

УДК 515.2+563.3

Ботвіновська С. І.

кандидат технічних наук, доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Київського національного університету будівництва і архітектури

МОДЕЛЮВАННЯ КРИВОЛІНІЙНИХ ПОВЕРХОНЬ ОБ'ЄКТІВ ДИЗАЙНУ ТА УПРАВЛІННЯ ЇХ ФОРМОЮ

Анотація: в роботі проаналізовано можливість управління формою дискретно представлених поверхонь об'єктів дизайну, за рахунок зовнішнього формоутворюючого навантаження на вузли дискретної сітки, яка формується за допомогою статико-геометричного методу (СГМ). Наведено приклади моделювання дискретного геометричного каркасу криволінійної поверхні плафону світильника.

Ключові слова: дискретний каркас, рівновага вузлів, формоутворююче навантаження, об'єкт дизайну.

Постановка проблеми. Побудова геометричної моделі будь-якої криволінійної поверхні, в дизайні або технічній естетиці, є непростю задачею. Геометрична модель майбутнього об'єкта найповніше відображає геометричні властивості змодельованої поверхні, а саме – її форму та структуру. Тому, одним з найперспективніших напрямів наукових досліджень, у моделюванні криволінійних поверхонь, є формоутворення дискретних моделей поверхонь, можливість отримати різноманітні форми та варіювання форм.

Формування цілей та завдання статті. Кожний дизайнер прагне отримати найбільш досконалу форму об'єкта, що моделюється. Причому, ця форма повинна максимально повно враховувати: вихідні умови, відповідати технічним умовам, забезпечувати функціональне призначення майбутнього об'єкта та мати естетичний вигляд. Метою даної роботи є визначення впливу зовнішнього формоутворюючого навантаження та появи особливих точок на форму дискретно визначеної поверхні (ДВП) при конструюванні дизайн-форм. Завдання даної роботи – проаналізувати зміни форми ДВП під впливом зовнішнього формоутворюючого навантаження, що прикладається до вузлів сітки.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Сукупність вихідних умов, що пред'являються до об'єкта дизайну, суттєво впливають на його форму. За цією сукупністю можна не лише побудувати єдину форму поверхні об'єкта дизайну, а й забезпечити різноманіття його форм. Одним із критеріїв унікальних дизайнерських форм об'єктів виступає естетичність форми

поверхні, що моделюється. Саме естетичність форми (виразність, повнота і чітко виражене смислове навантаження елементів форми) може суттєво вплинути на кошторис майбутнього об'єкту.

Значна кількість досліджень у галузі дискретного геометричного моделювання присвячена питанням формоутворення поверхонь та управлінню їх формою [1-6].

СГМ формоутворення дискретних моделей кривих ліній та поверхонь [1], в основі якого лежить статична інтерпретація методу скінчених різниць, є найбільш наочним методом дискретного геометричного моделювання різноманітних об'єктів, процесів та явищ.

Принципи формоутворення дискретних каркасів ліній або поверхонь та питання керування їх формою були викладені в роботі С.М.Ковальова [1]. В роботі [2] була виконана спроба розширити формоутворюючі можливості СГМ за рахунок трактування зовнішнього навантаження, як формоутворюючого чинника, із збереженням лінійності системи рівнянь рівноваги вузлів. Пошуку оптимальних та раціональних форм поверхонь покриттів в архітектурі з урахуванням наперед заданих вимог, в тому числі статичного та технологічного характеру, присвячено роботу [3].

В роботі [4] описане формування дискретних каркасів поверхонь пневматичних конструкцій, що утворюються під дією надлишкового тиску, коли зовнішнє навантаження відповідає тиску і є нормальним до цієї поверхні. Такий підхід до моделювання поверхонь пов'язаний з появою нелінійних систем рівноваги вузлів, оскільки зовнішні зусилля залежать від координат вузлів ще невизначеної сітки, що ускладнює розв'язання задачі.

Можливість управління формою дискретно представленої кривої лінії, з умовою збереження рівності довжини ланок. розглядається в роботі [5]. Наводиться алгоритм моделювання структурних конструкцій, із збереженням цієї умови. Але, авторами не розглядається можливість збереження довжини ланок при моделюванні дискретних каркасів поверхонь.

Питанням варіювання формою дискретної поверхні, за рахунок використання афінних перетворень, присвячена робота [6]. Автор підтверджує, що використання саме афінних перетворень не порушує рівноваги вузлів сітки. Розглядаються питання оперативного управління геометрією змодельованих дискретних поверхонь за рахунок локального коригування та згущення їх каркасів. Автором встановлено відповідність між структурою обчислювального шаблону поверхні, параметрами зовнішнього формоутворюючого навантаження на вузли, видом напруженого стану дискретної сітки та формою поверхні. Як результат, були змодельовані складені поверхні, але не були

дослідженні питання стикування цих поверхонь, впливу зміни кроку дискретної сітки на точність стикування.

У проаналізованих роботах не розглядалися питання появи особливих точок на дискретних каркасах поверхонь і, відповідно, їх вплив на форму майбутнього об'єкта.

Основна частина. Спробуємо уявити сітку, що натягнута на замкнений контур та провисає під дією власної ваги. У СГМ власну вагу можна представити як множину рівних між собою вертикально зосереджених зусиль, прикладених до вузлів сітки. Зусилля у в'язях умовно вважаються пропорційними довжинам цих в'язей. До кожного вузла сітки можна прикласти зовнішнє зусилля, напрям якого відрізнятиметься від вертикального. Таке зусилля буде вважатись формоутворюючим параметром.

При формуванні дискретних каркасів поверхонь СГМ врівноважена сітка під дією зовнішніх зусиль, що прикладені до вузлів описується системою рівнянь (1):

$$u_{i-1,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1} - 4u_{i,j} + kP_{ij,u} = 0 \quad (1)$$

де $u_{i-1,j}$ – координати вузлів сітки; $P_{ij,u}$ – проекція формоутворюючого навантаження на відповідну координатну вісь; k – коефіцієнт пропорційності зусиль довжинам в'язей.

Кількість рівнянь (1) складених для всіх невідомих вузлів, повинна дорівнювати кількості невідомих координат або інших формоутворюючих параметрів і, тому така система матиме єдиний розв'язок.

Якщо сітку вважати за абсолютно жорстку систему, то величина $kP_{ij,u}$ не матиме ніякого впливу на форму поверхні, що моделюється. Лише зусилля у в'язях будуть зазнавати зміни пропорційно до зміни величини $kP_{ij,u}$. Саме тому зовнішні зусилля, прикладені до вузлів, мають умовний характер і можуть використовуватись як вільні параметри, які дозволять керувати формою поверхні, що моделюється.

Множина зовнішніх зусиль, що діють на вузли сітки, з одного боку, може моделювати статичну рівновагу, що є моделлю реального фізичного процесу. Прикладами можуть слугувати сітки, що моделюють форму безмоментного криволінійного архітектурного покриття під дією власної ваги [1, 3], або сітки, що моделюють форми пневматичних оболонок під дією збиткового внутрішнього тиску [4], тощо.

З іншого боку, множина зусиль зовнішніх навантажень може не відбивати певне фізичне явище, а бути формоутворюючими параметрами сітки. В останньому випадку СГМ може широко застосовуватись для формоутворення різноманітних об'єктів у дизайні або технічній естетиці.

На будь-яку поверхню, яку назвемо поверхнею прообразу, можна нанести довільну сітку і визначити зовнішні зусилля, які забезпечують належність вузлів даній поверхні. Якщо задати інші вихідні данні для моделювання іншої поверхні, яку будемо називати поверхнею образу, зберігаючи при цьому топологію заданої сітки, а зовнішні зусилля перенести з сітки на поверхні прообразу у відповідні вузли на поверхню образу, отримаємо дискретну модель нової поверхні.

Параметром управління формою поверхні образу може бути коефіцієнт пропорційності k (1). Додаткові можливості управління формою можна забезпечити за рахунок задання на поверхні образу окремих особливих точок, таких як кінчні точки та точки сплющення. У вузлі, що відповідає кінчній точці поверхні, зовнішнє зусилля повинно зберігати напрям, але відрізнятись від зусиль у звичайних точках довжиною вектора. У вузлі, що відповідає точці сплющення, зовнішнє зусилля повинно дорівнювати нулю. Тоді, у системі лінійних рівнянь (1), рівняння, що описують рівновагу особливих вузлів, відрізняються від рівнянь рівноваги звичайних вузлів величиною $kP_{ij,u}$. Це можна забезпечити заміною коефіцієнта k на коефіцієнт k_l .

Коефіцієнт k_l – управління формою образу в особливих точках, не є конструктивним параметром тому, що наочно важко визначити його величину. Саме з цього приводу цей коефіцієнт можна вважати невідомим. А для того, щоб число рівнянь у системі рівноваги вузлів відповідало числу невідомих, потрібно задати одну з координат довільного вузла сітки, що відповідає особливій точці поверхні.

Так само, у вузлах, що відповідають звичайним точкам поверхні, коефіцієнт k можна вважати невідомим, але тоді потрібно задати одну з координат довільного звичайного вузла. Можливості варіювання форми поверхні об'єктів дизайну покажемо на прикладі формування точкового каркаса поверхні плафонів світильників.

На поверхні зрізаної сфери (поверхні прообразу) $R=200$, що показана на рис. 1, a нанесено радіально-кільцеву сітку, що знаходиться у рівновазі під дією зусиль, спрямованих з центру сфери. Визначено координатні складові зовнішніх зусиль.

За опорний контур поверхні образу прийнято зрізи заданої сфери. Задано 48 кінчних точок симетрично відносно осі Oz . Система рівноваги проєкцій зусиль на вісь Ox , з урахуванням осьової симетрії поверхні, складається з 66 рівнянь рівноваги звичайних вузлів:

$$x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1} - 4x_{i,j} + kP_{ij,x} = 0 \quad (2)$$

Та 6-ти рівнянь рівноваги вузлів, що відповідають кінчним точкам поверхні:

$$x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1} - 4x_{i,j} + k_1 P_{ij,x} = 0 \quad (3)$$

де k, k_l – невідомі коефіцієнти пропорційності.

Ординати вузлів, з урахуванням симетрії, тотожні відповідним абсцисам вузлів. Система рівнянь рівноваги проекцій зусиль на вісь Oz , з урахуванням симетрії, складається з 21 рівняння рівноваги вузлів, що відповідають звичайним точкам:

$$z_{i-1,j} + z_{i+1,j} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1} - 4z_{i,j} + k P_{ij,z} = 0 \quad (4)$$

та 3-х рівнянь рівноваги вузлів сітки, що відповідають кінчним точкам:

$$z_{i-1,j} + z_{i+1,j} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1} - 4z_{i,j} + k_1 P_{ij,z} = 0 \quad (5)$$

де k, k_l – визначаються системою рівнянь (2), (3).

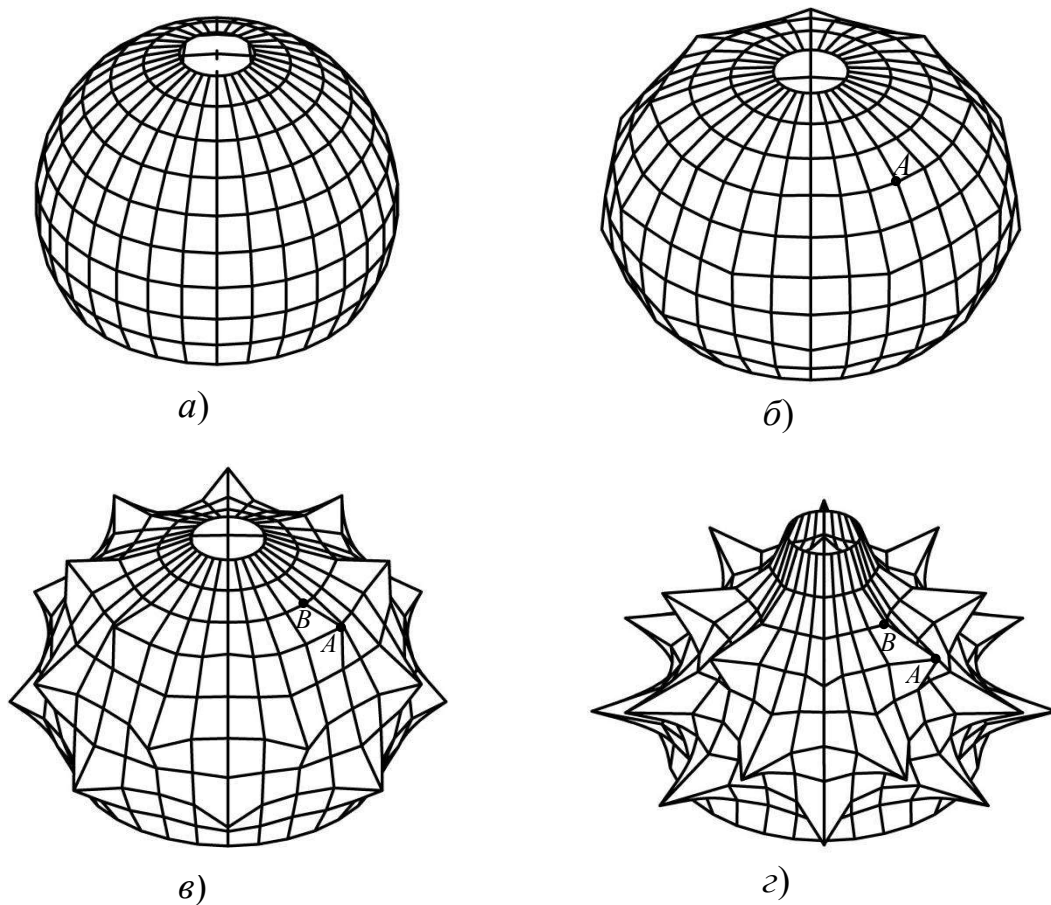


Рис. 1. Приклади варіювання форми поверхні плафона світильника:
 а) зображення сфери – поверхні прототипу; б) зображення поверхні з кінчними точками; в) поверхня з кінчними точками, та коли у звичайних точках відсутнє зовнішнє зусилля; г) кінчні точки на поверхні, та коли значення зовнішнього зусилля у звичайних точках від’ємне

На рис. 1, б показано форму плафона світильника з кінчними точками, де зовнішні зусилля у вузлах, що відповідають звичайним точкам перенесені зі

сфери (рис.1, *a*), а для спеціальних вузлів (конічних точок типу вузлу *A*) задано абсцису ($x_A = 178$).

На рис. 1, *в* форму поверхні змінено за рахунок зміни зовнішнього навантаження у звичайних вузлах, $kP_{ij,u} = 0$. На рис. 1, *г* форму поверхні отримано за рахунок задання абсциси вузла *B* ($x_B = 98$), причому знаки векторів зовнішніх зусиль у звичайних точках змінились на протилежні. Приклади, що наведено на рис. 1, демонструють можливості управління формою поверхні об'єкта дизайну.

На рис. 2 показано нову поверхню плафона світильника, прообразом якої теж є сфера (рис. 1, *a*). Спеціальні точки (*A, B, C, D, E, F*) задано симетрично з чотирьох боків такими, що відповідають точкам сплющення, всього 24-ри вузла. Для збереження округлості форми задано абсцису вузла *G* ($x_G = 148$). Система рівнянь рівноваги проекцій зусиль на вісь *Ox* налічує: 66 рівнянь для звичайних вузлів(2), та 6 рівнянь, що відповідають точкам сплющення:

$$x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1} - 4x_{i,j} = 0 \quad (6)$$

Ординати вузлів сітки, з урахуванням симетрії дорівнюють відповідним абсцисам. Система рівнянь рівноваги проекцій зусиль на вісь *Oz*, з урахуванням симетрії, налічує 20 рівнянь рівноваги вузлів (4) та 4-ри рівняння для вузлів сплющення:

$$z_{i-1,j} + z_{i+1,j} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1} - 4z_{i,j} = 0 \quad (7)$$

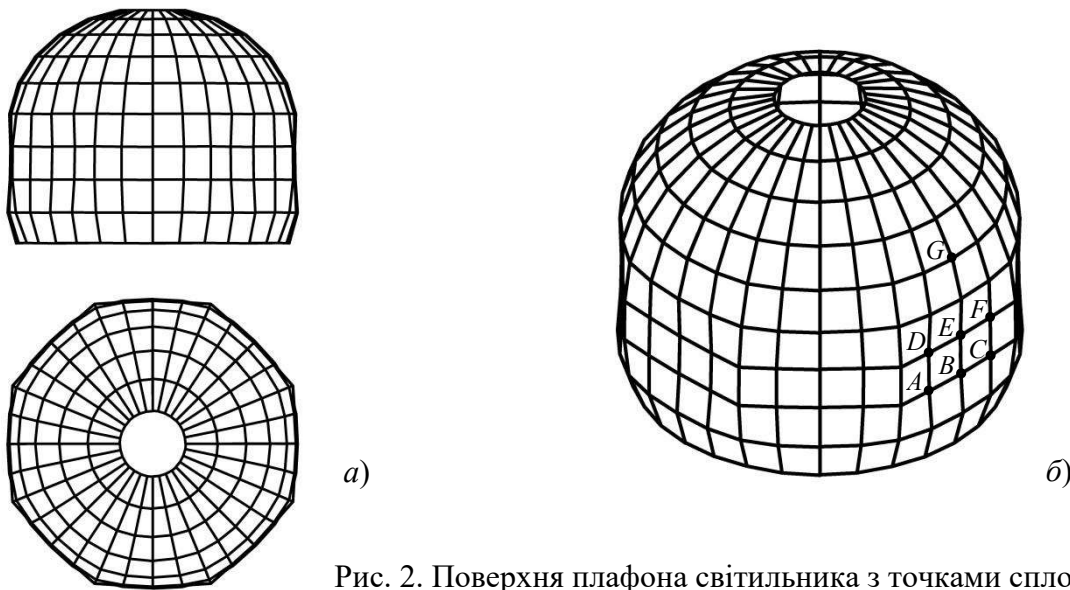


Рис. 2. Поверхня плафона світильника з точками сплющення:
а) проекції плафона світильника; б) аксонометричне зображення

Висновки та перспективи. Параметрами варіювання форми модельованої поверхні виступає коефіцієнт пропорційності та величини векторів зовнішніх зусиль, прикладених до вузлів сітки. Додаткові можливості

управління формою при моделюванні дискретних каркасів поверхонь об'єктів дизайну СГМ можна забезпечити за рахунок задання на поверхні, що моделюється окремих особливих точок, таких як кінчні точки та точки сплюснення.

Література

1. *Ковалев С.М.* Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. ...доктора. наук: 05.01.01. [Текст]/ Ковальов С. М.– М.:МАИ, 1986. – 348 с.
2. *Ковальов С.Н.* Формоутворююча роль зовнішнього навантаження в статико-геометричному методі [Текст]/ С.М. Ковальов, О.І. Ахматшина // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Вип. 2.– Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014, С. 43-50.
3. *Михайленко В.Е.* Формообразование большепролетных покрытий [Текст] / В.Е. Михайленко, С.Н. Ковалев, К.А. Сазонов. – К.:Вища шк. Головно изд-во, 1987, – 191 с.
4. *Логачёв М.Я.* Управление формой поверхностей оболочек, формирующихся под действием нормальной нагрузки: автореф. дис. ...канд. техн. наук: 05.01.01 «Прикладная геометрия, инженерная графика» [Текст] / М.Я. Логачёв. – К.:КИСИ, 1995, – 17 с.
5. *Сафронеев И.В.* Формообразование структурных конструкций статико-геометрическим способом [Текст]/ И.В.Сафронеев, В.В.Хмара // Прикладная геометрия и инженерная графика: сборник научных трудов. – Вып. 53. – К.: КИСИ, 1992, С. 73-75.
6. *Самчук П.В.* Управление формой дискретно заданных поверхностей в задачах проектирования оболочек: дис. ...канд. техн. наук: 05.01.01. «Прикладная геометрия, инженерная графика» [Текст] / П.В. Самчук.– К.:КИСИ, 1991. – 138 с.

Аннотация: в статье представлены результаты моделирования дискретного каркаса поверхности плафона светильника с помощью статико-геометрического метода (СГМ). Проанализированы возможности управления формой криволинейной поверхности, за счет внешней нагрузки, действующей на узлы сети. Показаны примеры управления формой дискретной поверхности, за счет выбора на поверхности особых точек: конических и точек уплощения. Ключевые слова: дискретный каркас, равновесие узлов, формообразующая нагрузка, особые точки, объект дизайна.

Abstract: the results of modeling of discrete framework the surface plafond of lamp which was modeled using a static-geometric method were presented in the article. Possibilities of control the shape of the curved surface, with a help the external loading, which acts on the nodes of a discrete network were analyzed in work. Show examples of the control the shape of such a surface, by way allocation on the surface special nodal points. As special nodal points on the surface, the author proposes to set conic nodal points and the points of smoothing (flattening). Keywords: of discrete framework the surface, the balance of the nodes, the loading modeling a form, special nodal points, object design.