

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ ФОРМЫ
РЕШЕТОК ТОКООТВОДОВ В
АККУМУЛЯТОРАХ–ЭТЕРГОНАКОПИТЕЛЯХ**

Аннотация. Разработана инженерная методика определения напряжённно деформированного состояния жилок решёток токоотводов. На основе рассмотрения взаимодействия жилок и ребра решётки получена разрешающая система контактной задачи. Проведен анализ коэффициентов матрицы разрешающей системы. Разработан специальный алгоритм решения системы. Исходная матрица была приведена к треугольному виду. Определены действующие и критические усилия в жилках решётки.

Ключевые слова: жилки, ребро токоотвода, коэффициенты жесткости, действующие, критические усилия.

Розроблена інженерна методика знаходження напружно-деформованного стану жилок решітки перспективних токовідводів акумуляторних батарей. Проведено порівняння діючих та критичних зусиль у жилках решітки. Зроблено висновок відносно вірогідності втрати первинної форми жилок та решітки.

Engineering methods of defining stress-strain state of grate veins of perspective collector in storage battery were worked out. The comparison of operating and critical forces in grate veins was carried out. The conclusion about the possible stability losses of the initial form of veins and that of grate was made.

Введение

В последнее время актуальны вопросы разработки альтернативных источников энергии. Одним из направлений является использование ветроэнергетических и солнечных энергогенерирующих устройств. Для непрерывного использования энергии необходимы мощные энергонакопительные комплексы, в основе которых могут быть использованы перспективные аккумуляторы. Для их производства необходимо проведение, в частности, исследования по статике и динамике элемента аккумулятора – решетки токоотвода. В [1] проведены исследования динамических характеристик решеток токоотвода различного конструктивного исполнения.

В настоящей работе проведены исследования напряженно-деформированного состояния и устойчивости первоначальных форм жилок и решеток токоотводов.

Описание конструкции решетки токоотвода

Рассматривалась конструкция спаренного токоотвода, представленная на рисунке 1.

На рисунке 1 римской цифрой I обозначена одна решетка, цифрой II – вторая решетка.

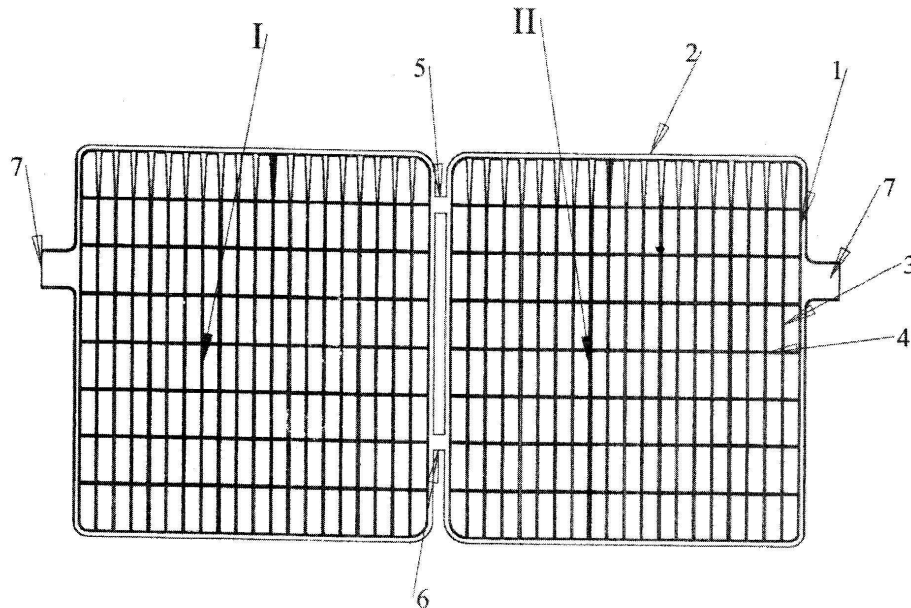


Рисунок 1. – Конструкция спаренного токоотвода

Каждая из решеток состоит из наружной рамки, образованной вертикальными (1) и горизонтальными (2) ребрами. Внутри рамки имеются вертикальные (3) и горизонтальные (4) жилки. Решетки I и II соединены между собой через верхнюю (5) и нижнюю (6) перемычки. Ушки (7) предназначены для подъема спаренного токоотвода из горизонтального положения в вертикальное, а также транспортировки (перенос от одного агрегата к другому) и хранения на накопителе. Толщина жилок - $\delta_{ж} = 0,08\text{см}$, толщина ребер - $\delta_p = 0,071\text{см}$. Толщина ушек и перемычек равна толщине ребер.

Нагружение решетки токоотвода

Для проведения исследований была выбрана расчетная схема, вероятность реализации которой в реальных условиях эксплуатации, наибольшая. Такой вывод был сделан на основании анализа результатов решения по определению величин реакций для восьми рассматриваемых расчетных схем.

Расчетная схема нагружения одной решетки, выбранная для продолжения дальнейшего исследования, представлена на рисунке 2.

На данной схеме активной силой (заданной внешней нагрузкой) являлась сила веса одной решетки $G = 60\text{г}$. Эта сила веса решетки условно считалась приложенной в центре тяжести решетки ($X = Y = 0$). В качестве реакций опор в данной расчетной схеме были выбраны: вертикальная сила P , горизонтальные силы N_B, N_H, T . Силы P и T приложены в районе

ушка, силы N_B, N_H – в районе верхней и нижней перемычек, соответственно.

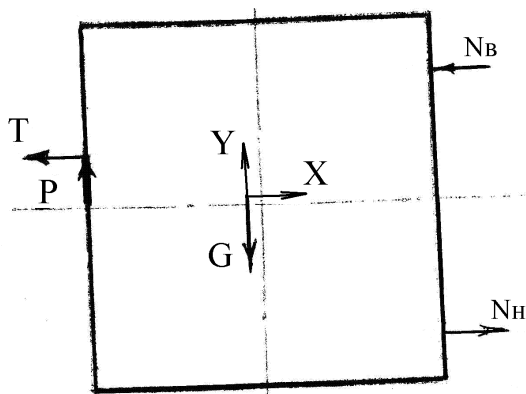


Рисунок 2. – Нагружение выделенной решётки

Согласно проведенной классификации реакций опор было выделено: сила P считалась основной реакцией, которая воспринимала непосредственно вес решетки G . Она равнялась весу решетки $P = G = 60g$. Сила веса решетки G действует относительно точки опоры, которая расположена в районе ушка. Направление действия силы G не совпадает с направлением действия силы P . В результате эксцентриситета относительно точки опоры возникает момент от действия силы $M_G = G * \ell$, где ℓ – эксцентриситет приложения силы G . Он равен расстоянию между центром тяжести решетки и точкой приложения силы P . Максимальная величина этого расстояния равно $8,1cm$. Таким образом, $M_G = 60 * 8,1 = 486 gcm$. Этот момент вызывает появление реакций N_B и N_H .

При отсутствии силы T реакции N_B, N_H равны между собой и противоположны по направлению ($N_B = -N_H = 56g$). Причем, верхнее усилие N_B по отношению к решетке является сжимающим, а нижнее N_H – растягивающим.

По своей физической природе сила T является силой трения. Ее направление противоположно направлению действия внешней нагрузки.

Для определения направления силы T были рассмотрены два возможных случая. В первом случае за внешнее нагружение был принят момент от действия собственного веса M_a . Его направление относительно ушка – по часовой стрелке. Действие силы T , которая расположена выше центра тяжести сечения, должно давать такое направление реактивного момента от T относительно центра тяжести сечения, чтобы оно имело направление против часовой стрелки. Это направление реакции T противоположно положительному направлению оси X . В этом случае реакция T уменьшает значение сжимающей силы N_B .

Во втором случае действие силы P происходит при наличии эксцентриситета ℓ_p . Момент $M_p = P * \ell_p$ пытается поворачивать ушко по часовой стрелке. Между нижней гранью ушка и направляющей может возникнуть сила трения T , препятствующая моменту M_p . В этом случае направление силы T направлено в положительную сторону оси X_y . И она увеличивает значение сжимающей силы N_B .

Оценка величины реакции силы T , как силы трения, была проведена на основе формулы $F_{TP} = f_{TP} * P$, где f_{TP} - коэффициент трения. При значениях $0,1 \leq f_{TP} \leq 0,3$ величина силы T лежит в пределах $6g \leq T \leq 18g$.

Для первого, выше рассматриваемого, случая величина сжимающей силы в верхней перемычке определялась неравенством $39g \leq N_B \leq 46g$. В нижней перемычке растягивающая сила $52g \leq N_H \leq 57g$.

Для второго случая направление силы T противоположно ее направлению относительно первого случая, значение силы в верхней перемычке $53g \leq N_B \leq 60g$, в нижней – $42g \leq N_H \leq 47g$.

Указанные диапазоны получены при рассмотрении, когда эксцентриситет приложения силы P $\ell_p = 0$. При максимально возможном значении эксцентриситета $\ell_p = 1,204\text{см}$ и реализации второго случая (направление силы T в положительном направлении оси X_y) максимальное значение сжимающей силы $N_B = 66g$. Этот случай можно считать наиболее неблагоприятным. Во-первых, в этом случае реализуется максимальное значение усилия в верхней перемычке. Во-вторых, величина этого усилия больше собственного веса решетки на 10 %. В-третьих, сила N_B действует на очень малом участке, практически сосредоточенная. В-четвертых, что самое главное, по отношению к жилкам решетки она сжимающая. Необходимо рассматривать задачу о возможной потере устойчивости первоначальной прямолинейной формы жилок (местная форма потери устойчивости) и потере устойчивости первоначальной плоской формы решетки (общая форма потери устойчивости).

В результате решения задач устойчивости определяются критические напряжения. Их величина сравнивается с действующими в жилках напряжениями. Действующие в жилках напряжения находятся на основе решения задачи напряженно- деформированного состояния жилок решетки.

Напряженно-деформированное состояние жилок решетки

Постановка задачи. На рисунке 3 представлена расчетная схема, на основе которой разрабатывалась инженерная методика по определению напряженно-деформированного состояния в жилках решетки токоотвода.

Ребро решетки, расположенное в районе перемычек, представлено балкой АВ. По краям балки имеется свободное (шарнирное) опирание.

Внешней нагрузкой для данной балки являются усилия N_B и N_H . Эти нагрузки считаются известными или заданными. Их величина определена на предыдущих стадиях исследования.

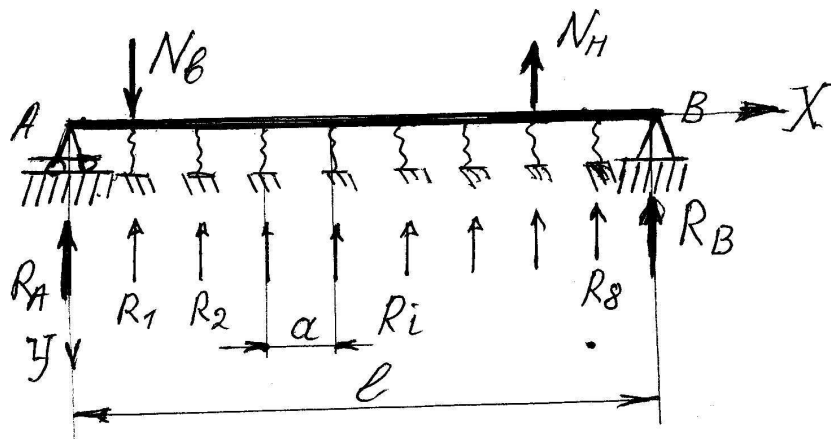


Рисунок 3. – Расчетная схема нагружения ребра решётки

Горизонтальные жилки в этой расчетной схеме отброшены, а их действие заменено неизвестными реакциями R_i , где $i=1,8$ (по количеству жилок в исходной конструкции решеток). На рисунке 1 ребро расположено вертикально, а жилки – горизонтально. На рисунке 2 ребро показано в горизонтальном положении, а реакции в жилках в вертикальном положении. Неизвестными, подлежащими определению, также являются реакции в опорах R_A и R_B .

Инженерная методика

Под действием внешней нагрузки N_B , N_H балка прогибается. В точках $x = a, 2a, 3a, \dots, 8a$, где a расстояние между реакция R_i , их величина определяется по формуле

$$R_i = C * Y_i, \quad (1)$$

где Y_i - прогиб балки в точках $x = a, 2a, 3a, \dots, 8a$, C - коэффициент жесткости жилки.

Для упругого (винклеровского) основания коэффициент жесткости определяется как для стержня по формуле

$$C = \frac{E_{жс} F_{жс}}{L_{жс}}, \quad (2)$$

где $E_{жс}$ – модуль упругости материала жилки, $F_{жс}$ – площадь поперечного сечения жилки, $L_{жс}$ – длина жилки.

Исходным управлением для описания прогиба балки было взято дифференциальное уравнение изгиба в виде

$$EIY'' = -M(x), \quad (3)$$

где E – модуль упругости материала ребра, I – момент инерции поперечного сечения ребра.

Изгибающий момент от заданной внешней нагрузки и реакции опор определялся по формуле

$$M(x) = R_A x - N_B (x - a) |_{x>a} + \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{i-1} R_j (x - ja) |_{x>(j-1)a} + N_H (x - 6a) |_{x>6a}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3) и дважды интегрируя, было получено выражение для описания прогиба балки с точностью до постоянных интегрирования c_1, c_2 в виде

$$Y(x) = \frac{1}{EI} \left\{ -R_A \frac{x^3}{6} - N_B \frac{(x-a)^3}{6} |_{x>a} + \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{i-1} R_j \frac{(x-ja)^3}{6} |_{x>(j-1)a} + N_H \frac{(x-6a)^3}{6} |_{x>6a} + c_1 x + c_2 \right\}. \quad (5)$$

Постоянные интегрирования определялись из граничных условий $x=0, L, \quad y(0) = y(L) = 0$. Было получено, что $c_2 = 0$, а c_1 определялся по формуле

$$c_1 = \frac{R_A L^2}{6} + N_B \frac{(L-\bar{a})^3}{6} - \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{i-1} R_j \frac{(L-j\bar{a})^3}{6} + N_H \frac{(L-6\bar{a})^3}{6}, \quad (6)$$

где $\bar{a} = \frac{a}{L}$.

Путем подстановки (6) в (5) формула (5) представлялась в виде

$$Y(x) = \frac{L^3}{6EI} \left\{ -R_A (\bar{x}^3 - \bar{x}) - N_B [(\bar{x} - \bar{a})^3 - \bar{x}(1 - \bar{a})] |_{\bar{x}>\bar{a}} + \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{i-1} R_j (\bar{x} - j\bar{a})^3 |_{\bar{x}>(j-1)\bar{a}} - N_H [(\bar{x} - 6\bar{a})^3 - \bar{x}(1 - 6\bar{a})] |_{\bar{x}>6\bar{a}} \right\}. \quad (7)$$

Исходными уравнениями для получения разрешающей системы уравнений, кроме выражения (7), являются уравнения равновесия (статики)

$$R_A - N_B + \sum_{i=1}^8 R_i + N_H + R_B = 0, \quad (8)$$

$$R_A * L - N_B * 7a + \sum_{i=1}^8 R_i (9-i)a - N_H * 3a = 0.$$

На данном этапе имеем 10 неизвестных: восемь R_i и R_A, R_B . Уравнений статики - два. Задача восемь раз статически неопределима.

Недостающие уравнения были получены из условий совместности деформаций. Прогиб балки (ребра) $Y_i(x_i)$, где $x_i = a, 2a, 3a, \dots, 8a$, равен удлинению стержня (жилки)

$$Y_i(x_i) = \frac{R_i}{C} \quad (9)$$

Используя выражения (7) и (9), были получены недостающие восемь уравнений.

Объединяя эти уравнения с уравнениями статики (8), была получена разрешающая система уравнений.

Анализ полученной на данной стадии разработки инженерной методики показал, что коэффициенты матрицы труднообозримы, а определитель может быть недостаточно хорошо определен.

Для придания коэффициентам матрицы вида, удобного для записи ее коэффициентов, простоты получения аналитического решения, на основе которого можно оперативно проверить различного рода анализы, были проведены дополнительные преобразования.

Нестандартным шагом в проведении дополнительных исследований было то, что неизвестная реакция R_A была перенесена из левой части матрицы в правую. В итоге, неизвестными в левой части оставались только реакции R_i . Реакция R_B в данную систему не входила, она определялась из уравнения равновесия по найденным R_i и R_A .

Выбранный путь решения системы более длительный, чем прямое численное решение. Он предполагает поэтапное решение системы. Вначале определяются R_i через известные N_B , N_H и неизвестное R_A . На основании второго уравнения статики (8) находится реакция R_A , а с помощью первого – реакция R_B .

Разрешающая система уравнений относительно реакций R_i имела вид

$$\sum_{i=1}^8 a_{ij} R_i = b_{i1} R_A + b_{i2} N_B + b_{i3} N_H. \quad (10)$$

Диагональные члены матрицы определялись по формуле

$$a_{ii} = \frac{D}{i}, \quad (11)$$

где $D = \frac{6\chi}{a}$, $\chi = \frac{c_u}{c}$, $c_u = \frac{Y_i}{L^3}$.

Параметр χ отражает отношение коэффициента изгибной жесткости ребра как балки (EI - жесткость при изгибе) к коэффициенту жесткости на растяжение-сжатие жилки как стержня.

Для всех $i = 1, \dots, 8$ коэффициент a_{ii} отличен от нуля.

Все коэффициенты выше главной диагонали равны нулю, а ниже – отличны от нуля. Таким образом, матрица разрешающей системы имеет треугольный вид.

Для $2 \leq i \leq 8$ и $j = i - 1$ коэффициенты нижней части треугольной матрицы находились из довольно простых выражений

$$a_{ij} = -(1 - j\bar{a})^3 - \frac{[(i-1)\bar{a}]^2}{i}. \quad (12)$$

В данном представлении удалось разделить жесткостные характеристики конструкции (c_u, c, D) и геометрические (\bar{a}) . Жесткостные находятся в диагональных членах, геометрические – в нижней части треугольной матрицы. Это сделано для возможности проводить различного рода анализы.

Коэффициент матрицы в правой части определялись по формулам

$$\text{для } 1 \leq i \leq 8 \quad b_{i1} = [1 - (i\bar{a})^2]R_A; \quad b_{i2} = b_{i3} = 0,$$

$$\text{для } 2 \leq i \leq 8 \quad b_{i2} = \left\{ 1 - (i\bar{a})^3 - \frac{[(i-1)\bar{a}]^2}{i} \right\} N_B; \quad b_{i3} = 0 \quad (13)$$

$$\text{для } i = 7, 8 \quad b_{i3} = \left\{ 1 - (6\bar{a})^3 - \frac{[(i-6)\bar{a}]^2}{i} \right\} N_H.$$

Алгоритм решения системы состоял в последовательном решении ее уравнений.

Первое уравнение содержало в левой и правой части по одному члену

$$a_{11}R_1 = b_{11}R_A, \quad (14)$$

$$\text{где } a_{11} = D; \quad b_{11} = 1 - \bar{a}^2; \quad R_1 = \frac{1 - \bar{a}^2}{D} R_A.$$

Второе уравнение было представлено двумя слагаемыми в правой и левой частях

$$a_{21}R_1 + a_{22}R_2 = b_{21}R_A + b_{22}N_B, \quad (15)$$

$$\text{где } a_{22} = \frac{D}{2}; \quad a_{21} = -(1 - 2\bar{a})^3 - \frac{\bar{a}^2}{2}; \quad b_{22} = (1 - 2\bar{a})^3; \quad b_{21} = -(1 - \bar{a})^3 - \frac{\bar{a}^2}{2}.$$

Зная решение для R_1 из первого уравнения (14) и используя его во втором (15), определялась реакция R_2

Третье уравнение содержало три слагаемых в левой части, и два - в правой

$$a_{31}R_1 + a_{32}R_2 + a_{33}R_3 = b_{31}R_A + b_{32}N_B, \quad (16)$$

где $a_{33} = \frac{D}{3}$; $a_{31} = (1 - \bar{a})^3 - \frac{2\bar{a}^2}{3}$;

$$a_{32} = (1 - \bar{a})^3 - \frac{\bar{a}^2}{3}; b_{31} = (1 - 3\bar{a})^3; b_{32} = (1 - \bar{a})^3 - \frac{2\bar{a}^2}{3}.$$

Уравнения седьмое и восьмое в правой части содержали слагаемые, учитывающие наличие усилия N_H в дополнении к R_A и N_B .

$$b_{73} = (1 - 6\bar{a})^3 - \frac{\bar{a}^2}{7}, b_{83} = (1 - 6\bar{a})^3 - \frac{\bar{a}^2}{8}. \quad (17)$$

Уравнение седьмое в правой части имело семь слагаемых, уравнение восьмое – все восемь слагаемых

$$a_{77} = \frac{D}{7}; a_{88} = \frac{D}{8}, \quad (18)$$

$$a_{71} = -[(1 - \bar{a})^3 - \frac{6\bar{a}^2}{7}]; a_{72} = -[(1 - 2\bar{a})^3 - \frac{5\bar{a}^2}{7}]; a_{73} = -[(1 - \bar{a})^3 - \frac{4\bar{a}^2}{7}].$$

Для оценки величин реакций R_i и определения качественной их картины распределения (определения знака R_i) были проведены предварительные расчеты. Расчеты проводились при следующих данных.

Жесткостные параметры конструкции определялись модулем упругости материала токоотвода $E = 0,15 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, толщиной и шириной жилок и ребер. Для ребра $I = 0,71 \cdot 10^{-5} \text{ см}^4$, $L_p = 14,3 \text{ см}$, $L_{жс} = 13,2 \text{ см}$, $F_x = 0,64 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$.

Отношение коэффициентов жесткости $D = \frac{6\eta}{\bar{a}} = 0,492$ и $\bar{a} = \frac{a}{\ell} = 0,122$.

В результате последовательного решения системы, для района сжимающих усилий было получено

$$R_1 = 0,634N_B, R_2 = 0,3N_B, R_3 = 0,215N_B, R_4 = 0,02N_B \quad (19)$$

Значение силы N_H практически не оказывает влияния на величину данных усилий. Она влияет на $R_5 - R_8$, где эти усилия получились усилиями растяжения.

Ранее максимальная величина усилия $N_B = 66\text{г}$. Был введен коэффициент динамичности, отражающий то, что спаренный токоотвод может переводиться из одного положения в другое под действием динамической нагрузки. Максимальное значение коэффициента динамичности $k_D = 2$.

Таким образом, расчетное значение усилия $N_B = 66 \cdot 2 = 132\text{г}$. Для этого значения величины реакций, согласно (19), были

$$R_1 = 83,7z, R_2 = 39,6z, R_3 = 28,4z, R_4 = 2,64z. \quad (20)$$

Максимальное сжимающие усилие, как и ожидалось, находится в месте действия усилия N_B . Величина его составляет 63,4 % от значения N_B , величина R_2 - 30 %, R_3 - 21,5%.

Устойчивость первоначальной формы жилки и решетки

Потеря первоначальной прямолинейной формы жилки наступает, когда действующее сжимающее усилие в жилке превышает критическое.

Действующее усилие определено по формуле (20).

Критические усилия в жилках определялись по формуле Эйлера

$$P_{кр} = \frac{p^2 EY}{m^2 L^2}, \quad (21)$$

где m - коэффициент, учитывающий граничные условия.

На практике в месте приложения сжимающей силы N_B перемещения из плоскости решетки ничем не ограничены. В этом случае можно принять граничное условие – свободный край. На другом конце необходимо жесткое закрепление. В этом случае $m = 2$.

В приведенных выше данных, величина критического усилия, определенная по формуле (21), составила $P_{кр} = 128,4z$. Максимальная величина действующего усилия $R_1 = 83,7z$. Теоретически потеря устойчивости первоначальной формы не должна произойти, так как $R_1 < P_{кр}$. Местная потеря устойчивости, отражающая переход от прямолинейной формы устойчивости к следующей форме устойчивости – искривлению жилки из плоскости решетки в виде одной синусоиды, может произойти при действии каких-то дополнительных условий. Значение R_1 составляет 65,2% от критической силы $P_{кр}$. В этом случае целесообразно учесть наличие начальных отклонений от первоначальной формы. Они могут быть в виде местных прогибов. Благодаря двум факторам, – начального отклонения и того случая, когда действующая нагрузка составила более 50% от критической, возможен не скачкообразный переход к следующей форме равновесия, а постепенный. Прогиб балки Y в этом случае определяется по формуле

$$Y = \frac{Y_0}{1 - \frac{R}{P_{кр}}}, \quad (22)$$

где Y_0 - начальный прогиб; R - величина действующего в жилке усилия.

Начальный прогиб для жилки с усилием $R_1 = 83,7z$ будет увеличен в $1/(1 - \frac{R_1}{P_{кр}})$ в 1,53 раза, для жилки с усилием $R_2 = 28,4z$ в 1,28 раза.

Изготовить идеально прямую решетку достаточно трудоемкая технологическая операция. Одновременное наличие двух, а тем более в трех указанных жилках начальных несовершенств может вызвать прогиб решетки из ее плоскости. Эта местная деформация может привести к общей потере устойчивости самой решетки.

Выводы

1. Разработана инженерная методика определения усилий в жилках решёток токоотводов.

2. Разрешающая система контактной задачи взаимодействие жилок и ребра решётки имела восьмой порядок (степень статической неопределенности).

3. Матрица исходной разрешающей системы была приведена к треугольному виду.

4. Дан анализ коэффициентам матрицы системы и разработан специальный алгоритм её решения.

5. Определены величины действующих сжимающих усилий. В процентом отношении к величине внешнего усилия величины усилий в жилках составили: в районе действия внешней нагрузки 63 %, в первой соседней жилки 30%, во второй соседней 21%.

6. Определена величина критического усилия в жилки, которая может привести к местной форме потери устойчивости.

7. Сравнение величин действующих усилий со значениями критических усилий позволило сделать вывод о том, что местное форма потери устойчивости практически не реализуется.

8. Наличие первоначальных прогибов или местных деформаций в жилках с одновременным учётом величин сжимающих усилий в жилках, составляющих более 50% от величин критических усилий, может привести к общей потере устойчивости решетки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дорош О.В., Семененко В.П., Тарасов С.В. Частотный анализ решеток токоотводов аккумуляторных батарей / О.В.Дорош, В.П.Семененко, С.В.Тарасов// Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов.- Дн-ск, 2013.- 4(87).- С. 34-38.