NUMERICAL SIMULATION OF STABILITY LOSS ROCKS SOIL IN MINES DEEP FOUNDATION

A. Shashenko, K. Kravchenko, A. Korol
State HEE «National minning university»
prosp. K. Marksa, 19, Dnepropetrovsk, 49005, Ukraine.
E-mail: shashenkoa@nmu.org.ua, kravchenko_k_v@i.ua

A new approach to the numerical simulation of the process of loss of stability of rocks in the workings of the soil deep coal mines. It is based on the theory of bifurcation of the state of empirical over the rock mass state in the vicinity of mine working deep foundations. Established regularities of geomechanical processes in the vicinity of mine working. In the numerical model laid geological conditions PSP "Mine "Almaznaya" and mine" Dobropilska "SHU" Dobropilskiy "of DTEK.

Key words: numerical model, the stability of rock soil, bifurcation, the laws of deformation of the contour.

REFERENCES

1. Shashenko, A.N. Solodyankin, A.V. and Martovytskyi, A.V. (2012), *Resistance Management extended workings in deep mines*, Monograph, Lizunov Press, Dnepropetrovsk, Ukraine. [in Russian]
2. Shashenko, A.N. and Pustovojtenko, V.P. (2003), *Rock mechanics*, New Druk, Kyiv, Ukraine. [in Russian]
3. Shashenko A.N. "Stability of excavations in a heterogeneous rock mass". (1989), Dissertation. At the applicant's degree of Doctor. Tehn. Science, 05.15.04, Dnepropetrovsk, Ukraine. [in Russian]
4. Shashenko, A.N. Tulub, S.B. and Sdvizhkova, Ye.A. (2001), *Some problems of statistical geomechanics*, Publishing House "Pulsar", Kyiv, Ukraine. [in Russian]
5. Shashenko, A.N. Sdvizhkova, Ye.A. and Gapeev, S.N. (2008), *The strength and deformability of rock massifs dependence*, NMU, Dnepropetrovsk. Ukraine. [in Russian]

Стаття надійшла 23.10.2013

УДК 622.647

МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В ДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ ЭЛЕМЕНТОВ ГОРНЫХ МАШИН

В. В. Воробьев, И. И. Киба
Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская 20, г. Кременчуг, 39600, Украина.
E-mail: vvv@kdu.edu.ua

Приведена схема разделения переменных в одномерном волновом уравнении, позволяющая получить точное решение задачи о поперечных колебаниях конвейерной ленты, ременных передач, шлангов и трубопроводов с протекающей жидкостью, ленточных пил, канатов подъемных устройств.

Ключевые слова: краевые условия, начальные условия, нормирующий множитель, соотношение ортогональности.

МЕТОД РОЗДІЛЕННЯ ЗМІННИХ В ДИНАМІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ ЕЛЕМЕНТІВ ГІРНИЧИХ МАШИН

В. В. Воробйов, І. І. Киба

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

вул. Першотравнева 20, м. Кременчук, 39600, Україна.

E-mail: vvv@kdu.edu.ua

Наведена схема розділення змінних в одновимірному хвильовому рівнянні, яка дозволяє одержати точний розв’язок задачі про поперечні коливання конвеєрної стрічки, ремінної передачі, шлангів і трубопроводів з рухомою рідиною, стрічкових пилок, канатів підіймальних пристроїв.

Ключові слова: крайові умови, початкові умови, нормуючий множник, співвідношення ортогональності.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. В работе [1] приведено строгое доказательство двухволновой природы колебаний конвейерной ленты . Двухволновая структура колебаний характерна также и другим элементам машин для открытых горных и земляных работ [2].

Целью роботы является изложение схемы разделения переменных в одномерном волновом уравнении с соответствующими краевыми и начальными условиями для получения точного решения упомянутых выше задач, исходя из двухволновых процессов в некоторых механических системах. Предлагаемая схема названа обобщенным методом разделения переменных [3].

Принципиальных затруднений на пути распространения этой схемы на более сложные математические модели упомянутого типа не имеется. В основу положена идея двухволнового представления собственных колебаний некоторых упругих систем [3].

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Как известно, метод Фурье принадлежит к одному из немногих методов математической физики, который дает возможность получить решение в явной форме некоторого класса дифференциальных уравнений с частными производными. Несмотря на малочисленность таких уравнений, среди них находятся те, что имеют важное теоретическое и прикладное значения. Достаточно лишь упомянуть уравнения колебаний струны, мембраны, теплопроводности, Лапласа и др.

Однако, лишь в сравнительно простых случаях построение явных решений уравнений в частных производных оказывается возможным по классической схеме разделения переменных путем "нагромождения” частных решений в виде произведения разделенных функций.

Мы рассмотрим здесь одно дифференциальное уравнение, для решения которого применить классическую схему разделения переменных ввиду наличия смешанной производной не представляется возможным. С помощью этого уравнения, к примеру, исследуются колебательные процессы в одномерных упругих объектах, несущих распределенную подвижную инерционную нагрузку [3].

Пусть требуется найти решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$a_{11}u_{xx}+2a_{12}u_{xt}+a_{22}x_{tt}+b_1u_x+b_2u_t+cu=0\,, \tag{1}$$

удовлетворяющее краевым условиям

$$u(0,t)=u(l,t)=0 \tag{2}$$

и начальным условиям

$$u(x,0)=\varphi_0(x);\quad u_t(x,0)=\varphi_1(x). \tag{3}$$

Будем находить частные решения уравнения (1) в виде

$$u(x,t)=X_1(x)T_1(t)+X_2(x)T_2(t) \tag{4}$$

или в матричной форме

$$u(x,t)=T^TX, \tag{5}$$

где

$$T(t)=\begin{pmatrix}T_1(t)\\ T_2(t)\end{pmatrix};\qquad X(x)=\begin{pmatrix}X_1(x)\\ X_2(x)\end{pmatrix}. \tag{6}$$

Подставляя (5) в уравнение (1), получим

$$a_{11}T^TX''+2a_{12}T'X'+a_{12}T^{T''}X+b_1T^TX'+b_2T^{T'}X+cT^TX=0 \tag{7}$$

Ввиду того, что задача (1)–(3) представляет собою математическую модель некоторого колебательного процесса, потребуем, чтобы функция T(t) удовлетворяла уравнению

$$T''+\lambda^2T=0\,, \tag{8}$$

где λ - некоторая искомая постоянная (для большей прозрачности выкладок в последующем положим $b_2=0$). Следствиями уравнения (8) будут соотношения

$$T^{T''}=-\lambda^2T^T;\ \ T^{T'}=\lambda T^TL\ , \tag{9}$$

где матрица L имеет вид

$$L=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}. \tag{10}$$

С учетом соотношений (5),(9) разделение переменных в уравнении (7) и граничных условиях (2) реализуется, что приводит к задаче на собственные значения

$$AX''+BX'+CX=0; \tag{11}$$

$$X(0) = 0; \quad X(l) = 0\,, \tag{12}$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{11} \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} b_1 & 2a_{12}\lambda \\ -2a_{12}\lambda & b_1 \end{pmatrix};$$

(13)

$$C = \begin{pmatrix} c - a_{22}\lambda^2 & 0 \\ 0 & c - a_{22}\lambda^2 \end{pmatrix}.$$

Алгоритм решения задачи (11), (12) известен. Один из возможных подходов представлен в работе [3]. Полагая, что собственные функции $X_n(x)$ и собственные значения λ_n задачи (11), (12) определены, ее общее решение запишем в виде

$$u(x,t) = \sum a_n \left(X_{1n}(x)\cos(\lambda_n t + \varphi_n) + X_{2n}(x)\sin(\lambda_n t + \varphi_n)\right), \tag{14}$$

где a_n, φ_n - подлежащие определению из условий (3) постоянные.

Отличительной особенностью рассматриваемой задачи является то, что граничные условия (2) порождают набор собственных функций (двухкомпонентных), которые удовлетворяют уравнению (11), содержащему параметр λ как в линейном, так и в нелинейном виде, из-за чего возникают определенные трудности в построении соотношений ортогональности или других, заменяющих последние, соотношений.

Приведем здесь еще один естественно связанный с двухволновым представлением собственных колебаний струны с подвижной нагрузкой прием определения коэффициентов Фурье в разложении начальных данных по компонентах собственных функций. Этот прием покоится на выводе о том, что рассматриваемая механическая модель принадлежит к классу консервативных гироскопических, поэтому вследствие сохранения энергии можно предположить ортогональность собственных функций, вернее, семейства их компонент, в некотором скалярном произведении, связанном с квадратичной формой энергии. Корректность полученного здесь обобщенного соотношения ортогональности вытекает из самосопряженности дифференциального оператора уравнения (1) при условии соблюдения (2), а также проверяется предельным переходом к соотношению ортогональности собственных функций классического уравнения струны.

Введем в рассмотрение вспомогательную функцию $Y(x) = X_1 + iX_2$ и, понижая порядок уравнения (11), приходим к уравнению

$$Y_n'' + 2\gamma_{2n} i Y_n' + \gamma_{1n} Y_n = 0\,, \tag{15}$$

где

$$\gamma_{2n} = -\frac{a_{12}\lambda_n}{a_{11}}\,, \qquad \gamma_{1n} = -\frac{a_{22}\lambda_n^2}{a_{11}}\,.$$

Рассматривая два частных решения уравнения (15) Y_n и Y_m, получим

$$\int_0^l Y_n(x)Y_m(x) = \begin{cases} G \text{ при } m = n \\ 0 \text{ при } m \neq n \end{cases}. \tag{16}$$

где G≠0 - подлежащий вычислению комплексный нормирующий множитель.

Отделяя действительную и мнимую части в соотношении (16), выпишем следующие обобщенные соотношения ортогональности

$$\int_0^l [\![(X]\!]_{1n}X_{1m} - X_{2n}X_{2m}\big)\,dx = \begin{cases} G_{1n} \text{ при } m = n, \\ 0 \text{ при } m \neq n \end{cases} \tag{17}$$

$$\int_0^l [\![(X]\!]_{2n}X_{1m} + X_{1n}X_{2m}\big)\,dx = \begin{cases} G_{2n} \text{ при } m = n, \\ 0 \text{ при } m \neq n \end{cases}. \tag{18}$$

Здесь величины $G_{1n}\ G_{2n}$ (нормирующие множители) вычисляются непосредственным интегрированием после определения компонентов собственных функций $X_n(x)$ задачи (11),(12). При этом легко убедиться, что в предельном переходе (классическое уравнение струны) $G_{1n} = \frac{l}{2}, \qquad G_{2n} = 0.$

Как было показано выше, решение нашей задачи, отвечающее начальным данным (3), может быть представлено равномерно сходящимся рядом (14). В частности, равномерно сходящийся ряд представляющий начальные данные, в матричной записи имеет вид

$$\begin{pmatrix}\varphi_0\\ \varphi_1\end{pmatrix} = \sum \begin{pmatrix} A_n & B_n \\ -\lambda_n B_n & \lambda_n A_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{pmatrix}. \tag{19}$$

где $A_n = a_n cos\varphi_n; \qquad B_n = a_n sin\varphi_n.$

Умножая уравнение (19) на матрицу – строку $(X_{1m}X_{2m})$ справа, получим

$$\begin{pmatrix} \varphi_0 X_{1m}\varphi_0 X_{2m} \\ \varphi_1 X_{1m}\ \varphi_2 X_{2m} \end{pmatrix} = \sum \begin{pmatrix} A_n & B_n \\ -\lambda_n B_n \lambda_n A_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1n}X_{1m}\ X_{1n}X_{2m} \\ X_{2n}X_{1m} X_{2n}X_{2m} \end{pmatrix} \tag{20}$$

или

$$\begin{pmatrix} \varphi_0 X_{1m}\varphi_0 X_{2m} \\ \varphi_1 X_{1m}\ \varphi_2 X_{2m} \end{pmatrix} = \sum \begin{pmatrix} A_n X_{1n}X_{1m} + B_n X_{2n}X_{1m} & A_n X_{1n}X_{2m} + B_n X_{2n}X_{2m} \\ -\lambda_n B_n X_{1n}X_{1m} + \lambda_n A_n X_{2n}X_{1m} & -\lambda_n B_n X_{1n}X_{2m} + \lambda_n A_n X_{2n}X_{2m} \end{pmatrix} \tag{21}$$

откуда получим, например, систему

$$\lambda_n \varphi_0 X_{1m} = \sum A_n X_{1n}X_{1m} + B_n X_{2n}X_{1m};$$

$$(22)$$

$$\varphi_1 X_{2m} = \sum -\lambda_n B_n X_{1n}X_{2m} + \lambda_n A_n X_{2n}X_{2m}.$$

Умножая первое из уравнений (22) на λ_n, складывая их и интегрируя от 0 до l с учетом (17), (18),получаем

$$\int_0^l [\![(\varphi]\!]_0 \lambda_n X_{1n} - \varphi_1 X_{2n}\Big) dx = \lambda_n G_{1n} A_n + \lambda_n G_{2n} B_n. \tag{23}$$

Извлечем из (22) еще одну систему

$$\lambda_n \varphi_0 X_{2n} = \sum A_n X_{1n} X_{2m} + B_n X_{2n} X_{2m};$$

$$\varphi_1 X_{1m} = \sum -\lambda_n B_n X_{1n} X_{1m} + \lambda_n A_n X_{2n} X_{1m}. \tag{24}$$

Умножая первое из уравнений (24) на λ_n, вычитая затем второе и интегрируя от 0 до l с учетом (17), (18), получаем

$$\int_0^l [\![(\varphi]\!]_0 \lambda_n X_{2n} - \varphi_1 X_{1n}\Big) dx = \lambda_n G_{1n} B_n + \lambda_n G_{2n} A_n \tag{25}$$

Таким образом, для определения постоянных получаем систему уравнений

$$G_{1n} A_n + G_{2n} B_n = \frac{1}{\lambda_n} \int_0^l (\lambda_n \varphi_0 X_{1m} - \varphi_1 X_{2n}) dx;$$

$$G_{2n} A_n - G_{1n} B_n = \frac{1}{\lambda_n} \int_0^l (\lambda_n \varphi_0 X_{2n} + \varphi_1 X_{1n}) dx. \tag{26}$$

Приведенная схема является непосредственным обобщением классической схемы разделения переменных и не нуждается в дополнительных обоснованиях, кроме известных в классической теории волнового уравнения. [4]

Выводы. Предлагаемая схема, являющаяся синтезом некоторых классических идей, позволяет получить точное решение уравнения колебаний, удовлетворяющего достаточно гладким начальным условиям, согласованными с однородными граничными условиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Точное определение собственных форм поперечных колебаний конвейерной ленты / В.В. Воробьев, И.И. Киба − Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва науково - виробничий журнал. – Кременчук.– 2013. – Вип. 1/2013 (11) – С. 110 – 117

2. Динамика машин для открытых горных и земляных работ / С.А. Панкратов − М.: Машиностроение, 1967. − 448 с.

3. Двохвильові процеси в механічних системах / О.А. Горошко, А.Г. Дем’яненко, С.П. Киба − К.: Либідь, 1991. − 188 с.

4. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский − М.: Наука, 1968. − 724 с.

METHOD OF DIVISION VARIABLE IN DYNAMIC CALCULATION OF MINING MACHINES ELEMENTS

V. Vorobyov, I. Kyba
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
vul. Pershotravneva, 20, 39600, Kremenchuk, Ukraine. E-mail: tehm@kdu.edu.ua

It is given a scheme of separation of variables in the one-dimensional wave equation to obtain an accurate solution of the problem of transverse vibrations of a conveyor belt, belting, hoses and pipes with flowing liquid, band saws, ropes, lifting devices.

Key words: boundary conditions, initial conditions, the normalizing factor, correlated orthogonality.

REFERENCES

1. Vorobyov, V.V., Kyba, I.I. (2013) “The precise definition of own forms of conveyor belt transverse oscillations”, *Suchasni resursoenergozberigauchi tehnologiyi girnychogo vyrobnytstva,* vol. 1, no. 11, pp. 110 – 117.
2. Pankratov, S.A. (1967), *Dynamika mashyn dlja otkrytyh gornyh i zemljanyh rabot* [Dynamics of machines for open pit mining and excavation], Mechanical Engineering, Moscow, Russia.
3. Goroshko, O.A., Dem'yanenko, A.G., Kyba S.P. (1991), *Dvohvyljovy protsesy v mehanichnyh systemah*, [Two-wave processes in mechanical systems], Lybotov, Kyiv, Ukraine.
4. Tikhonov, A.N., Samarskyi, A.A. (1968) *Uravnenija matematicheskoj fiziki,* [The equations of mathematical physics], Nauka, Moscow, Russia.

Стаття надійшла 25.10.2013

УДК 622.281.74.04

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ НАТЯЖЕНИЯ ШТАНГОВОГО АНКЕРА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ УГЛЕПОРОДНОГО МАССИВА

С. И. Скипочка, Т. А. Паламарчук, Н. Т. Бобро, Т. Г. Войтович
Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова НАН Украины
ул. Симферопольская, 2-А, г. Днепропетровск, 49005, Украина.
E-mail: office.igtm@nas.gov.ua

На основании анализа существующих и собственных исследований, а также использования экспериментального критерия прочности получены формулы, позволяющие оценивать величину конечного натяжения анкерной штанговой крепи при известных упругих или прочностных параметрах материала анкера и системы «крепь–порода», начального натяжения крепи и ее геометрических параметров. Кроме того показано, что из всей совокупности горно-геологических и производственных факторов, которые могут оказать влияние на силовые характеристики анкеров с замковым закреплением, определяющими являются конструкция замка анкера, смещение относительно скважины, крепость и трещиноватость пород в месте закрепления замка, а основная потеря натяжения анкеров заключается в деформации породы на контакте с замком и опорной плитой.