

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ БУДІВЕЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА

УДК 514.18

МОДЕЛЮВАННЯ СПРЯЖЕНИХ КВАЗІГВИНТОВИХ ПОВЕРХОНЬ НА БАЗІ  
ПАРАМЕТРИЧНОГО КІНЕМАТИЧНОГО ГВИНТА

Н. П. Ісмаїлова

*В роботі пропонується моделювання квазігвинтових поверхонь на базі математичного обґрунтування кругового перетворення координат параметрично заданої поверхні як параметричного кінематичного гвинта.*

*Створена комп'ютерна модель параметричного кінематичного гвинта для формування спряжених квазігвинтових поверхонь необхідної форми, а також вирішує проблеми підвищення точності профілювання і підвищення продуктивності конструкторських робіт в машинобудуванні та будівництві.*

**Ключові слова:** кінематичний гвинт, діаграма, поверхні, моделювання, профілювання.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ КВАЗИВИНТОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА БАЗЕ  
ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КИНЕМАТИЧЕСКОГО ВИНТА

Н. П. Исмаилова

*В работе предлагается моделирование квазивинтовых поверхностей на базе математического обоснования кругового преобразования координат параметрически заданной поверхности пространственного параметрического кинематического винта.*

*Создана компьютерная модель параметрического кинематического винта для формирования сопряженных квазигвинтовых поверхностей необходимой формы, а также решает проблемы повышения точности профилирования и повышение производительности конструкторских работ в машиностроении и строительстве.*

**Ключевые слова:** кинематический винт, диаграмма, поверхности, моделирование, профилирование.

MODELING CONJUGATE KVAZIVINTOVYH SURFACES ON THE BASIS OF  
PARAMETRIC KINEMATIC SCREW

N. Ismailova

*The paper proposes a modeling kvazivintovyh surfaces based mathematical foundation of circular coordinate transformation surface specified parametrically parametric spatial kinematic screw.*

*Computer model parametric kinematic screw to form conjugated quasi-helical surfaces required form and solve the problem of profiling to improve the accuracy and increase productivity in engineering design work and construction.*

**Keywords:** kinematic screw, chart, surface, modeling, profiling.

**Вступ.** При конструюванні технічних спряжених квазігвинтових поверхонь зачеплення в машинобудуванні, в деяких випадках практично неможливо досягти визначення потрібних параметрів цих поверхонь.

При аналізі було встановлено, що для вирішення завдань формування спряжених квазігвинтових поверхонь зачеплення, існуючі способи виявилися складними і не економічними. Деякі з них всеж застосовуються, але при моделюванні квазігвинтових поверхонь зачеплення потрібна наочна реальна картина зміни моделей зачеплення безпосередньо на діаграмі гвинта.

**Постановка задачі, визначальні співвідношення.** Для вирішення цієї задачі в даній роботі запропоновано розширити можливості параметричного кінематичного гвинта.

Параметричний кінематичний гвинт – це просторове зображення трьох гвинтових рухів, з яких два є гвинтовими, а третє – результуючим [1]. С допомогою кінематичного гвинта

визначаються наступні параметри:

- AB – відстань між мимобіжними осями  $i$  і  $j$  (на рис.1  $AB=226,64$  мм, задано вручну);
- a – відстань між мимобіжними осями  $i$  і  $m$  (на рис.1  $a=AK=119,012$  мм, отримано автоматично);
- b – відстань між мимобіжними осями  $j$  і  $m$  (на рис.1  $b=BK=107,628$  мм, отримано автоматично);
- f – передавальне відношення ( $f=a/b$ );
- $\gamma$  – кут між осями  $i$  і  $j$  (на рис.1  $\gamma=121^\circ$ , задано вручну);
- $\alpha$  – кут між осями  $i$  і  $m$  (на рис.1  $\alpha=54,53^\circ$ , отримано автоматично);
- $\beta$  – кут між осями  $j$  і  $m$  (на рис.1  $\beta=66,47^\circ$ , отримано автоматично);
- $h_1$  – крок гелікоїда  $\Sigma_A$  (на рис.1  $h_1=AC=80,93$  мм, задано вручну);
- $h_2$  – крок гелікоїда  $\Sigma_B$  (на рис.1  $h_2=BD=56,08$  мм, задано вручну);
- $h_m$  – крок гелікоїда  $\Phi$  (на рис.1  $h_m=KK'=131,927$  мм, отримано автоматично);
- $\omega_A$  – швидкість обертання осі  $i$  (на рис.1  $\omega_A=54,34$  мм, задано вручну);
- $\omega_B$  – швидкість обертання осі  $j$  (на рис.1  $\omega_B=58,92$  мм, задано вручну);
- $\omega_m$  – швидкість обертання осі  $m$  (на рис.1  $\omega_m=55,086$  мм, отримано автоматично).

Таким чином, для формування квазігвинтових поверхонь за допомогою діаграми параметричного кінетичного гвинта в системі Mat LAB досить задати параметри AB,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\gamma$ ,  $\omega_A$  і  $\omega_B$  (рис. 1 розміри цих параметрів зображені без дужок наприклад, (55,086))

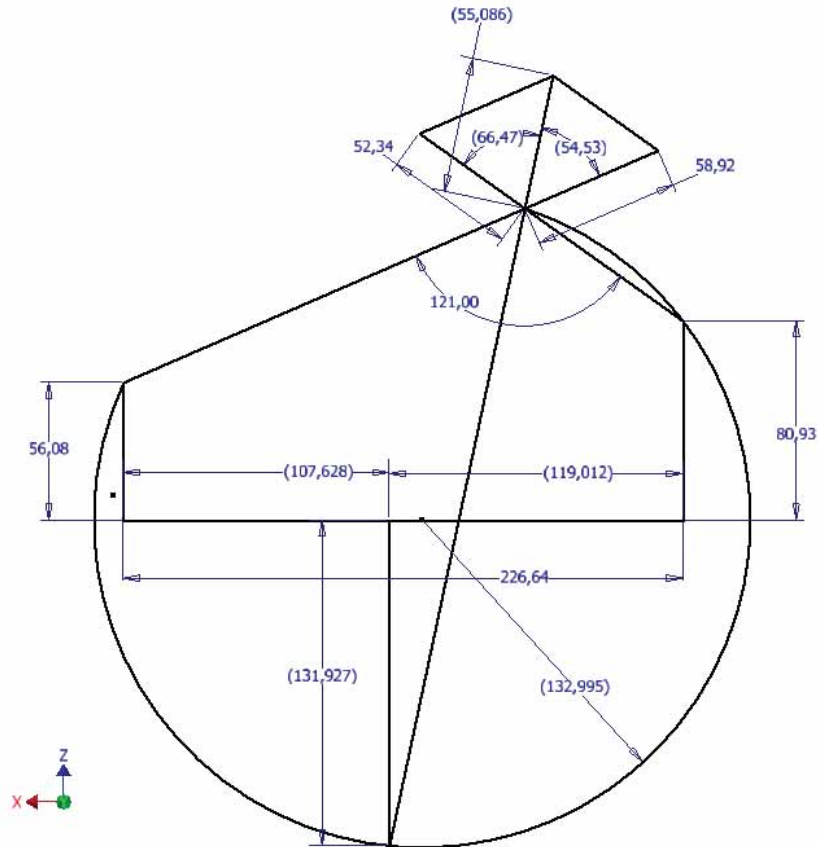


Рисунок 1 – Шаблон діаграми параметричного кінематичного гвинта

При формуванні тривимірної моделі параметричного кінематичного гвинта автоматично створена і відредагована таблиця (рис. 2).

Тривимірна модель параметричного кінематичного гвинта дозволяє змінювати значення потрібних параметрів (рис. 3).

Створена тривимірна модель може бути використана як шаблон, при цьому такі параметри як  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\omega_m$ ,  $f$ ,  $h_m$ ,  $a$ ,  $b$  можуть бути обчислені за формулами, наприклад,

$$\omega_m = \sqrt{\omega_A^2 + \omega_B^2 - 2\omega_A\omega_B \cos(180 - \gamma)}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\omega_A \sin(180 - \gamma)}{\omega_m} = \gamma - \beta$$

$$\beta = \arcsin \frac{\omega_B \sin(180 - \gamma)}{\omega_m} = \gamma - \alpha ;$$

$$a = \frac{AB\omega_A \cos \alpha}{\omega_m}, \text{ если } h_1 = 0, h_2 = 0$$

$$b = \frac{AB\omega_B \cos \beta}{\omega_m}, \text{ если } h_1 = 0, h_2 = 0$$

$$f = \frac{a}{b} ;$$

$$h_m = b \cdot \operatorname{tg} \alpha = a \cdot \operatorname{tg} \beta, \text{ если } h_1 = 0, h_2 = 0$$

при цьому вихідними є наступні параметри: АВ, γ, ω<sub>А</sub>, ω<sub>В</sub>, h<sub>1</sub> и h<sub>2</sub>.

Параметры									
Имя параметра	Единиц	Формула	Номин. зна'	Доп.	Значение в	Клк		Примеча	
▶ - Параметры модели									
AB	мм	226,64 мм	226,640000	<input type="radio"/>	226,640000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
h2	мм	56,08 мм	56,080000	<input type="radio"/>	56,080000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
h1	мм	80,93 мм	80,930000	<input type="radio"/>	80,930000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
гамма	град	121,00 град	121,000000	<input type="radio"/>	121,000000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
wB	мм	58,920 мм	58,920000	<input type="radio"/>	58,920000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
wA	мм	52,340 мм	52,340000	<input type="radio"/>	52,340000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
- Ссылочные параметры									
wM	мм	55,086 мм	55,085553	<input type="radio"/>	55,085553	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
alpha	град	66,47 град	66,467509	<input type="radio"/>	66,467509	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
beta	град	54,53 град	54,532491	<input type="radio"/>	54,532491	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
a	мм	119,012 мм	119,012085	<input type="radio"/>	119,012085	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
b	мм	107,628 мм	107,627915	<input type="radio"/>	107,627915	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
hM	мм	131,927 мм	131,927247	<input type="radio"/>	131,927247	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
R	мм	132,995 мм	132,995199	<input type="radio"/>	132,995199	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
- Пользовательские									
po	бр	a / b	1,105773	<input type="radio"/>	1,105773	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		

Рисунок 2 – Таблица діаграми параметричного кінематичного гвинта

До розробки параметричного кінематичного гвинта програмним способом, ця задача вирішувалася вручну, що вимагає значні труднощі при побудові поверхонь з різними параметрами розглянемо параметричну формулу параболоїда (1) на базі параметричного кінематичного гвинта.

$$\begin{cases} x = a \cdot u \cdot \cos v \\ y = b \cdot u \cdot \sin v \\ z = 0.5 \cdot u^2 \end{cases} \quad (1)$$

де  $0 \leq u \leq 5, 0 \leq v \leq \pi, a = 3, b = 2$

Розглянемо кругове перетворення поверхні навколо осі Z на кут θ, задається загальною формулою (2).

$$\begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta \\ z' = z \end{cases} \quad (2)$$

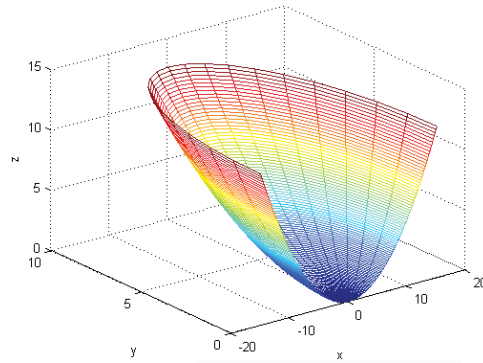


Рисунок 3 – Вихідний параболоїд

Підставивши у формулу (2) параметричні значення з формули (1):

$$\begin{cases} x' = au \cos v \cos \theta - bu \sin v \sin \theta \\ y' = au \cos v \sin \theta + bu \sin v \cos \theta , \\ z' = 0.5u^2 \end{cases} \quad (3)$$

де  $0 \leq u \leq 5, 0 \leq v \leq \pi, a = 3, b = 2$

Результат побудови поверхні, заданої формулою (3) з кутом повороту 15, показаний на рис. 4.

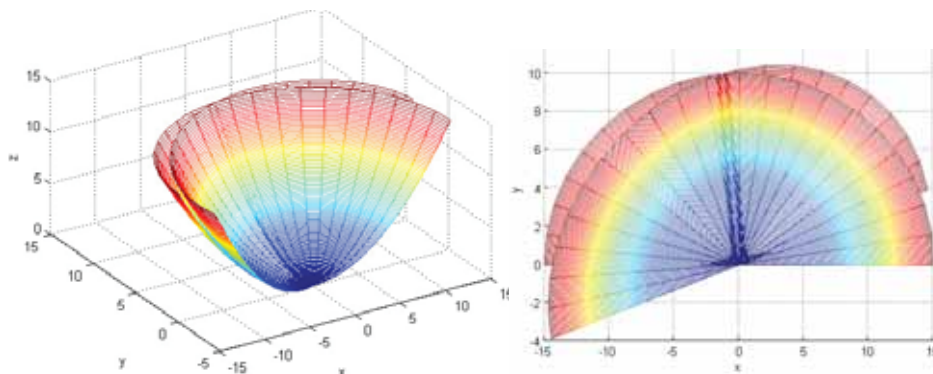


Рисунок 4 – Результат побудови поверхні, заданої формулою (3) з кутом повороту 15

Розглянемо кругове перетворення поверхні навколо вертикальної осі, що проходить через точку  $C(x_0, y_0, z_0)$ , на кут  $\theta$ , задається наступними формулами.

У попередньому випадку було розглянуто поворот поверхні щодо точки початку координат  $(0, 0, 0)$ . Якщо розглядати нову точку повороту  $C(x_0, y_0, z_0)$ , то вона зсунута відносно початку координат (4) (рис. 5).

$$\begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y - y_0 \end{cases} \quad (4)$$

Для такої системи поворот відбувається навколо її центру:

$$\begin{cases} X' = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ Y' = x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{cases} \quad (5)$$

Перетворимо координати  $(X', Y')$  в  $(X, Y)$ .

$$(6)$$

$$\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases}$$

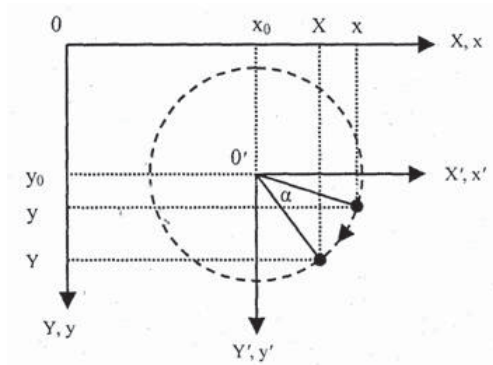


Рисунок 5 – Обертання навколо довільного центру.

Об'єднавши формули(4), (5), (6), отримаємо загальну формулу обертання навколо вертикальної осі, що проходить через задану точку:

$$\begin{cases} x' = (x - x_0) \cos \theta - (y - y_0) \sin \theta + x_0 \\ y' = (x - x_0) \sin \theta + (y - y_0) \cos \theta + y_0 \\ z' = z \end{cases} \quad (7)$$

Підставивши у формулу (7) параметричні значення з формули (1):

$$\begin{cases} x' = (au \cos v - x_0) \cos \theta - (bu \sin v - y_0) \sin \theta + x_0 \\ y' = (au \cos v - x_0) \sin \theta + (bu \sin v - y_0) \cos \theta + y_0 \\ z' = 0.5u^2 \end{cases} \quad (8)$$

де  $0 \leq u \leq 5, 0 \leq v \leq \pi, a = 3, b = 2, C(-10, -15, 0)$

Результат побудови поверхні, заданої формулою (8) з кутом повороту 15, наведено на рис. 6.

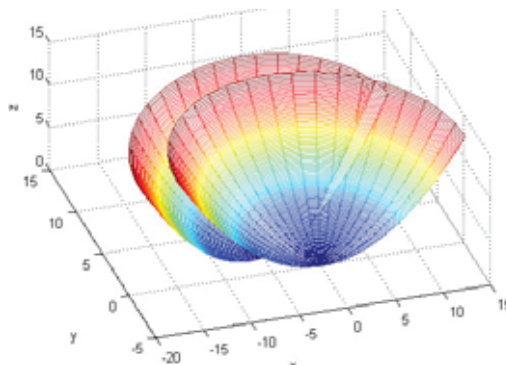


Рисунок 6 – Вихідний параболоїд і параболоїд, повернений на 15 відносно точки  $C(-10, -15, 0)$  навколо вертикальної осі.

Розглянемо випадок, коли криволінійна поверхня розташована на довільному місці просторовій області.

Нехай криволінійна поверхня задана формулою (9):

(9)

$$\begin{cases} x = x_0 + a \cdot u \cdot \cos v \\ y = y_0 + b \cdot u \cdot \sin v, \\ z = z_0 + 0.5 \cdot u^2 \end{cases}$$

де  $0 \leq u \leq 5, 0 \leq v \leq \pi, a = 3, b = 2, x_0 = -25, y_0 = 15, z_0 = -1$

Здійснивши поворот навколо осі Z по формулі (10) отримаємо результат, наведений на рис. 7.

$$\begin{cases} x' = (x_0 + au \cos v) \cos \theta - (y_0 + bu \sin v) \sin \theta \\ y' = (x_0 + au \cos v) \sin \theta + (y_0 + bu \sin v) \cos \theta, \\ z' = z_0 + 0.5u^2 \end{cases}, \quad (10)$$

де  $0 \leq u \leq 5, 0 \leq v \leq \pi, a = 3, b = 2, x_0 = -25, y_0 = 15, z_0 = -10$

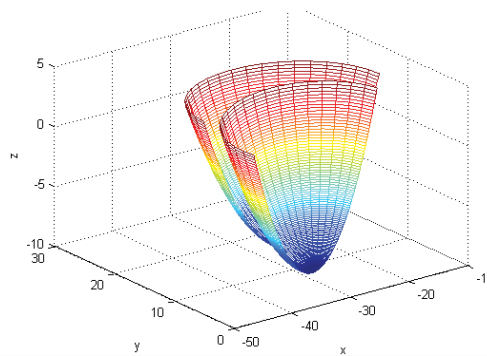


Рисунок 7 – Вихідний параболоїд і параболоїд, повернений на 15 щодо осі Z

Розглянемо випадок, коли криволінійна поверхня розташована на довільному місці просторової області і обертається навколо власної осі обертання.

Нехай криволінійна поверхня задана формулою (9).

Здійснивши поворот навколо осі вертикальній осі, що проходить через точку  $C(x_0, y_0, z_0)$  за формулою (11) отримаємо результат, наведений на рис. 8.

$$\begin{cases} x' = (x - x_0) \cos \theta - (y - y_0) \sin \theta + x_0 \\ y' = (x - x_0) \sin \theta + (y - y_0) \cos \theta + y_0, \\ z' = z \end{cases}, \quad (11)$$

де  $0 \leq u \leq 5, 0 \leq v \leq \pi, a = 3, b = 2, x_0 = -25, y_0 = 15, z_0 = -10$

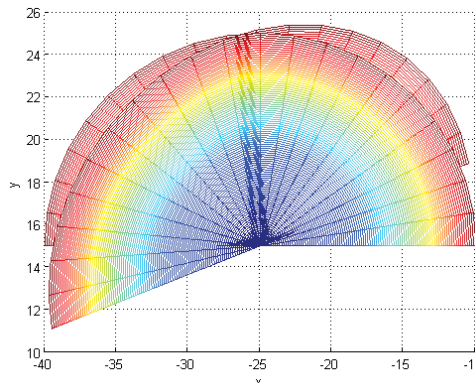


Рисунок 8 – Вихідний параболоїд і параболоїд, повернений на 15 відносно власної осі

Вихідна криволінійна поверхня, задана рівнянням (9), і повернена навколо осі Z поверхня, задана рівнянням (11) перетинаються між собою.

На рис. 9 представлений результат повороту криволінійної поверхні на кут 15 навколо криволінійної осі.

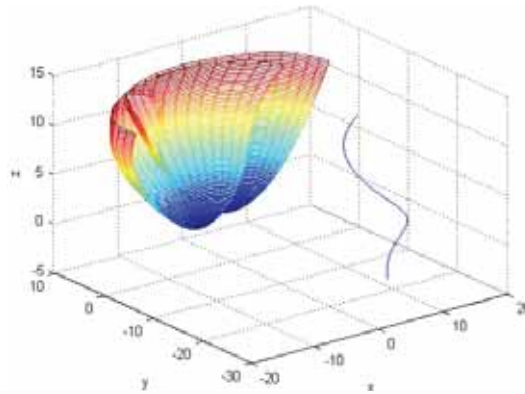


Рисунок 9 – Вихідний параболоїд і параболоїд, повернений на 15 навколо осі криволінійної поверхні

Таким, чином, використання параметричного кінематичного гвинта, дозволить здійснити поворот точок з координатами  $(X_p, Y_p, Z_p)$  навколо відповідні точки перетину криволінійної осі з горизонтальною площиною, що проходить через відповідні координати  $(0, 0, Z_p)$ .

У цьому випадку не потрібно визначати мінімальне і максимальне значення координати  $Z$  криволінійної поверхні.

#### Висновки

- Створена комп'ютерна модель параметричного кінематичного гвинта для формування спряжених квазігвинтових поверхонь необхідної форми, а також вирішує проблеми підвищення точності профілювання і підвищення продуктивності конструкторських робіт в машинобудуванні.

#### Використана література

1. Подкорытов А. Н. Кинематический метод образования сопряженных винтовых нелинейчатых поверхностей с применением диаграммы винта / А. Н. Подкорытов // С.б.: Вопросы прикладной геометрии. Изд. МАИ, – М., 1965. – С. 36-46.
2. Ісмаїлова Н. П. Спряжені поверхні із точковим контактом // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці. – Таврійська державна агротехнічна академія – Вип. 4 т. 35. – Мелітополь, 2007. – С.156-159.

*Ісмаїлова Неллі Петрівна* – к.т.н., доцент, доцент кафедри водовідведення і гідравліки, Одеської державної академії будівництва та архітектури.

*Ісмаїлова Неллі Петрівна* – к.т.н., доцент, доцент кафедри водоотведения и гидравлики, Одесской государственной академии строительства и архитектуры.

*Ismailova Nelli* – candidate of technical sciences associate professor, department of Sanitation and Hudraulics, Odessa State Academu of Civil Engineering and architecture.