роки», основним напрямом використання ІКТ є створення системи освіти, орієнтованої на використання новітніх ІКТ у формуванні всебічно розвиненої особистості, що надає можливість кожній людині самостійно здобувати знання, уміння та навички під час навчання, виховання та професійної підготовки [10].

Метою Національної стратегії розвитку освіти в Україні на 2012-2021 роки є: оновлення змісту, форм, методів і засобів навчання шляхом впровадження у навчально-виховний процес сучасних ІКТ та електронного контенту. А пріоритетом розвитку освіти є впровадження сучасних ІКТ, що забезпечують удосконалення навчально-виховного процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життедіяльності в інформаційному суспільстві [9].

Аналіз наукової літератури показав, що проблеми розвитку теорії та методики використання ІКТ в освіті традиційно перебувають у полі зору вітчизняних науковців. Теоретичні основи застосування ІКТ у процесі навчання досліджувались у роботах М. Жалдака, Н. Морзе, Ю. Триуса та інших дослідників. У роботах В. Бикова, М. Лещенко, О. Спіріна та інших здійснені порівняльно-педагогічні дослідження щодо зарубіжного досвіду застосування ІКТ в освіті. Теорія та методики використання ІКТ у навчанні вищої математики розроблялись у роботах К. Власенко, В. Ключка, С. Ракова та інших. Але водночас у педагогічній практиці недостатньо розглянуто методичні основи використання систем комп'ютерної математики (СКМ), що можуть бути використані у процесі навчання вищої математики.

Саме тому метою статті є *аналіз методичних основ використання систем комп'ютерної математики, що може бути використано для підтримки організації процесу навчання вищої математики з метою його удосконалення.*

При проведенні складних обчислень проміжного характеру, на розв'язування яких витрачається велика кількість часу, доцільно *використовувати СКМ*. Існування великої кількості наявних математичних пакетів надає можливість викладачу вибрати зручний, доступний та зрозумілий для нього ресурс, ураховуючи зазначені переваги та недоліки цього програмного забезпечення.

*Системи комп'ютерної математики* — це сукупність методів і засобів, що забезпечують максимальну комфортну й швидку підготовку алгоритмів і програм для розв'язування математичних завдань будь-якої складності з високим ступенем візуалізації усіх етапів розв'язування [4].

Ю. Триус виділяє основні об'єктивні та суб'єктивні причини низького рівня використання СКМ при вивчені математичних дисциплін [12]:

- до об'єктивних причин належать: недостатній рівень забезпечення сучасною комп'ютерною технікою математичних кафедр для регулярного її використання в навчанні математичних дисциплін; відсутність коштів у ВНЗ на придбання ліцензованого програмного забезпечення (навіть студентських версій, які коштують значно дешевше, ніж комерційні та академічні версії); відсутність коштів у ВНЗ і викладачів на придбання навчальної, методичної і довідкової літератури з СКМ;

- до суб'єктивних: недостатню обізнаність викладачів з можливостей використання СКМ, особливо тих, що вільно розповсюджуються, їх роль у математичних дослідженнях і математичній освіті; певний консерватизм викладачів у підходах до навчання математичних дисциплін; недостатній рівень інформаційної культури викладачів математичних дисциплін і студентів некомп'ютерних спеціальностей.

За результатами проведеного дослідження найбільш популярними СКМ, що використовують у навчанні вищої математики у ВНЗ США є: Mathematica, MATLAB, Maple, GAUSS, Scilab, Mathcad, Maxima та Sage. У табл. 1 подано загальну характеристику систем комп'ютерної математики, що застосовуються в Массачусетському технологічному інституті при навчанні вищої математики, спираючись на роботи [2; 7; 11; 13; 14; 15; 16; 17; 18].

*Таблиця 1*

**Загальна характеристика систем комп'ютерної математики, що використовують у навчанні вищої математики у США**

<b>Назва (остання версія)</b>	<b>Розробник</b>	<b>Основні характеристики</b>	
		<b>переваги</b>	<b>недоліки</b>
MATLAB 2014b (Version8.4)(2 жовтня 2014)	The MathWorks	<ul style="list-style-type: none"> <li>— універсальна СКМ для здійснення швидких і точних чисельних розрахунків у різних предметних галузях;</li> <li>— відкритість і розширеність;</li> <li>— підтримка 3D-графіки;</li> <li>— сумісність з різними операційними платформами;</li> <li>— підтримує роботу з базами даних.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— відсутність у ядрі підтримки розв'язання нерівностей, діофантованих рівнянь, рекурентних співвідношень;</li> <li>— вимогливість до апаратних ресурсів інформаційної системи.</li> </ul>
Mathematica 10.0.1 (16 вересня 2014)	WolframResearch	<ul style="list-style-type: none"> <li>— убудована підтримка паралельних обчислень;</li> <li>— статистичний аналіз моделей;</li> <li>— унікальність 3D-графіки;</li> <li>— сумісність з різними операційними платформами;</li> <li>— висока швидкість виконання математичних операцій та обчислень;</li> <li>— має розвинений графічний інтерфейс, що надає можливість працювати з багатьма документами;</li> <li>— підтримує роботу з базами даних.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— складність синтаксису;</li> <li>— уявлення про дані як про сукупність окремих виразів, що знижує продуктивність розв'язання складних задач.</li> </ul>
Maple 18(5 березня 2014)	WaterlooMaple Inc.	<ul style="list-style-type: none"> <li>— найкраще символічне ядро;</li> <li>— висока точність обчислень;</li> <li>— уведення (з 11 версії) математичних виразів у природній математичній нотації;</li> <li>— структурованість документу;</li> <li>— інтуїтивно зрозумілий інтерфейс;</li> <li>— має розвинений графічний інтерфейс, що надає можливість працювати з багатьма документами;</li> <li>— в останніх версіях є панель для розпізнавання символів, введених від руки, для швидкого пошуку потрібної команди або</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— незручність у роботі з великою кількістю числових даних;</li> <li>— уявлення про дані як про сукупність окремих виразів, що знижує продуктивність розв'язання складних задач.</li> </ul>

Назва (остання версія)	Розробник	Основні характеристики	
		переваги	недоліки
		<p>символу;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— взаємодія з CAD-системами, що надає можливість візуалізувати складні об'єкти, створювати креслення на підставі отриманих результатів обчислень та інше;</li> <li>— підтримує роботу з базами даних.</li> </ul>	
R 3.1.0 (10 квітня 2014)	P. Ihaka (Ross Ihaka), P. Джентльмен (Robert Clifford Gentleman)	<ul style="list-style-type: none"> <li>— розповсюджується безкоштовно;</li> <li>— широкі можливості для проведення статистичних аналізів, включаючи лінійну і нелінійну регресію, класичні статистичні тести, аналіз часових рядів (серій), кластерний аналіз і інше;</li> <li>— може використовуватися для матричних розрахунків;</li> <li>— можливість підключати код написаний на C, C++, або Fortran;</li> <li>— містить засоби для візуалізації результатів обчислень (2-вимірні, 3-вимірні графіки, діаграми, гістограми, діаграми (схеми) Ганта тощо);</li> <li>— функція Sweave, що надає можливість інтеграцію і виконання коду R у документах написаних за допомогою LaTeX з метою створення динамічних звітів;</li> <li>— користувачі можуть розширювати функціонал за рахунок написання нових функцій;</li> <li>— надають можливість створювати високоякісні графіки з різними атрибутами, включаючи також математичні формули і символи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— для роботи використовується командний інтерпретатор.</li> </ul>
MAGMA V2.20-10 (16 жовтня 2014)	Computational Algebra Group, School of Mathematics and Statistics, University of Sydney	<ul style="list-style-type: none"> <li>— надає можливість розв'язувати завдань з алгебри, теорії чисел, геометрії і комбінаторики;</li> <li>— працює на Unix-подібних і Linux операційних системах, а також Windows;</li> <li>— має розвинений графічний інтерфейс, що надає можливість працювати з багатьма документами;</li> <li>— підтримує роботу з базами даних.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— відсутність у ядрі підтримки інтегрування, розв'язання нерівностей, диференціальних рівнянь, рекурентних спiввiдношень.</li> </ul>

У вищих технічних навчальних закладах України у процесі навчання вищої математики найчастіше використовуються такі СКМ: Mathematica, Mathcad, Maple, Derive, SmathStudio, GeoGebra, MathPiper, Sage, DG, GRAN, що є як комерційними, так і вільно поширюваними.

Одним з найперших вітчизняних засобів візуалізації математичної задачі та її розв'язку, що робить діалог учня (студента) та викладача більш доступним та евристичним, є педагогічний програмний засіб **GRAN**, розробка якого розпочалася у 1989 році авторським колективом під керівництвом М. Жалдака.

До складу ППЗ GRAN входять педагогічні програмні засоби: GRAN1, що призначена для графічного аналізу функцій; GRAN-2D — для комп’ютерної підтримки навчання планіметрії; GRAN-3D — для комп’ютерної підтримки навчання стереометрії [5; 6].

Складовою програмно-методичного комплексу GRAN є також посібник для вчителів, у якому наведена значна кількість математичних прикладів, що унаочнюють графічні зображення задач і вправ для самостійного виконання, питання для самоконтролю. Ці завдання можна використовувати також для вивчення деяких розділів вищої математики.

Існує велика кількість методичних розробок з упровадження СКМ в процес навчання. Так,

наприклад, використання математичного пакету MATLAB для розв'язування прикладних задач студентами механіко-математичного факультету розглянуто в посібнику Б. Довгого [1], розв'язування задач із використанням Mathcad розглянуто в посібнику В. Доровського [3], символільні обчислення в системі Maple в посібнику А. Кузьміна [8], крім того, на освітньому сайті [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru) містяться керівництва з використання MATLAB, Mathematica, Mathcad, Maple, Statistica та з інших пакетів.

При вивченні тем «Циліндричні поверхні», «Конічні поверхні», «Поверхні обертання», «Поверхні другого порядку», зображення поверхонь доцільно будувати в одній із СКМ і на лекційному занятті проводити демонстрації одержаних зображень поверхонь. Так у системі Maple для тривимірних побудов використовується функція plot3d. За допомогою функції plot3d можна побудувати зображення складних поверхонь (рис. 1), приклади написання цієї функції подано в довідковій системі Maple.

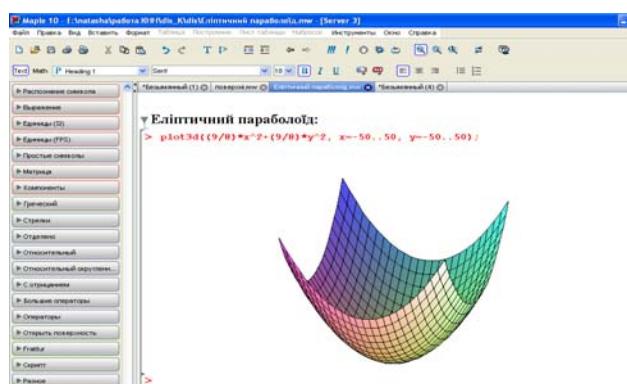


Рис. 1. Побудова еліптичного параболоїда в Maple

На заняттях з вищої математики при вивченні теми «Застосування визначеного інтегралу» групу студентів доцільно розбити на декілька підгруп і кожній підгрупі видати завдання: охарактеризувати задану лінію (або декілька ліній: лемніскату Бернуллі, спіраль Архімеда, логарифмічну спіраль, гіперболічну спіраль, кардіоїду, ін.), знайти довжину, дослідити як буде змінюватися довжина, якщо змінююти деякі параметри (рис. 2), знайти об'єм, якщо лінію почати обертати навколо вказаної вісі. Результат роботи групи подати у вигляді презентації.

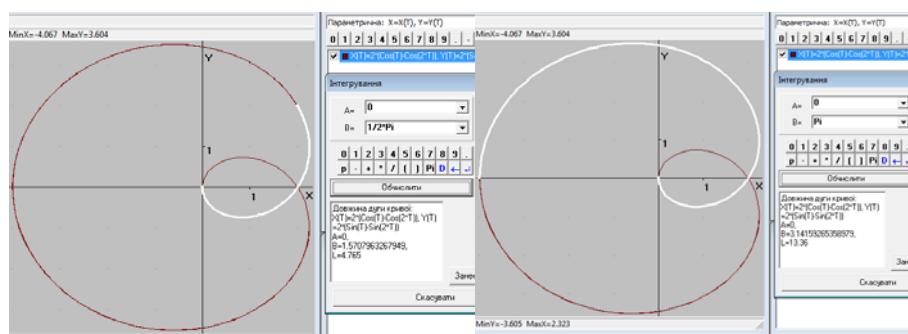
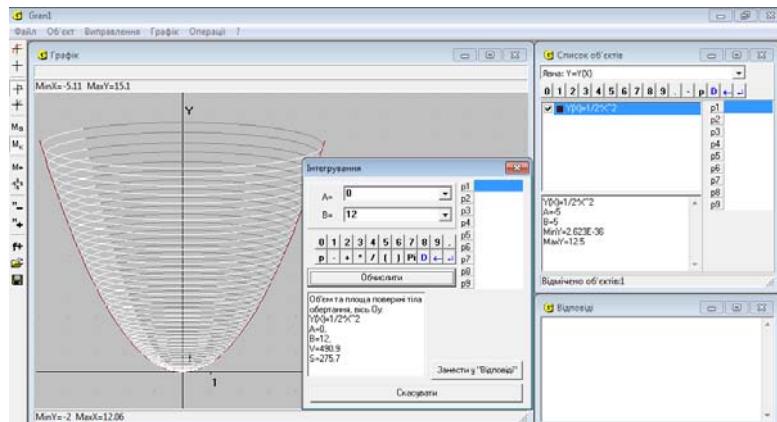


Рис. 2. Дослідження зміни довжини кардіоїди із зміною параметру із використанням GRAN 1

При вивченні теми «Застосування визначених інтегралів» перед студентами можна поставити проблему обчислити об'єм кар'єру, що має форму еліптичного параболоїду. Студентам надається рівняння параболи і за допомогою визначеного інтегралу обчислити об'єм тіла обертання. Отримані результати бажано порівняти із результатами, одержаними із використанням СКМ (рис. 3).

Використання математичних пакетів у процесі навчання вищої математики студентів інженерних спеціальностей ВНЗ України надає можливість розширювати знання студентів у сфері новітніх програмних засобів з математики та вміння застосовувати ці програмні засоби при розв'язуванні задач як з вищої математики, так і задач з дисциплін фахової спрямованості

впродовж усього навчання у ВНЗ.



**Рис. 3. Обчислення об'єму тіла обертання із використанням GRAN 1**

### Література:

1. Використання математичних пакетів для розв'язування прикладних задач : навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету / Б. П. Довгий, Є. С. Вакал, В. В. Попов, Г. В. Парусімов ; Київський національний університет імені Тараса Шевченка — К., 2009. — 48 с.
2. Гнатюк В. Вступ до R на прикладах / Віктор Гнатюк. — Харків : ХНЕУ, 2010. — 107 с.
3. Доровський В. О. Комп'ютерно-орієнтований збірник завдань : навчальний посібник (в 2-х частинах) / Доровський В. О., Плахотний П. І. ; Міністерство освіти України ; Європейський університет фінансів, інформаційних систем, менеджменту і бізнесу. — Кривий Ріг, 2002. — Частина 1. — 146 с. — Частина 2. — 132 с.
4. Дьяконов В. П. Компьютерная математика: Теория и практика / В. П. Дьяконов. — М. : Нолидж, 2001. — 1296 с.
5. Жалдак М. И. Комп'ютер на уроках геометрии : посібник [для вчителів] / М. И. Жалдак, О. В. Вітюк. — К. : ДІНІТ, 2004. — 168 с.
6. Жалдак М. И. Комп'ютер на уроках математики : посібник [для вчителів] / М. И. Жалдак. — К. : Техніка, 1997. — 304 с.
7. Клименко В. П. Современные особенности развития систем компьютерной алгебры / В. П. Клименко, А. Л. Ляхов, Д. Н. Гвоздик // Математичні машини і системи. — 2011. — № 2. — С. 3-18.
8. Кузьмін А. В. Символьні обчислення в системі Maple / А. В. Кузьмін, Н. М. Кузьміна, І. К. Рисцов ; Міжрегіональна академія управління персоналом. — К. : Персонал, 2006. — 108 с.
9. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на 2012—2021 роки [Електронний ресурс]. — [2011]. — 37 с. — Режим доступу : <http://www.mon.gov.ua/images/files/news/12/05/4455.pdf> — Загол. з екрану. — Мова укр.
10. Про основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007-2015 роки : Закон України від 09.01.2007 № 537-V / Верховна Рада України // Відомості Верховної Ради України. — 23.03.2007. — № 12. — С. 511, стаття 102.
11. Рашевська Н. В. Мобільні інформаційно-комунікаційні технології навчання вищої математики студентів вищих технічних навчальних закладів : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.10 — інформаційно-комунікаційні технології в освіті / Рашевська Наталя Василівна ; Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України. — К., 2011. — 305 с.
12. Триус Ю. В. Проблеми і перспективи вищої математичної освіти / Ю. В. Триус, М. Л. Бакланова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. — Вип. 23. — Донецьк : ТЕАН, 2005. — С. 16-26.
13. Хараджян Н. А. Програмні засоби комп'ютерного моделювання в підготовці фахівців з економічної кібернетики / Н. А. Хараджян // Вісник Черкаського університету, 2011. — № 211, Частина I. — С. 122-130.
14. Шокалюк С. В. Методичні засади комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 — теорія та методика навчання (інформатика) / Шокалюк Світлана Вікторівна ; Національний педагогічний ун-т імені М. П. Драгоманова. — К., 2010. — 261 с.
15. Borovik A. Information technology in university-level mathematics teaching and learning: a mathematician's point of view / Alexandre Borovik // Research in Learning Technology. — 2011. — Vol. 19, No. 1, March. — P. 73-85.
16. Change Log for V2.18-11 (Released 5/10/2012) [Electronic resource] // MAGMA COMPUTER ALGEBRA. — [Sydney] : Computational Algebra Group, 2012. — Mode of access : <http://magma.maths.usyd.edu.au/magma/releasenotes/2/18/11/> — Загол. з екрану. — Мова англ.
17. Finch C. Sage beginner's guide / Craig Finch. — Packt Publishing, 2011. — 65 p.

18. Kosan T. Exploring Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) With MathPiper [Electronic resource] / Ted Kosan. — v. 24M. — 2010. — 176 p. — Mode of access : [http://www.mathpiper.org/documentation-1/exploring\\_stem\\_with\\_mathpiper\\_v.24M.pdf](http://www.mathpiper.org/documentation-1/exploring_stem_with_mathpiper_v.24M.pdf)— Загол. з екрану. — Мова англ.

У статті зроблено аналіз методичних основ використання систем комп'ютерної математики (СКМ), що можуть бути використана для підтримки процесу навчання вищої математики студентів вищих технічних навчальних закладів України. Виділено ключові моменти, що необхідно враховувати при використанні СКМ в процесі навчання вищої математики. За результатами проведеного дослідження розглянуто найбільш популярні СКМ, що використовують у навчанні вищої математики у ВНЗ США та України. Коротко розглянута характеристика СКМ та методичні рекомендації щодо їх використання в процесі навчання.

**Ключові слова:** засоби ІКТ, системи комп'ютерної математики (СКМ), процес навчання вищої математики, технічні ВНЗ.

В статье сделан анализ методических основ использования систем компьютерной математики (СКМ), которые могут быть использованы для поддержки процесса обучения высшей математике студентов высших технических учебных заведений Украины. Выделены ключевые моменты, которые необходимо учитывать при использовании СКМ в процессе обучения высшей математике. По результатам проведенного исследования, рассмотрены наиболее популярные СКМ, используемые в обучении высшей математике в вузах США и Украины. Кратко рассмотрена характеристика СКМ и методические рекомендации по их использованию в процессе обучения.

**Ключевые слова:** средства ИКТ, системы компьютерной математики (СКМ), процесс обучения высшей математике, технические вузы.

The article provides an analysis of the methodological foundations of the using systems of computer mathematics (SCM), which can be used to support the learning process of higher mathematics students of higher technical educational institutions of Ukraine. Highlighted the key points that must be considered when using SCM in learning higher mathematics. According to the results of the study, considered the most popular SCM used in higher mathematics teaching in US universities and Ukraine. A brief look at the characteristics of SCM and guidelines for their use in the learning process.

**Keywords:** ICT tools, systems of computer mathematics (SCM), the learning process of higher mathematics, technical colleges.