

11. Drukovanyi, M.F. (1973), *Metody upravleniia vzryvom na karerakh* [Methods of control the explosion in the quarries], Nedra, Moscow, Russia.
12. Kutuzov, B.N., Lemesh, N.I., Pluzhnikov, V.F. (1979) "Classification of rocks by explosion for quarries", *Mining Journal*, no. 2, pp. 41–43.
13. Dunaev, V.A., Riaguzov, N.T., Gerasimov, A.V., etc. (1996) "Zoning of rock massif of Michael's mining quarry by blocking and explosion", *Mining Journal*, no. 9–10, pp. 53–57.
14. Grachev, F.G., Pavlov, V.P., Kachainik, G.V. (1970) "Classification of rocks of apatite quarry "Central" by explosion", *Ways to improve the open pit mining*, pp. 76–82.
15. Rzhnevskiy, V.V. (1978) *Osnovy fiziki gornykh porod* [Physics fundamentals of rocks], Nedra, Moscow, Russia.
16. Turuta, N.U., Galimullin, A.A., Panchenko, D.F., Karpinskiy, A.V. (1967) "Study of the destruction of hard rock by explosion to achieve high degree of rocks crushing", *The collection "Explosive business"*, no. 62/19, pp. 104–111.
17. Bashkuev, E.B., Beisebaev, A.M., Bogatskiy, V.F., etc. (1983) *Proektirovanie vzryvnykh работ v promyshlennosti* [Designing of blasting in industry], Nedra, Moscow, Russia.
18. Kutuzov, B.N., Skorobogatov, V.M., Efremov, E.I., etc. (1988) *Spravochnik vzryvnika* [Blaster directory], Nedra, Moscow, Russia.
19. Vorobev, V.D., Tverdaya, O.Y., Kosmin, I.V. (2013) "Influence of well spacing charge parameters on the relative distance between them in diagonal blasting circuit", *The collection "Modern Resources and Energy Saving Technologies in Mining Industry"*, no. 2/2013 (12), pp. 68–74.

Статья надійшла 03.11.2014.

УДК 624.15.001

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ВНУТРИ КОТОРОГО НАХОДИТСЯ ТОЧЕЧНЫЙ ИСТОЧНИК ОБЪЕМНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

А. Н. Шашенко, В. Г. Шаповал

ГВУЗ «Национальный горный университет»

просп. К. Маркса, 19, г. Днепропетровск, 49000, Украина.

E-mail: al.shashenko@gmail.com, shap-ww@mail.ru

Б. В. Моркляник

Национальный университете «Львовская политехника»

ул. Степана Бандеры, 12, г. Львов, 79013, Украина.

А. В. Шаповал

Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры

ул. Чернышевского, 24а, г. Днепропетровск, 49000, Украина.

Представлено точное аналитическое решение фундаментальной задачи о напряженно-деформированном состоянии упругого полупространства, внутри ко-

ТЕОРЕТИЧНІ Й ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ РУЙНУВАННЯ ГІРСЬКИХ ПОРІД ВИБУХОМ

того розташований точечний джерело об'ємної деформації в передположенні о том, что дневная поверхность основания свободна от усилий. Для построения решения задачи использована техника интегральных преобразований Бесселя с последующим вычислением несобственных интегралов. Область применения решения – получение с использованием принципа суперпозиции решений задач об определении напряженно–деформированного состояния грунтовых оснований и горных выработок при их морозном пучении, искусственном замораживании, набухании, инъектировании и т.д.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, деформация, принцип суперпозиции, горная выработка.

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПІВПРСТОРУ, ВСЕРЕДИНІ ЯКОГО ЗНАХОДИТЬСЯ ТОЧКОВЕ ДЖЕРЕЛО ОБ'ЄМНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

О. М. Шашенко, В. Г. Шаповал

ДВУЗ «Національний гірничий університет»

просп. К. Маркса, 19, м. Дніпропетровськ, 49000, Україна.

E-mail: al.shashenko@gmail.com, shap-ww@mail.ru

Б. В. Моркляник

Національний університет «Львівська політехніка»

вул. Степана Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна.

А. В. Шаповал

Придніпровська академія будівництва та архітектури

вул. Чернишевського, 24а, м. Дніпропетровськ, 49000, Україна.

Приведено точне аналітичне рішення фундаментальної задачі про напружено–деформований стан пружного півпростору, всередині якого розташоване точкове джерело об'ємної деформації, з урахуванням того, що денна поверхня основи вільна від зусиль. Для побудови рішення задачі використана техніка інтегральних перетворень Бесселя з подальшим обчисленням невластних інтегралів. Область застосування рішення - отримання з використанням принципу суперпозиції рішень задач про визначення напружено–деформованого стану грунтових основ і гірничих виробок при їх морозному здиранні, штучному заморожуванні, набуханні, ін'єктуванні і т.д.

Ключові слова: напружено-деформований стан, деформація, принцип суперпозиції, гірничі виробки.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. В инженерной практике часто приходится сталкиваться с проблемой определения НДС грунтовых оснований, внутри которых находится источник объемной деформации [1–6].

При определении напряженно–деформированного состояния (НДС) грунтовых оснований широко применяется подход, основанный на использовании т.н. фундаментальных решений и принципа суперпозиции.

Суть этого подхода заключается в том, что вначале определяется НДС основания, обусловленное некоторым точечным источником возмущения а затем – с

ТЕОРЕТИЧНІ Й ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ РУЙНУВАННЯ ГІРСЬКИХ ПОРІД ВИБУХОМ

использованием принципа суперпозиции – определение НДС для любой линейной, плоской и объемной нагрузки. В настоящее время для этой цели используются фундаментальные решения А. Буссинеска, М. Фламана, А. Миндлина, И. Ченя и т.д. [7–9].

Постановка задачи исследований. Предпосылки и допущения.

1. Внутри линейного упругого изотропного полупространства находится упругая точечная область с упругими характеристиками G_1 и λ_1 .

2. Известны деформационные свойства грунтового основания (т.е. его модуль деформации E и коэффициент Пуассона ν или так называемые константы Ламе λ и G).

3. Известны координаты источника давления (для определенности положим в цилиндрической системе координат с центральной симметрией глубину расположения источника $z = \xi$ и радиус $r = 0$; рис. 1).

4. Известна обусловленная фазовым переходом (например, замерзанием поровой жидкости) относительная объемная деформация основания ε_0 .

5. На верхней границе полупространства отсутствуют нормальные и касательные напряжения.

6. При неограниченном возрастании глубины и радиальной координаты напряжения и деформации стремятся к нулю.

Требуется определить возникшие в основании в результате действия источника давления напряжения и деформации (т.е. его НДС).

Цель работы – получить точное аналитическое решение задачи об определении НДС упругого невесомого полупространства, внутри которого вследствие объемной деформации возник некоторый источник давления.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Рассмотрим грунтовое основание, в котором в точке действует обусловленный замерзанием поровой жидкости источник давления (рис. 1).

Давление, обусловленное фазовым переходом поровой жидкости равно:

$$P(r, z) = \varepsilon_0 \cdot (3 \cdot \lambda_1 + 2 \cdot G_1) \cdot \frac{\delta(r)}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \delta(z - \xi). \quad (1)$$

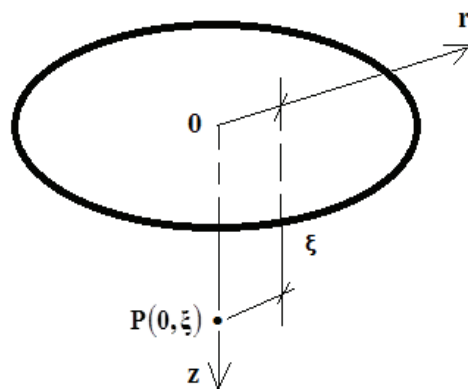


Рисунок 1 – К определению НДС основания

ТЕОРЕТИЧНІ Й ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ
РУЙНУВАННЯ ГІРСЬКИХ ПОРІД ВИБУХОМ

Здесь $P(r, z)$ – давление в рассматриваемой точке; ε_0 – объемная деформация основания, обусловленная замерзанием поровой жидкости (имеет размерность $[м^3]$); λ и G – упругие константы Ламе замерзшей области основания; r и z – координаты; ξ – глубина, на которой расположен источник давления; $\delta(x)$ – дельта – функция Дирака [12].

Для определения НДС основания используем известную систему уравнений вида:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \frac{\partial e}{\partial r} + 2 \cdot G \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} &= \frac{\partial P}{\partial r}; (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{2 \cdot G}{r} \cdot \frac{\partial(\omega \cdot r)}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial z}; \\ \frac{\partial P}{\partial t} &= c_v \cdot \Delta P - \frac{\beta}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \sigma_{kk}; \sigma_{zz} = 2 \cdot G \cdot \varepsilon_z + \lambda \cdot e - P; \\ \sigma_{rr} &= 2 \cdot G \cdot \varepsilon_r + \lambda \cdot e - P; \sigma_{\theta\theta} = 2 \cdot G \cdot \varepsilon_\theta + \lambda \cdot e - P; \tau_{rz} = G \cdot \gamma_{rz}; \\ \varepsilon_r &= \frac{\partial U}{\partial r}; \varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}; \varepsilon_\theta = \frac{U}{r}; \omega = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial r} \right); \gamma_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r}; \\ e &= \varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta; \sigma_{kk} = \sigma_{zz} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = (3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot e - 3 \cdot P. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь U и W – перемещения соответственно в направлении координатных осей $0r$ и $0z$; ω – вращение; r и z – координаты; λ и G – константы Ламе основания; c_v – коэффициент пространственной консолидации; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа в цилиндрической системе координат при учете осевой симметрии; σ_{zz} , σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ – нормальные напряжения; τ_{rz} – то же, касательное; σ_{kk} – шаровой тензор напряжений; P – давление; ε_{zz} , ε_{rr} и $\varepsilon_{\theta\theta}$ – нормальные деформации; γ_{rz} – то же, касательная [12].

С учетом того, что поровое давление известно заранее, см. (1), и не зависит от времени, из (2) имеем:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \frac{\partial e}{\partial r} + 2 \cdot G \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} &= \frac{\partial P}{\partial r}; (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{2 \cdot G}{r} \cdot \frac{\partial(\omega \cdot r)}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial z}; \\ \sigma_{zz} &= 2 \cdot G \cdot \varepsilon_z + \lambda \cdot e - P; \sigma_{rr} = 2 \cdot G \cdot \varepsilon_r + \lambda \cdot e - P; \\ \sigma_{\theta\theta} &= 2 \cdot G \cdot \varepsilon_\theta + \lambda \cdot e - P; \tau_{rz} = G \cdot \gamma_{rz}; \varepsilon_r = \frac{\partial U}{\partial r}; \varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}; \varepsilon_\theta = \frac{U}{r}; \\ \omega &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial r} \right); \gamma_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r}; e = \varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta; \\ \sigma_{kk} &= \sigma_{zz} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = (3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot e - 3 \cdot P. \end{aligned} \quad (3)$$

ТЕОРЕТИЧНІ Й ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ
РУЙНУВАННЯ ГІРСЬКИХ ПОРІД ВИБУХОМ

Здесь $\frac{\partial P}{\partial z}$ и $\frac{\partial P}{\partial r}$ – проекции давления на координатные оси.

Согласно [11] общее решение системы уравнений (3) имеет вид:

$$U = \frac{\partial}{\partial r} \Phi - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} F; \quad W = \frac{\partial}{\partial z} \Phi + \frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \cdot \Delta F - \frac{\partial^2}{\partial z^2} F; \\ \Delta^2 F = 0; \quad P = (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \Delta \Phi, \quad (4)$$

где F и Φ - подлежащие определению неизвестные функции координат r и z .

Для построения частного решения системы уравнений (3) к ней следует присоединить граничные условия. Поскольку на верхней границе основания отсутствуют внешние нагрузки, а на бесконечности усилия и деформации стремятся к нулю, граничные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz}(0, r) = 0; \quad \tau_{zz}(0, r) = 0; \\ U(\infty, r) = U(z, \infty) = 0; \quad W(\infty, r) = W(z, \infty) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Решение (4) ищем в виде:

$$F = \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot F^*(\alpha, z) \cdot \alpha \cdot d\alpha \quad \text{и} \quad \Phi = \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \Phi^*(\alpha, z) \cdot \alpha \cdot d\alpha, \quad (6)$$

где $J_0(\alpha \cdot r)$ – функция Бесселя первого рода с нулевым индексом, а $F^*(\alpha, z)$ и $\Phi^*(\alpha, z)$ – подлежащие определению функции параметра α и координаты z [12]. С математической точки зрения равенства (6) являются оригиналом функций $F(r, z)$ и $\Phi(r, z)$, установленным с использованием их изображений в смысле Ганкеля $F^*(\alpha, z)$ и $\Phi^*(\alpha, z)$ по параметру α [12].

Далее представим (1) в форме (6). Для этого вначале с использованием преобразования Ганкеля найдем изображение (1) по переменной « α », а затем с использованием полученного таким образом изображения найдем его оригинал. Имеем

$$P(r, z) = \varepsilon_0 \cdot (3 \cdot \lambda_1 + 2 \cdot G_1) \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \delta(z - \xi) \cdot \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \alpha \cdot d\alpha. \quad (7)$$

С учетом (1), (4), (6), (7) и граничных условий (5) функции Φ и F равны:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(r, z) &= \frac{k}{4 \cdot a_k \cdot \pi} \cdot \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \left\{ U(\xi - z) \cdot \begin{bmatrix} e^{\alpha \cdot (\xi - z)} - \\ -e^{\alpha \cdot (-\xi + z)} \end{bmatrix} - e^{\alpha \cdot (\xi - z)} \right\} \cdot d\alpha; \\ F(r, z) &= \frac{k}{4 \cdot \pi \cdot a_k \cdot (\lambda + G)} \cdot \int_0^{\infty} \frac{J_0(\alpha \cdot r)}{\alpha} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} [2 \cdot \alpha \cdot z - 1] \cdot G + \\ + [2 \cdot \alpha \cdot z + 1] \cdot \lambda \end{bmatrix} \right\} \cdot e^{-\alpha \cdot (\xi + z)} \cdot d\alpha; \\ a_k &= \lambda + 2 \cdot G; \\ k &= \varepsilon_0 \cdot (3 \cdot \lambda_1 + 2 \cdot G_1). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для определения НДС основания следует с использованием функций (8) и первых двух равенств (4) найти перемещения основания U и W и далее, с использованием формул (3) – искомые напряжения и перемещения.

Далее используем полученное ранее фундаментальное решение для определения морозного пучения основания, в котором расположен U - образный коллектор теплового насоса (рис. 2) [5].

Подставив функции (8) во второе уравнение (4) и вычислив несобственные интегралы, найдем фундаментальное решение для точечного источника в виде:

$$W(r, z) = \frac{k}{4 \cdot \pi \cdot a_k} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{(z + \xi) \cdot (\lambda + 3 \cdot G)}{(\lambda + G) \cdot \left[(z + \xi)^2 + r^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{z - \xi}{\left[(z - \xi)^2 + r^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \\ 2 \cdot \frac{z \cdot \left[r^2 + 2 \cdot (z + \xi)^2 \right]}{(\lambda + G) \cdot \left[(z + \xi)^2 + r^2 \right]^{\frac{5}{2}}} \end{array} \right\};$$

$$a_k = \lambda + 2 \cdot G; \quad k = \varepsilon_0 \cdot (3 \cdot \lambda_1 + 2 \cdot G_1). \quad (9)$$

ВЫВОДЫ. В целом, изложенные в настоящей статье материалы исследований позволили сделать такие выводы.

1. В аналитической форме получено замкнутое решение фундаментальной задачи о напряженно–деформированном состоянии упругого полупространства, внутри которого расположен точечный источник давления.

2. Область применения полученных результатов – решения задач об определении НДС грунтовых оснований и горных выработок при их инъектировании, морозном пучении грунта, пучении горных пород, НДС матрицы в процессе роста кристаллов из твердой фазы и вообще всех задач, в которых внутри полупространства действует источник давления, который может быть представлен в виде:

$$P(r, z) = P_0 \cdot \frac{\delta(r)}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \delta(z - \xi), \quad (10)$$

где P_0 – коэффициент пропорциональности.

В заключение отметим, что полученное фундаментальное решение позволит расширить класс задач об определении НДС грунтовых оснований задачами, в которых причиной возникновения напряжений и деформаций являются протекающие в них физические процессы, обусловленные фазовыми переходами поровой жидкости, переходом горных пород из текучего в твердое состояние, высоконапорное инъектирование грунта с низким коэффициентом фильтрации и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шашенко А.Н. Механика горных пород. – Д.: Нац. гор. ун-т., 2002. – 303 с.
2. Камбефор А. Инъекция грунтов / Пер. с французского. – М.: Энергия, 1971. – 334 с.
3. Технология строительства подземных сооружений: учебник для вузов / И.Д. Насонов, В.А. Федюкин, М.Н. Щуплик; под общ. ред И.Д. Насонова. – М.: Недра, 1983. – часть 1. – 232 с.
4. Шаповал В.Г., Моркляник Б.В. Основания и фундаменты тепловых насосов. Львов: Сполом, 2009. – 64 с.
5. Шаповал В.Г., Моркляник Б. В. Температурные поля в основаниях тепловых насосов: монография. – Дніпропетровск: Пороги, 2011. – 123 с.
6. Козлова О.А. Рост кристаллов. – М.: Издательство МГУ, 1967 – 239 с.
7. ДБН В.2.1–10–2009. Основи та фундаменти споруд. – К.: Мінрегіонбуд України, 2009. – 104 с.
8. Шаповал В.Г., Седин В.Л., Шаповал А.В. и др. Механика грунтов: учебник. – Днепропетровск: Пороги, 2010. – 168 с.
9. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т .1. – Л.–М.: Госстройиздат, 1959. – 357 с.
10. Зарецкий Ю.К. Лекции по современной механике грунтов. – Ростов на Дону, 1989. – 608 с.
11. Шаповал А.В., Шаповал В.Г. Теория взаимосвязанной фильтрационной консолидации: монография. – Днепропетровск: Пороги, 2009. – 311 с.
12. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 840 с.

**STRESS - STRAIN STATE OF A HALF-SPACE
WITH A POINT SOURCE OF VOLUMETRIC
STRAIN LOCATED INSIDE OF IT**

O. Shashenko, V. Shapoval

State Higher Educational Institution «National Mining University»
prosp. Karl Marx, 19, Dnipropetrovsk, 49005, Ukraine.
E-mail: al.shashenko@gmail.com, shap-ww@mail.ru

B. Morklaynik

Lviv Polytecnic
vul. Stepan Bandera, 12, Lviv, 79013, Ukraine.

A. Shapoval

Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture
vul. Chernishevskogo, 24a, Dnipropetrovsk, 49000, Ukraine.

The paper presents an exact analytical solution of the fundamental problem of the stress - strain state of the elastic half-space, within which a point source of volumetric strain is located with the assumption that the ground surface is free from stresses. The integral Bessel transformation technique is used to build the solution of the problem with subsequent calculation of improper integrals. The scope of the results application is obtaining of solutions of determining the stress - strain state of bases and underground mine workings in their frost heaving, artificial freezing, swelling, injection, etc., using the principle of superposition.

Key words: stress-strain state, deformation, the principle of superposition, excavation.

REFERENCES

1. Shashenko, O.M., (2002) "Rock mechanics". National Mining University, Dnipropetrovsk, 303 p.
2. Kambefor A. (1971) "Injection of soils", [Translate from French], Energy, Moscow, Russia.
3. Hasonov, I.D., Fedyukin, B.A., Schuplik, M.H., (1983) "About technologies of underground construction", Moscow, Russia.
4. Shapoval, V.G., Morkljanik, B.V. (2009), "Osnovaniya i fundamenti teplovyh nasosov" [Bases and foundations of heat pumps], Spolom, Lviv, Ukraine.
5. Shapoval, V.G., Morkljanik B.V., (2011), *Temperaturnye polja v osnovaniyah teplovyh nasosov*, [Temperature fields in the grounds of heat pumps], Porogi, Dnipropetrovsk, Ukraine.
6. Kozlova O.A. (1967) "Crystal growth", Moscow State University Press, p. 239, Moscow, Russia.
7. DBN V.2.1-10-2009, (2009), "Bases and foundations of structures", Minregionbud p. 104, Kiev, Ukraine.
8. Shapoval V.G., Sedin V.L., Shapoval A.V., Morklyanik B.V., Andreev V.S., (2010) "Soil mechanics", Textbook, p. 168, Porogi, Dnipropetrovsk, Ukraine.
9. Florin V.A., (1959) "Fundamentals of Soil Mechanics", Volume 1, Gosstroizdat, p. 357, Leningrad, Russia.
10. Zaretsky J.K., (1989) "Lectures on modern soil mechanics", p. 608, Rostov-on-Don, Russia.
11. Shapoval A.V., Shapoval V.G. (2009) "Coherent theory of filtration consolidation", Monograph, p. 311, Porogi, Dnipropetrovsk, Ukraine..
12. Korn G., Korn T., (1974), Mathematical Handbook, p. 840, Nauka, Moscow, Russia.

Статья надійшла 05.11.2014.

УДК 622.235.8

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ
ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ЗАРЯДА НА ХАРАКТЕР
РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДЫХ СРЕД ВЗРЫВОМ**

В. Д. Петренко

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта
им. академика В. Лазаряна

ул. Лазаряна, 2, г. Днепропетровск, 49010, Украина.

E-mail: dnurt@diit.edu.ua, evm@diit.edu.ua

С. В. Коновал

Черкасский государственный технологический университет

бул. Т. Шевченко, 460, г. Черкассы, 18000, Украина.

E-mail: seryoga.conoval@yandex.ru