

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ  
ДВИЖЕНИЮ ЛЕНТЫ С ГРУЗОМ ПО РОЛИКООПОРАМ  
КОНВЕЙЕРА С ЛЕНТОЙ ГЛУБОКОЙ ЖЕЛОБЧАТОСТИ**

*Анотація.* Розроблено математичну модель опору руху стрічки з вантажем по трохроліковим опорам конвеєра зі стрічкою глибокої жолобчастих. Модель заснована на теорії кочення твердих циліндрів по в'язкопружним циліндричним пластин з урахуванням згинальної жорсткості стрічки і деформації вантажу. В результаті отримано залежності коефіцієнта опору руху стрічки по роликкоопор конвеєра зі стрічкою глибокої жолобчастих натягу та швидкості стрічки, її в'язкопружних властивостей, параметрів лотка стрічки і фізико-механічних властивостей вантажу.

*Ключові слова:* опір руху, стрічка, конвеєр, глибока жолобчастих, роликкоопори.

*Аннотация.* Разработана математическая модель сопротивления движению ленты с грузом по трехроликовым опорам конвейера с лентой глубокой желобчатости. Модель основана на теории качения твердых цилиндров по вязкоупругим цилиндрическим пластинам с учетом изгибной жесткости ленты и деформации груза. В результате получены зависимости коэффициента сопротивления движению ленты по роликкоопорам конвейера с лентой глубокой желобчатости от натяжения и скорости ленты, ее вязкоупругих свойств, параметров лотка ленты и физико-механических свойств груза.

*Ключевые слова:* сопротивление движению, лента, конвейер, глубокая желобчатость, роликкоопоры.

*Abstract.* A mathematical model of the resistance to motion-tape burden on three roller conveyor belt supports deep grooved. The model is based on the theory of solid cylinders rolling on cylindrical plates viscoelastic given flexural rigidity and belt deformation load. As a result, the dependences of the drag coefficient of the belt on the roller carriage conveyor belt deep grooved relief and belt speed, its viscoelastic properties, the parameters of the tape tray and physico-mechanical properties of the load.

*Keywords:* resistance to movement, ribbon, belt, deep grooved roller.

**Актуальность.** Одним из путей повышения производительности и угла наклона ленточных конвейеров угольных шахт является использование става конвейера с глубоко желобчатой лентой. Однако, из-за больших сил распора связанных с деформацией груза, сила сопротивления движения глубокой желобчатой ленты по роликкоопорам ленточного конвейера существенно больше по сравнению с конвейером обычной желобчатости. Для конвейеров с лентой обыкновенной желобчатости сила сопротивления движению ленты по роликкоопорам и ее составляющие изучены достаточно хорошо [1–4]. Для ленты с глубокой желобчатостью сила сопротивления движению ленты по роликкоопорам изучена недостаточно.

### Постановка задачи

Величина силы сопротивления движению ленты по роlikоопорам конвейера с лентой глубокой желобчатости, также как для конвейера с лентой обыкновенной желобчатости, определяется суммой составляющих от вращения роликoв, от вдавливания роликoв в ленту, от изгиба ленты и от деформации груза [1–4]. Однако, согласно работам [4, 5], в случае ленты с глубокой желобчатостью, основной вклад в силу сопротивления движению ленты по роlikоопорам вносят составляющие, обусловленные изгибом ленты и деформацией груза.

Поэтому рассмотрим силы сопротивления движению ленты по роlikоопорам конвейера с лентой глубокой желобчатости, обусловленные изгибом ленты и деформацией груза.

### Решение задачи

Представим ленту с грузом в виде вязкоупругого желоба, движущегося по трехроlikовым опорам. Согласно работам [4, 5], при движении ленты с грузом на борта лотка ленты со стороны сыпучего груза действуют активные и пассивные распределенные нагрузки, вызванные гистерезисом сил распора сыпучего груза.

Кроме того, на дно лотка ленты действует постоянная распределенная нагрузка, обусловленная силой тяжести сыпучего груза.

Согласно принципу относительности механики, задачу движения лотка ленты с грузом по роlikоопорам ленточного конвейера можно заменить задачей качения роlikоопор по вязкоупругому лотку, заполненному сыпучим грузом.

Кроме того, предположим, что продольная жесткость ленты на изгиб мало влияет на напряженно-деформированное состояние ленты и груза. Тогда ленту можно представить в виде трех вязкоупругих пластин (одна средняя и две боковые) (рис. 1), которые движутся по жестким роlikам, расположенным на одинаковых расстояниях друг от друга. При этом центральная и боковые пластины растянуты силами натяжения  $S$  (Н) и нагружены распределенными нагрузками  $q_c$  (Н/м) – центральная пластина и активной  $q_a$  (Н/м) и пассивной  $q_n$  (Н/м) распределенными нагрузками – боковые пластины.

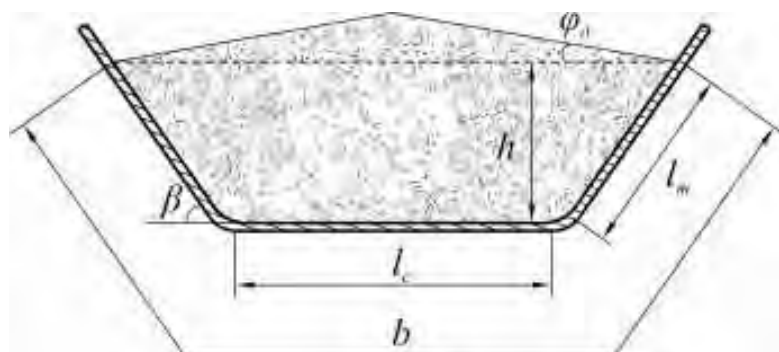


Рисунок 1. – Поперечное сечение желоба ленты конвейера с трехроlikовой опорой

Вначале рассмотрим задачу качения роликов по средней пластине.

Предположим, что лента с роликами роликоопор конвейера контактирует по образующей поверхности ролика, т.е. контакт ленты с роликами является контактом I рода [6].

Поставленную задачу разобьем на две задачи: внешнюю и внутреннюю. Во внешней задаче рассмотрим напряженно-деформированное состояние вязкоупругой пластины, растянутой силами натяжения  $S$  и нагруженной распределенной нагрузкой  $q_c$  и расположенной между центральными роликами (рис. 2).

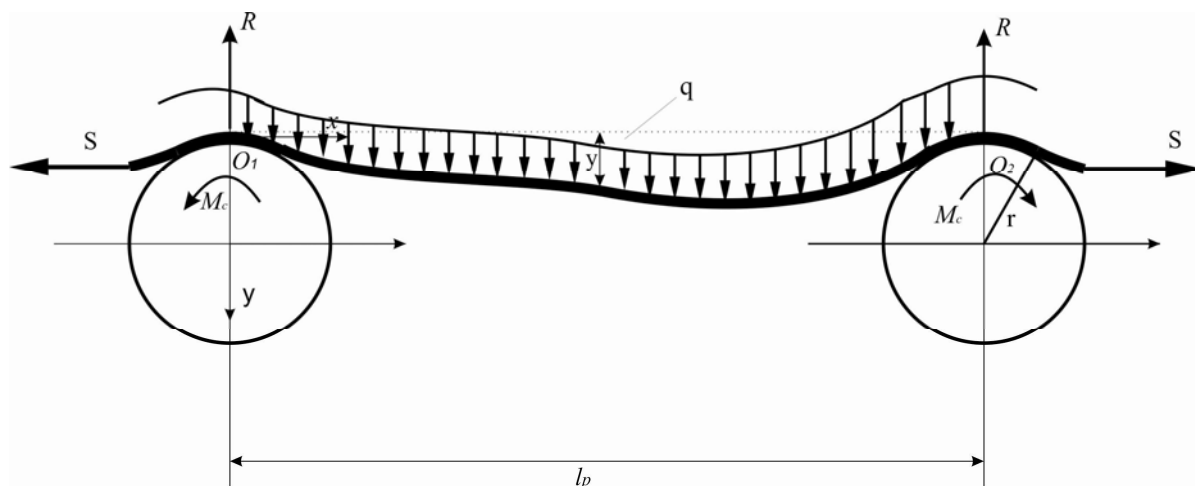


Рисунок 2. – Расчетная схема определения силы сопротивления движению дна лотка ленты с грузом по роликам ленточного конвейера

Во внутренней задаче рассмотрим силы и моменты, действующие в точке контакта ленты с центральными роликами.

Рассмотрим внешнюю задачу. Определим изгибный момент  $M_c$  в каждой точке вязкоупругой цилиндрической пластины, движущейся со скоростью  $v_n$  по роликам, расположенным на расстоянии  $l_p$  друг от друга (см. рис. 2).

Согласно принципу Вольтера [6, 7], для решения задачи наследственной теории упругости сначала нужно найти решение задачи обычной теории упругости и в окончательном результате заменить упругие постоянные функциями ползучести или релаксации, т.е. функциями, определяющими напряженное и деформационное состояние твердого тела, отвечающими единичной ступеньке напряжения или деформации, соответственно.

В случае изгиба вязкоупругой пластины нормальные продольные напряжения для каждого нормального сечения  $x$  пластины (см. рис. 2), согласно [6], определяются по формуле

$$\sigma_x(t) = \int_0^t \psi(t-t') \frac{\partial \varepsilon_x(t')}{\partial t'} dt' , \quad (1)$$

где  $\sigma_x(t)$ ,  $\varepsilon_x(t)$  – продольные напряжения и деформации в каждой точке нормального сечения вязкоупругой пластины в момент времени  $t$ ;  $\psi(t)$  – функция релаксации для вязкоупругого тела.

Функция релаксации  $\psi(t)$  для тела Кельвина, согласно [8], определяется по формуле

$$\psi(t) = K_2(1 + \gamma_2 e^{-t/T_2}), \quad (2)$$

где  $K_2$  – длительный модуль упругости ленты при ее изгибе в продольной плоскости, Н/м;  $\gamma_2$  – константа тела Кельвина при изгибе ленты;  $T_2$  – время релаксации при изгибе ленты, с.

В формуле (2)  $K_2$  определяется упругими свойствами ленты. Согласно теории изгиба цилиндрической упругой пластины  $K_2$  вычисляется по формуле [9]:

$$K_2 = \frac{E_p}{1 - \nu^2}, \quad (3)$$

где  $E_p$  – модуль упругости ленты при растяжении, Н/м<sup>2</sup>;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Время релаксации для тела Кельвина при изгибе ленты определяется по формуле [8]

$$T_2 = \frac{\mu_2 \gamma_2}{(1 + \gamma_2)^2 K_2}, \quad (4)$$

где  $\mu_2$  – коэффициент вязкости ленты при ее изгибе в продольной плоскости, Н·с/м<sup>2</sup>.

Изгибающий момент  $M$  (Н·м) в каждой точке сечения вязкоупругой пластины в момент времени  $t$ , согласно теории изгиба [9], определим по формуле

$$M(t) = b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x(t) z' dz' \quad (5)$$

где  $h$  – толщина пластины (ленты), м;  $z'$  – вертикальная координата точки сечения пластины, м.

Согласно [9], для цилиндрической пластины связь между деформацией и прогибом определяется по формуле

$$\varepsilon_x = -z' \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad (6)$$

где  $y$  – прогиб упругой пластины между роликами, м.

Подставляя (1) в (5) с учетом (2) и (6), при этом переходя в интеграле от переменных  $t$  и  $t'$  к переменным  $x$  и  $x'$  ( $x = v_n t$ ,  $x' = v_n t'$ ), после интегрирования получим

$$M(x) = -D_0 \int_0^x \left[ 1 + \gamma_2 e^{-\frac{(x-x')}{v_n T_2}} \right] \frac{d^3 y}{dx'^3} dx' \quad (7)$$

где  $D_0$  – изгибная жесткость ленты, Н·м<sup>2</sup>;  $v_n$  – скорость ленты конвейера, м/с.

Изгибная жесткость цилиндрической пластины определяется по формуле

$$D_0 = \frac{l_c h^3 E_p}{12(1 - \nu^2)}, \quad (8)$$

где  $l_c$  – ширина дна лотка ленты конвейера, м.

Согласно [9], прогиб упругой пластины длиной  $l_p$ , защемленной на концах, растянутой силой натяжения  $S$  и нагруженной вертикально распределенной нагрузкой  $q_c$ , определяется по формуле

$$y = \frac{q_c l_p^4}{16u^3 D_0 \text{th} u} \left\{ \frac{\text{ch}[u(1 - 2x/l_p)]}{\text{ch} u} - 1 \right\} + \frac{q_c l_p^2 (l_p - x)x}{8u^2 D_0}, \quad (9)$$

где  $u = \frac{l_p}{2} \sqrt{\frac{S}{D_0}}$ .

Подставляя (9) в (7), после интегрирования получим изгибающий момент  $M_c$  (Н·м) в каждой точке  $x$  дна лотка ленты:

$$M_c(x) = M_{cy}(x) + M_{cv}(x), \quad (10)$$

где

$$M_{cy}(x) = -\frac{q_c l_p^2}{8} \cdot \frac{\text{ch}[u(1 - 2x/l_p)]}{\text{sh} u} + \frac{q_c D_1}{S};$$

$$M_{cv}(x) = -\frac{q_c l_p^2}{8} \cdot \frac{\beta}{\text{sh} u} \left\{ \frac{e^{(u-x)/(v_x T_2)}}{-u + l_p/(2v_x T_2)} \cdot [e^{(l_p/(2v_x T_2) - u)2x/l_p} - 1] - \frac{e^{-(u+x)/(v_x T_2)}}{u + l_p/(2v_x T_2)} \cdot [e^{(l_p/(2v_x T_2) + u)2x/l_p} - 1] \right\}. \quad (11)$$

Здесь  $M_{cy}(x)$ ,  $M_{cv}(x)$  – моменты, соответствующие упругой и вязкой составляющим изгибной деформации пластины в точке  $x$ .

Предположим, что распределенная нагрузка на дно лотка ленты определяется по формуле

$$q_c = \gamma h_c,$$

где  $\gamma$  – удельный вес груза, Н/м<sup>3</sup>;  $h_c$  – средняя высота груза на ленте конвейера, м.

Анализ эпюр прогибов и изгибающих моментов дна лотка ленты, построенных по формуле (11), показал их несимметричность относительно середины интервала между роlikоопорами. (см. рис 2). При этом с уменьшением изгибной жесткости бортов ленты  $D_1$  эпюра прогибов дна ленты и изгибающих моментов приближается к кривым симметричным относительно центра интервала между роlikоопорами. При этом эпюры изгибающих моментов в точках контакта ленты с роlikоопорами даст скачек.

Рассмотрим внутреннюю контактную задачу. Для определения сил сопротивления движению дна лотка ленты по центральным роликам

роlikоопор конвейера, обусловленных изгибом ленты и деформацией груза, составим уравнение равновесия моментов сил, приложенных к ролику в точке К контакта ленты с центральными роликами относительно центра вращения боковых роликов О (рис. 3).

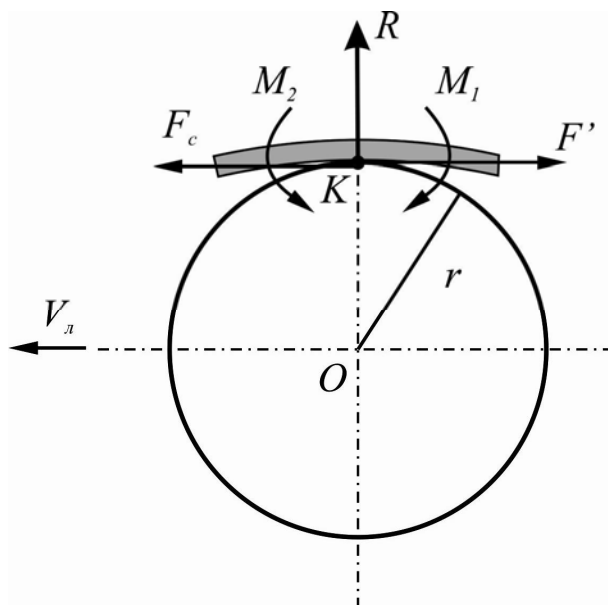


Рисунок 3. – Расчетная схема моментов сил, действующих на боковые ролики ленточного конвейера

В результате имеем

$$M_2 - M_1 = F'_c r, \quad (12)$$

где  $M_1$ ,  $M_2$  - изгибающие моменты приложенные к ленте в точке контакта ленты с роли справа и слева соответственно.  $F'_c$  - сила сопротивления качению центральных роликов по ленте конвейера, обусловленная изгибом ленты и деформацией груза, Н;  $r$  - радиус ролика, м.

Из равенства (12) получим

$$F'_c = \frac{M_2 - M_1}{r}. \quad (13)$$

Так как  $M_1$  и  $M_2$  - это моменты сил, действующих на ленту в точке контакта ленты с роликом К слева и справа, то выполняются равенства

$$M_1 = M_c(0) \quad \text{и} \quad M_2 = M_c(l_p). \quad (14)$$

Сила сопротивления движению ленты по центральным роликам, обусловленная изгибом ленты и деформацией груза, равняется

$$F_c = F'_c.$$

Подставляя (14) в (13) с учетом последнего равенства, после преобразования получим:

$$F'_c = \frac{M_c(l_p) - M_c(0)}{r}. \quad (15)$$

Момент сопротивления движению вязкоупругой пластины по роликам в нашем случае равняется разности моментов в точке касания пластины с роликом со стороны набегания и со стороны сбегания пластины с ролика:

$$M_c = M(l_p) - M(0). \quad (16)$$

Подставляя в формулу (10)  $x = 0$  и  $x = l_p$ , из (16) получим

$$M_c = \frac{q_c l_p^2}{8} \cdot \frac{\beta}{\operatorname{sh} u} \left[ \frac{e^u - e^{-(u+1/\zeta_2)}}{u + 1 / (2\zeta_2)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\zeta_2)}}{u - 1 / (2\zeta_2)} \right], \quad (17)$$

где  $\zeta_2 = \frac{v_x T_2}{l_p}$  – число Дебора при изгибе ленты [6].

Силу сопротивления движению дна лотка ленты по центральным роликам определим по формуле

$$F_c = \frac{M_c}{r}. \quad (18)$$

Подставляя (17) в (18), получим

$$F_c = \frac{q_c l_p^2}{8} \cdot \frac{\beta}{\operatorname{sh} u} \left[ \frac{e^u - e^{-(u+1/\zeta_2)}}{u + 1 / (2\zeta_2)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\zeta_2)}}{u - 1 / (2\zeta_2)} \right]. \quad (19)$$

Коэффициент сопротивления движению дна лотка ленты по центральным роликам в нашем случае определится по формуле

$$k_c = \frac{F_c}{q_c l_p}. \quad (20)$$

Подставляя (19) в (20), окончательно получим коэффициент сопротивления движению дна лотка ленты по центральным роликам в виде:

$$k_c = \frac{l_p}{8r} \cdot \frac{\gamma_2}{\operatorname{sh} u} \left[ \frac{e^u - e^{-(u+1/\zeta_2)}}{u + 1 / (2\zeta_2)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\zeta_2)}}{u - 1 / (2\zeta_2)} \right]. \quad (21)$$

Из анализа формулы (21) следует, что коэффициент сопротивления движению дна лотка ленты по центральным роликам роликоопор обусловлен, в основном, изгибом ленты и зависит от натяжения  $S$  и скорости ленты  $v_x$ , радиуса роликов  $r$ , изгибной жесткости дна лотка ленты  $D_0$ , времени релаксации ленты при ее изгибе  $T_2$  (вязкости ленты при ее изгибе  $\mu_2$ ) и не зависит от погонной нагрузки  $q_c$  и расстояния между роликоопорами конвейера  $l_p$ .

Определим теперь сопротивление движению бортов ленты по боковым роликам. Для этого, согласно принципу относительности механики, рассмотрим задачу качения боковых роликов по вязкоупругой пластине.

Рассмотрим внешнюю задачу, т.е. определим прогиб боковых вязкоупругих пластин под действием активной  $q_a$  и пассивной  $q_n$  распределенных нагрузок.

Сначала представим борта ленты как упругие цилиндрические пластины, жестко закрепленные в точках контакта с роликами,

растянутые силами натяжения  $S$  и нагруженные распределенной нагрузкой  $q(x)$  (рис. 4).

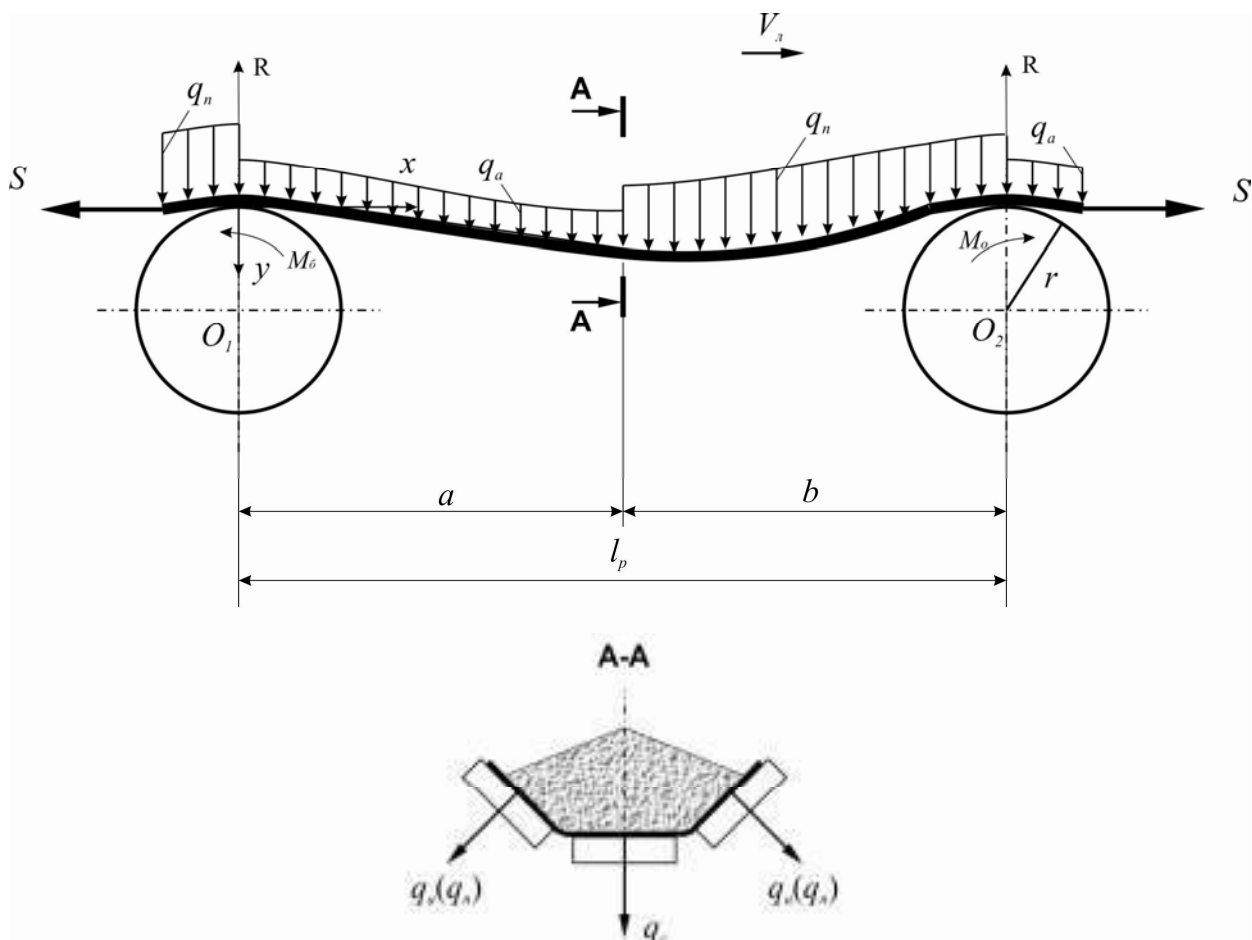


Рисунок 4. – Расчетная схема нагрузок и деформации бортов лотка ленты конвейера

Уравнение упругой деформации бортов ленты при ее движении между роlikоопорами запишем в виде [9]:

$$D_1 \frac{d^4 y}{dx^4} - S \frac{d^2 y}{dx^2} = q(x), \quad (22)$$

где  $D_1$  – изгибная жесткость бортов лотка ленты, Н·м<sup>2</sup>.

При этом распределенная нагрузка, действующая на эти цилиндрические пластины, представляется в виде

$$q(x) = \begin{cases} q_a, & \text{если } 0 \leq x \leq a; \\ q_n, & \text{если } a \leq x \leq l_p = a + a_1, \end{cases} \quad (23)$$

где  $y$  – упругая деформация пластины в нормальном направлении, м;  $a$  – промежуток между роlikоопорами, в пределах которого действует активная распределенная нагрузка  $q_a$ , м;  $a_1$  – промежуток между роlikоопорами, в пределах которого действует пассивная распределенная нагрузка  $q_n$ , м.



Согласно работе [4], активная  $q_a$  и пассивная  $q_n$  распределенные нагрузки на борта ленты трехроликовых опор определяются по формулам (см. рис. 1):

$$q_a = \frac{\gamma l_m^2}{2} (\cos^2 \beta + m \sin^2 \beta) \sin \beta ;$$

$$q_n = \frac{\gamma l_m^2}{2} \left( \cos^2 \beta + \frac{\sin^2 \beta}{m} \right) \sin \beta ,$$
(24)

где  $l_m$  – максимальная ширина бортов ленты, заполненной грузом, м,  $l_m = (b - l_c) / 2$ ;  $b$  – длина линии контакта груза в поперечном сечении ленты,  $b = 0,9B - 0,05$ , м;  $B$  – ширина ленты конвейера, м;  $\beta$  – угол наклона боковой стенки лотка, град;  $m$  – коэффициент подвижности груза ( $m = 1 + 2f^2 - 2f\sqrt{1 + f^2}$ );  $f$  – коэффициент внутреннего трения сыпучего груза [10].

Уравнение (22), с учетом (23), можно разбить на два:

$$D_1 \frac{d^4 y_1}{dx^4} - S \frac{d^2 y_1}{dx^2} = q_a \quad \text{при } 0 \leq x \leq a ;$$
(25)

$$D_1 \frac{d^4 y_2}{dx^4} - S \frac{d^2 y_2}{dx^2} = q_n \quad \text{при } a \leq x \leq l_p ,$$
(26)

где  $y_1, y_2$  – нормальные изгибы бортов ленты на участках действия активного и пассивного боковых давлений соответственно, м.

При этом должны выполняться граничные условия:

– на левом конце пластины

$$\text{при } x = 0 \quad y_1 = 0 \quad \frac{dy_1}{dx_1} = 0 ;$$
(27)

– на правом конце пластины

$$\text{при } x = l_p \quad y_2 = 0 \quad \frac{dy_2}{dx_2} = 0 .$$
(28)

Кроме того, в точке скачка бокового давления на борта ленты со стороны груза из условий непрерывности деформации, углов наклона ленты, моментов и перерезывающих сил в сечении ленты должны выполняться условия:

$$\text{при } x = a \quad y_1 = y_2 \quad \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_2}{dx_2} ; \quad \frac{d^2 y_1}{dx_1^2} = \frac{d^2 y_2}{dx_2^2} ; \quad \frac{d^3 y_1}{dx_1^3} = \frac{d^3 y_2}{dx_2^3} .$$
(29)

Общее решение системы уравнений (25), (26) имеет вид:

$$y_1 = \frac{1}{w^2} \left[ c_{11} e^{wx} + c_{12} e^{-wx} \right] - \frac{q_a x^2}{2S} + c_{13} x + c_{14} \quad \text{при } 0 \leq x \leq a ;$$
(30)

$$y_2 = \frac{1}{w^2} \left[ c_{21} e^{wx} + c_{22} e^{-wx} \right] - \frac{q_n x^2}{2S} + c_{23} x + c_{24} \quad \text{при } a \leq x \leq l_p ,$$
(31)

где  $w = \sqrt{\frac{S}{D_1}}$ .

Подставляя (30) и (31) в граничные условия (27), (28) и условия (29), определим неизвестные константы  $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{24}$ .

Изгибающий момент в случае изгиба вязкоупругой пластины, приложенный к бортам ленты конвейера, определим согласно принципа Вольтера по формуле (7).

Разобьем интеграл в формуле (7) на два интеграла, связанных с упругой и вязкой составляющими от общего момента. В результате получим изгибный момент  $M_\sigma$  (Н·м) в каждой точке  $x$  борта лотка ленты:

$$M_\sigma(x) = M_\sigma^y(x) + M_\sigma^e(x), \quad (32)$$

где

$$M_\sigma^y(x) = D_1 \int_0^x \frac{d^3 y}{dx'^3} dx', \quad M_\sigma^e(x) = D_1 \int_0^x \left[ \gamma_2 e^{\frac{-(x-x')}{v_x T_2}} \right] \frac{d^3 y}{dx'^3} dx'. \quad (33)$$

Подставляя (30) и (31) в (33), разбив при этом интервал интегрирования на два  $(0, a)$  и  $(a, x)$ , после преобразования получим:

– для упругой составляющей

$$M_\sigma^y(x) = M_{\sigma 0}^y(x) + M_{\sigma 1a}^y(x), \quad (34)$$

где

$$M_{\sigma 0}^y(x) = D_1 \left[ c_{11} (e^{wx} - 1) + c_{12} (e^{-wx} - 1) \right] + M_0^y; \quad (35)$$

$$M_{\sigma 1a}^y(x) = D_1 e^{-w(a+x)} \left( e^{wa} - e^{wx} \right) \left[ c_{22} - c_{21} e^{w(a+x)} \right] + M_{1a}^y. \quad (36)$$

Здесь

$$M_0^y = D_1 \left( c_{11} + c_{12} - \frac{q_a}{S} \right);$$

$$M_{1a}^y(x) = D_1 \left[ c_{11} (e^{wa} - 1) + c_{12} (e^{-wa} - 1) \right]; \quad (37)$$

– для вязкой составляющей

$$M_\sigma^e(x) = M_{\sigma 0}^e(x) + M_{\sigma 1a}^e(x), \quad (38)$$

где

$$M_{\sigma 0}^e(x) = D_1 v_x T_2 \gamma_2 e^{\frac{-x}{v_x T_2}} w \left[ c_{11} \left( e^{\left( \frac{w-1}{v_x T_2} \right) x} - 1 \right) / (v_x T_2 w - 1) + c_{12} \left( e^{\left( \frac{-w+1}{v_x T_2} \right) x} - 1 \right) / (v_x T_2 w + 1) \right]; \quad (39)$$

$$M_{\sigma 1a}^e(x) = D_1 v_x T_2 \gamma_2 e^{\frac{-x}{v_x T_2}} w \left[ c_{21} \left( e^{\left( \frac{w+1}{v_x T_2} \right) x} - e^{\left( \frac{w+1}{v_x T_2} \right) a} \right) / (1 + v_x T_2 w) - \right. \\ \left. - c_{22} \left( e^{\left( \frac{-w+1}{v_x T_2} \right) a} - e^{\left( \frac{-w+1}{v_x T_2} \right) x} \right) / (1 - v_x T_2 w) \right] + M_{1a}^e. \quad (40)$$

Здесь  $M_{1a}^e$  определяется по формуле

$$M_{1a}^e = D_1 v_x T_2 \gamma_2 e^{\frac{-a}{v_x T_2}} w \left[ c_{11} \left( e^{\left( \frac{w-1}{v_x T_2} \right) a} - 1 \right) / (v_x T_2 w - 1) + c_{12} \left( e^{\left( \frac{-w+1}{v_x T_2} \right) a} - 1 \right) / (v_x T_2 w + 1) \right]. \quad (41)$$

Анализ эпюр прогибов и изгибающих моментов дна лотка ленты, построенных по формуле (11), показал их несимметричность относительно середины интервала между роlikоопорами. (см. Рис 2). При этом с уменьшением изгибной жесткости бортов ленты  $D_1$  эпюра прогибов бортов ленты и изгибающих моментов приближается к кривым симметричным относительно центра интервала между роlikоопорами. Кроме того эпюры изгибающих моментов в точках контакта ленты с боковыми роliками имеет скачек.

Силу сопротивления движению борта ленты по боковым роliкам  $F_\sigma$  (Н) определим, как и выше, решая внешнюю задачу (см. Рис 3). В результате получим

$$F_\sigma = \frac{M_\sigma(l_p) - M_\sigma(0)}{r} \quad (42)$$

Коэффициент сопротивления движению бортов ленты по боковым роliкам трехроlikовой опоры конвейера определим по формуле

$$k_\sigma = \frac{2F_\sigma}{q_m l_p} \quad (43)$$

где максимальный вес груза на ленте конвейера с трехроlikовыми опорами  $q_m$  (Н/м) определяется по формуле

$$q_m = \gamma[l_m \sin \beta \cdot (l_c + l_m \cos \beta) + \frac{(l_c + 2l_m \cos \beta)^2}{4} \operatorname{tg} \phi_\sigma] \quad (44)$$

где  $\phi_\sigma$  – угол естественного наклона насыпного груза при его движении по роlikоопорам конвейера, град.

После подстановки в формулу (43) значения  $F_\sigma$  из формулы (42) с учетом формул (34)–(41) получим коэффициент сопротивления движению бортов ленты по боковым роliкам трехроlikовых опор конвейера в виде суммы составляющих от изгиба ленты  $k_{\sigma u}$  и деформации груза  $k_{\sigma d}$ :

$$k_\sigma = k_{\sigma u} + k_{\sigma d} \quad (45)$$

Общий коэффициент сопротивления движению ленты по трехроlikовым опорам конвейера с лентой глубокой желобчатости определим согласно [1] по формуле

$$k_o = \frac{F_c + 2F_\sigma}{q_m l_p} \quad (46)$$

Подставляя в (46)  $F_c$  и  $F_\sigma$  из формул (20) и (43), после преобразования получим

$$k_o = \frac{k_c q_c + k_\sigma q_m}{q_m} \quad (47)$$

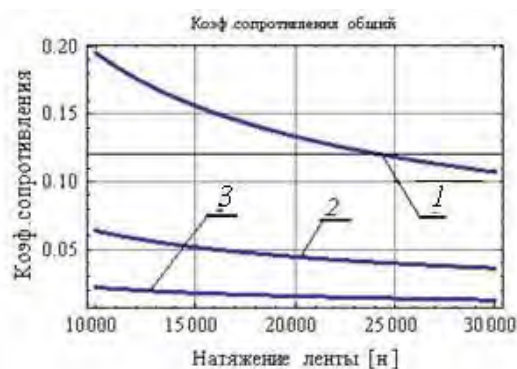
Из анализа полученной зависимости (47) следует, что сила сопротивления движению ленты по роlikоопорам конвейера с лентой глубокой желобчатости в основном обусловлена изгибом ленты и деформацией груза и зависит от натяжения  $S$  и скорости ленты  $v_l$ , формы

и параметров лотка ленты  $l_c, l_m, \beta$ , вязкоупругих свойств ленты  $E_p, \gamma_2, T_2, \mu_2, D_0, D_1$  и физико-механических свойств груза  $\gamma, f, \varphi_0$ .

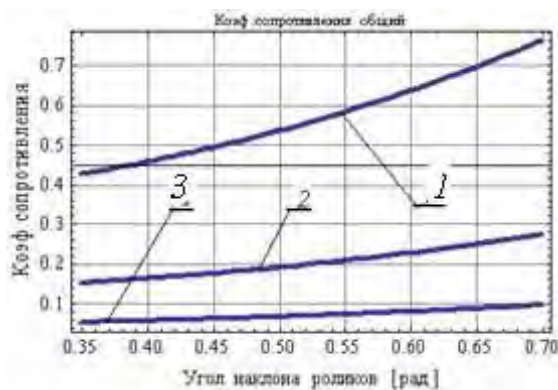
На рис. 5,а,б показаны графики зависимости общего коэффициента сопротивления движению ленты  $k_o$  по трехроликовым опорам конвейера с лентой глубокой желобчатости от натяжения ленты  $S$  и угла наклона боковых роликов  $\beta$  при различных значениях изгибной жесткости ленты  $D_0 = D_1 = 16; 4; 0,2 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$ .

При этом параметры конвейера, лотка ленты, вязкоупругих свойств ленты и физико-механических свойств транспортируемого груза принимали следующие значения:  $S = 10000 \text{ Н}$ ;  $v_n = 1 \text{ м/с}$ ;  $l_p = 1,0 \text{ м}$ ;  $l_c = 0,43 \text{ м}$ ;  $\beta = 40^\circ$ ;  $a = 0,5 \text{ м}$ ;  $h = 0,02 \text{ м}$ ;  $E_p = 3,0 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$ ;  $\nu = 0,5$ ;  $T_2 = 0,01 \text{ с}$  ( $\mu_2 = 12,0 \cdot 10^5 \text{ Н с/м}^2$ );  $\gamma_2 = 1,0$ ;  $\gamma = 10000 \text{ Н/м}^3$ ;  $f = 0,7$ .

Из графиков (см. рис. 5,а) видно, что с увеличением натяжения ленты общий коэффициент сопротивления движению ленты по роликоопорам  $k_o$  уменьшается, а при увеличении изгибной жесткости ленты – увеличивается.



а)



б)

1 –  $D_1 = 16 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$ ; 2 –  $D_1 = 4 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$ ; 3 –  $D_1 = 0,2 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$

Рисунок 5. – Графики зависимости общего коэффициента сопротивления движению ленты по трехроликовым опорам конвейера  $k_o$  от натяжения ленты  $S$  и угла наклона боковых роликов  $\beta$ :

а) величины натяжения ленты; б) угла наклона боковых роликов

Из графиков (см. рис. 5,б) видно, что с увеличением угла наклона боковых роликов общий коэффициент сопротивления  $k_o$  увеличивается. При этом, чем больше изгибная жесткость ленты, тем быстрее коэффициент  $k_o$  увеличивается.

### Выводы

1. На основании теории качения твердых цилиндров по вязкоупругим пластинам получена математическая модель сопротивления движению ленты по трехроликовым опорам конвейера с лентой глубокой желобчатости.

2. Получены зависимости коэффициента сопротивления движению ленты по трехроликовым опорам конвейера с лентой глубокой желобчатости от параметров конвейера, лотка ленты, вязкоупругих свойств ленты и физико-механических свойств сыпучего груза.

3. Установлено, что сила сопротивления движению ленты с грузом по трехроликовым опорам конвейера с лентой глубокой желобчатости обусловлена, в основном, изгибом ленты и деформацией груза. При этом коэффициент сопротивления движению ленты по роликоопорам конвейера с увеличением натяжения ленты уменьшается, а с увеличением угла наклона боковых роликов увеличивается.

4. Коэффициент сопротивления движению ленты по роликоопорам конвейера зависит от изгибной жесткости ленты и с ее увеличением возрастает, мало зависит от скорости ленты и расстояния между роликоопорами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шахмейстер Л. Г. Теория и расчет ленточных конвейеров / Л. Г. Шахмейстер, В. Г. Дмитриев. – М.: Машиностроение, 1987. – 336 с.
2. Кирия Р. В. Определение коэффициента сопротивления движению ленты по роликоопорам мощного конвейера / Р. В. Кирия, В. Ю. Максютенко, Т. Ф. Мищенко, Н. Г. Ларионов // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2010 – Вып. 86. – С. 248–254.
3. Кирия Р. В. О сопротивлении движению вязкоупругой нагруженной ленты по роликоопорам ленточного конвейера / Р. В. Кирия // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Сб. наук. праць. – Дніпропетровськ: Ліра, 2014. – Вип. 22. – С. 118–132
4. Кирия Р. В. Определение сил сопротивления движению ленты по роликоопорам ленточного конвейера, обусловленных деформацией груза / Р. В. Кирия, Н. Г. Ларионов // Збірник наукових праць НГУ. – Дніпропетровськ: Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет», 2014. – №44. – С. 43–53.
5. Гуцин В. М. Сопротивление движению тягового органа конвейера с лентой глубокой желобчатости для повышенных углов наклона / В. М. Гуцин // Шахтный и карьерный транспорт. – М.: Недра, 1975. – Вып. 2. – С. 113–117.
6. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
7. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Ю. Н. Работнов. – М.: Наука, 1977. – 383 с.
8. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
9. Тимошенко С. П. Пластины и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войковский, Р. Кригер. – М.: Физ-мат. Литература, 1963. – 635 с.
10. Зенков Р. Л. Механика насыпных грузов / Р. Л. Зенков. – М.: Машиностроение, 1964. – 251 с.