

**АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННОЇ БАЛКИ  
ЗА РІЗНИМИ ЗАЛЕЖНОСТЯМИ «НАПРУЖЕННЯ-ДЕФОРМАЦІЇ»**

Бікс Ю. С.

*В статті розглянуто порівняння результатів аналітичного розрахунку несучої здатності залізобетонних балок прямокутного перерізу з подвійним армуванням з використанням трьох різних спрощених залежностей «напруження-деформації» згідно вимог чинного ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010. «Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила та правила для споруд». При визначенні несучої здатності балок використано алгоритм розрахунку запропонований к.т.н. Поповим В.О. Показано, що несуча здатність балки визначена за спрощеною прямокутною діаграмою «напруження-деформації» більше майже на 6,5% від дволінійної спрощеної діаграми та майже не відрізняється від значення несучої здатності, визначеного за параболічно-прямокутною діаграмою.*

**Ключові слова:** Єврокод 2, залізобетонні балки, несуча здатність перерізу, залежність «напруження-деформації», рівнодійна зусиль стиснутої зони бетону.

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ  
ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПО РАЗЛИЧНЫМ ЗАВИСИМОСТЯМ  
«НАПРЯЖЕНИЯ-ДЕФОРМАЦИИ»**

Бикс Ю. С.

*В статье рассмотрено сравнение результатов аналитического расчета несущей способности железобетонных балок прямоугольного сечения с двойным армированием с использованием трех различных упрощенных зависимостей «напряжение-деформации» в соответствии с требованиями действующего ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1: 2010. «Проектирование железобетонных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для сооружений». При определении несущей способности балок использован алгоритм расчета предложенный к.т.н. Поповым В.А. Показано, что несущая способность балки, определенная по упрощенной прямоугольной диаграмме «напряжение-деформации» почти на 6,5% больше чем определенная по двухлинейной упрощенной диаграмме и почти не отличается от значения несущей способности, определенной по параболически-прямоугольной диаграмме.*

**Ключевые слова:** Еврокод 2, железобетонные балки, несущая способность сечения, зависимость «напряжение-деформации», равнодействующая усилий сжатой зоны бетона.

**ANALYTICAL LOAD BEARING CAPACITY'S DETERMINATION OF REINFORCED  
CONCRETE BEAMS BY DIFFERENT "STRESS-STRAIN" DEPENDENCIES**

Biks Y.

*The article considers the comparison of analytical calculation results of the rectangular section reinforced concrete beam's bearing capacity with double reinforcement using three different simplified "stress-strain" dependencies in accordance with the requirements of State Standard DSTU-N B EN 1992-1-1: 2010. «Design of Concrete Structures. Part 1-1. General rules and rules for buildings". In determining of beam's carrying capacity used the calculating algorithm, proposed by Ph.D. Popov V.A. It is shown that the beam's bearing capacity defined by the rectangular "stress-strain" simplified diagram almost by 6.5% more than bearing capacity determined by the bilinear simplified diagram, and almost equal to the bearing capacity of parabolic-rectangular diagram.*

**Keywords:** Eurocode 2, reinforced concrete beams, bearing capacity, "stress-strain" dependency, the resulting force of concrete compressed zone.

### Вступ

Нормативні документи по проектуванню залізобетонних конструкцій зазнають постійних змін, доповнень та перевидаються кожні 5...10 років. При цьому хоча й непросто йде процес гармонізації цих норм [1]. Вдалим прикладом такої гармонізації є створення єдиних норм проектування та розрахунку, що прийняті у Європейському Союзі (Єврокоди). В тому числі є Єврокод 2 – по проектуванню та розрахунку залізобетонних конструкцій.

З огляду на загальний курс України на гармонізацію вітчизняної нормативної бази у будівництві з європейською ззагалі, та в проектуванні та розрахунку залізобетонних конструкцій зокрема, перехід до розрахункового апарату та нової методології розрахунків за деформаціями є особливо актуальним для вітчизняних науковців у галузі розрахунку будівельних конструкцій при підготовці інженерів-будівельників.

Перші спроби гармонізації вітчизняних норм (СНиП) із закордонними були вжиті ще на початку 80-их років минулого століття. Так зокрема доктором техн. наук, проф. Гвоздевим О. О.[1] була висловлена думка про гармонізацію вітчизняних норм зі світовими (в першу чергу з європейськими) в частині буквенних позначень, нормування фізико-механічних характеристик матеріалів, призначенню коефіцієнтів надійності за матеріалом тощо.

Принаймні ще близько 25 років назад, представником однієї із вітчизняних шкіл розрахунку залізобетонних конструкцій, доктором техн. наук Голишевим А. Б. запропоновано уточнений метод (використання дволінійної діаграми «навантаження-деформації») розрахунку за міцністю нормальних до повздожньої вісі перерізів [2, с. 142]. Запропонований метод дозволив у порівнянні з нормативним на той час методом (прямокутною діаграмою «напруження-деформації» за СНиП 2.03.01-84\*) більш точно оцінювати міцність перерізів із стиснутою зоною складних форм в тих багатьох випадках, коли напруження в розтягнутій арматурі (у всій або її частині) не досягають граничних, більш точно оцінювати перерозподіл зусиль в статично невизначених конструкціях тощо.

З наданням чинності ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонні та залізобетонні конструкції», супутньому йому ДСТУ Б В.2.6-156:2010 «Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону» а також згодом і Єврокоду 2 (ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010 «Проектування залізобетонних конструкцій» в Україні та втратою своєї дії СНиП 2.03.01-84\* «Бетонные и железобетонные конструкции», був кардинально змінений підхід щодо розрахункових методик а також внесено суттєві зміни в правила конструювання залізобетонних конструкцій. В зв'язку з цим назріла нагальна необхідність та набула особливої актуальності потреба отримання інженерних методик розрахунку залізобетонних елементів, зокрема прямокутних балок згідно принципово нових положень чинного ДСТУ[4,5] та ДБН-у [3].

### Постановка завдання

Окрім інженерної методики розрахунку несучої здатності прямокутних балок, що базується на співвідношенні граничних деформацій навести порівняння величини рівнодіяної стиснутої зони бетону, а отже й несучої здатності балок для трьох типів ідеалізованих спрощених залежностей «напруження-деформації» згідно з [4,5].

### Основний матеріал і результати

Для чисельного моделювання з визначенням параметрів несучої здатності прямокутної залізобетонної балки з подвійним армуванням прийнято відповідну розрахункову схему (рис. 1) та вихідні дані, що відповідають типовій балці балочних клітин промислових будівель, що не піддаються впливу вітру, снігу, ожеледі і т.д. Розглядається класична задача, коли при відомому армуванні, класі бетону та арматури необхідно визначити несучу здатність перерізу балки. Розв'язок задачі із визначення несучої здатності перерізу виконано згідно алгоритму, запропонованого Поповим В. О.

Вихідні дані задачі наведено у табл. 1.

Таблиця 1 – Характеристики поперечного перерізу балки

Ширина $b$ , м	Висота $h$ , м	Клас бетону	Розтягнута арматура, $A_s$	Стиснута арматура, $A_s'$	Клас арматури
0,25	0,5	C25/30	3Ø32	3Ø10	A400С

На рис.1 наведено розрахункові схеми визначення параметрів несучої здатності для балочного елемента.

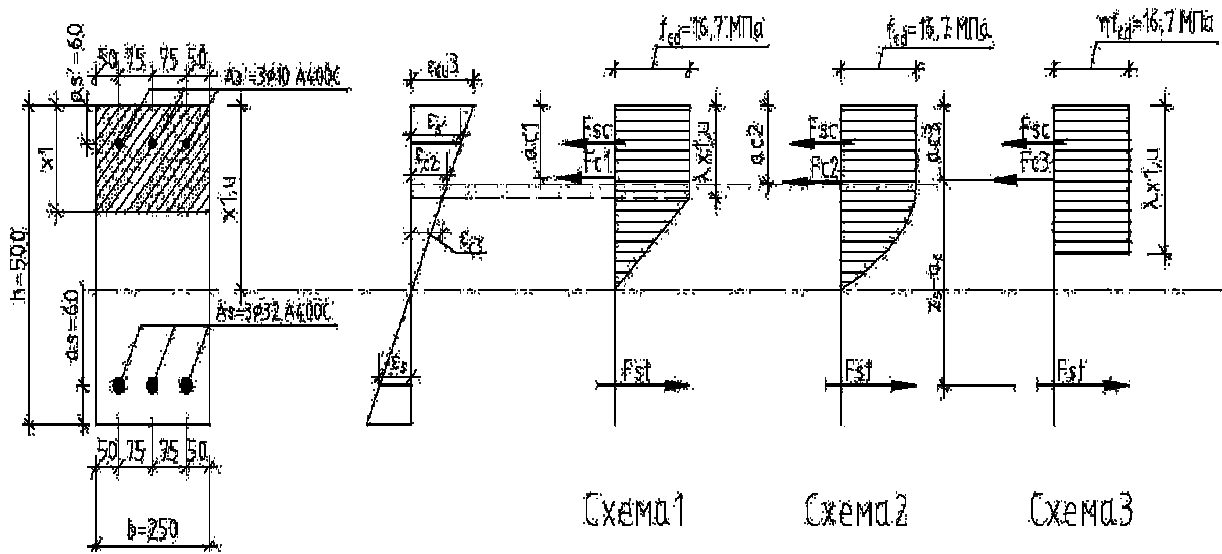


Рисунок 1 – Розрахункова схема нормального перерізу зігнутої балки

### Алгоритм розрахунку

1. З табл. 3.1 [5] виписуємо деформаційні і міцнісні характеристики бетону С25/30:

- граничну розрахункову відносну деформацію бетону,  $\varepsilon_{cu3} = 3,50$  [‰];
- розрахункову відносну деформацію бетону, яка відповідає пружній роботі бетонного каменю,  $\varepsilon_{c3} = 1,75$  [‰];
- величину розрахункової міцності бетону на стиск  $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 1 \times 25 / 1,5 = 16,7$  [МПа];

де  $\alpha_{cc} = 1$ , коефіцієнт, що враховує вплив на міцність при стиску тривалості впливів на несприятливих впливів, що викликані способом прикладання навантаження;

$\gamma_c = 1,5$  – коефіцієнт надійності для бетону, згідно п. 2.4.2.4 [5];

3 табл. 2.1 ДБН В.2.6-98:2009 виписуємо коефіцієнт надійності для арматури А400С  $\gamma_s = 1,1$ .

2. За ДСТУ Б В.2.6-56:2010 виписуємо міцнісні та деформаційні характеристики арматури:

- межу текучості,  $f_{yk} = 400$  [МПа];
- модуль пружності,  $E_s = 2,1 \times 10^5$  [МПа].

3. Призначаємо величину захисного шару бетону (в межах  $(0,1 \dots 0,15) \cdot h$ )

$$a_s = 0,12 \cdot h = 0,12 \cdot 500 = 60 \text{ (мм)}.$$

4. Обчислюємо робочу висоту перерізу

$$z_s = h - a_s = 500 - 60 = 440 \text{ (мм)}.$$

Оскільки подальший розрахунок обумовлений типом спрощеної діаграми деформування бетону «напруження-деформації», то нижче покроково наведено результати для кожного з типів.

**Схема №1.** Дволінійна діаграма згідно п. 3.1.7.2 [5] показана на рис. 2

Визначаємо коефіцієнт пластичності бетону  $\lambda$  [2] за дволінійною діаграмою «напруження-деформації» (див. рис. 2)

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}} = \frac{10^{-3} \cdot (3,50 - 1,75)}{10^{-3} \cdot 3,50} = 0,5.$$

5. Обчислюємо граничну висоту стиснутої зони бетону (показано лише результат виводу формули з діаграми «напруження-деформації», (див. рис. 2)

$$x_{1u} = \frac{z_s \cdot \varepsilon_{cu3}}{\frac{f_{yd}}{E_s} \cdot 10^3 + \varepsilon_{cu3}} = \frac{440 \cdot 3,50}{\frac{363,6}{2,0 \cdot 10^5} \cdot 10^3 + 3,50} = 289,58 \text{ (мм)}.$$

Де:  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,1} = 363,6$  (МПа).

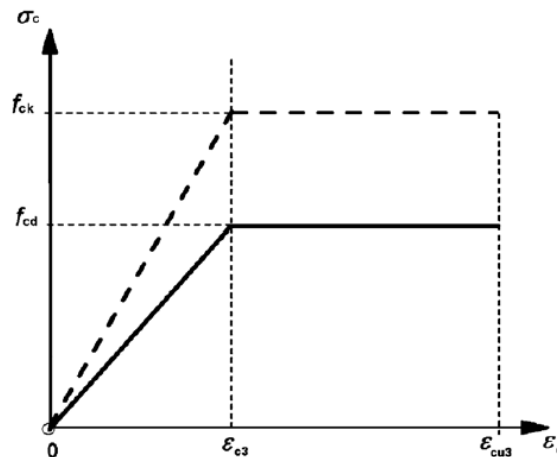


Рисунок 2 – Дволінійна діаграма «напруження-деформації»

6. Записуємо деформаційне рівняння для перерізу з подвійним армуванням

$$\frac{\epsilon_c}{x_1} = \frac{\epsilon_s'}{x_1 - a_s'} = \frac{\epsilon_s}{z_s - x_1}$$

7. Визначаємо відносні деформації у стиснутій арматурі, враховуючи, що для раціонально заармованого перерізу  $x_1 = x_{1u}$ , призначивши товщину захисного шару для стиснутої арматури  $a_s' = 60$  мм

$$\epsilon_s' = \frac{\epsilon_{cu3} \cdot (x_{1u} - a_s')}{x_{1u}} = \frac{3,50 \cdot (289,58 - 60) \cdot 10^{-3}}{289,58} = 2,775 \cdot 10^{-3}$$

8. Визначаємо напруження в стиснутій арматурі

$$\sigma_{sc} = \epsilon_s' \cdot E_s = 2,775 \cdot 10^{-3} \cdot 2,0 \cdot 10^5 = 554,97 \text{ (МПа)}.$$

9. Визначаємо граничні напруження в стиснутій арматурі

$$\sigma_{sc,u} = f_{yd}' = f_{yd} = 363,6 < 554,97 \text{ (МПа)}.$$

Тому в подальшому розрахунку приймаємо

$$\sigma_{sc} = f_{yd}' = f_{yd} = 363,6 \text{ (МПа)}.$$

10. Визначаємо долю зусилля, яка може бути прийнята бетоном в граничному стані

$$F_{c1} = \frac{(\lambda + 1) \cdot x_{1u} \cdot b \cdot f_{cd}}{2} = \frac{(0,5 + 1) \cdot 289,58 \cdot 250 \cdot 16,7 \cdot 10^{-3}}{2} = 906,75 \text{ (кН)}.$$

11. Визначаємо долю зусилля, яке може бути прийнято стиснутою арматурою в граничному стані

$$F_{sc} = f_{yd}' \cdot A_s' = 363,6 \cdot 2,355 = 85,64 \text{ (кН)}.$$

12. Обчислюємо загальну граничну несучу здатність стиснутої частини перерізу

$$F_{stress} = F_{c1} + F_{sc} = 906,75 + 85,64 = 992,39 \text{ (кН)}.$$

13. Визначаємо долю зусилля, яке може бути прийнято розтягнутою арматурою в граничному стані:

$$F_{st} = \sigma_y = f_{yd} \cdot A_s = 363,6 \cdot 24,13 = 877,42 \text{ (кН)}.$$

$F_{st} < F_{stress}$  – руйнування перерізу відбудеться по арматурі (пластично).

14. Уточнюємо висоту стиснутої зони бетону з умови рівноваги перерізу

$$x_1 = \frac{2 \cdot (F_{st} - F_{sc})}{(\lambda + 1) \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{2 \cdot (877,42 - 85,64) \cdot 10^3}{(0,5 + 1) \cdot 250 \cdot 16,7} = 252,86 \text{ (мм)}.$$

плече від рівнодійної бетону  $F_c$  до крайнього стиснутого волокна  $a_c$

$$a_{c1} = \frac{x_1}{3 \cdot (\lambda + 1)} (\lambda^2 + \lambda + 1) = \frac{252,86}{3 \cdot (0,5 + 1)} (0,5^2 + 0,5 + 1) = 98,33 \text{ (мм)}.$$

15. Визначаємо несучу здатність перерізу

$$\begin{aligned} M_{u1} &= F_{sc} \cdot (z_s - a'_s) + F_{c1} \cdot (z_s - a_{c1}) = \\ &= 85,64 \cdot (0,44 - 0,06) + 906,75 \cdot (0,44 - 0,098) = 342,65 \text{ (кН} \cdot \text{м)}. \end{aligned}$$

**Схема №2.** Параболічно-прямокутна діаграма згідно п. 3.1.7.1 [5] показана на рис.3

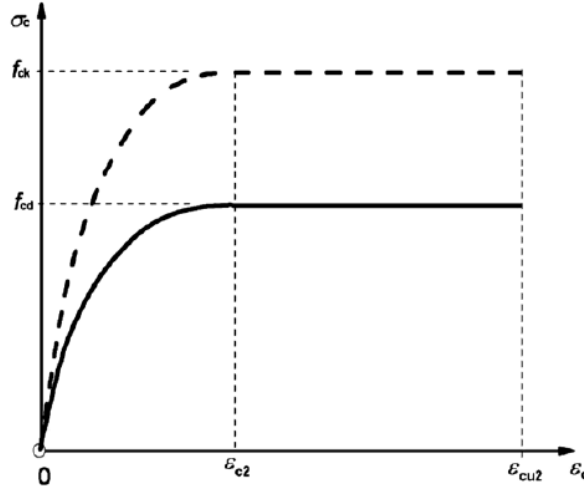


Рисунок 3 – Параболічно-прямокутна діаграма «напруження-деформації»

Для визначення центру ваги криволінійної трапеції використовуємо формули (3.17), (3.18) [5]

$$\sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (1)$$

для інтервалу значень відносних деформацій бетону  $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$ , та

$$\sigma_c = f_{cd} \quad (2)$$

для інтервалу значень відносних деформацій бетону  $\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$ .

Знаходження площі та центру ваги криволінійної трапеції пов'язано із інтегруванням. Спочатку знайдемо площу криволінійної трапеції. Для цього для спрощення розіб'ємо площу криволінійної трапеції на дві частини – параболічну ( $S_1$ ) обмежену по довжині від нуля до  $\varepsilon_{c2}$  з абсцисою центра ваги  $x_{c1}$  та прямокутну ( $S_2$ ) обмежену по довжині від  $\varepsilon_{c2}$  до  $\varepsilon_{cu2}$  з абсцисою центра ваги  $x_{c2}$  та знайдемо окремо площу та центр ваги кожної з них:

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_0^{\varepsilon_{c2}} f_{cd} \cdot \left( 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right) d\varepsilon_c = f_{cd} \int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( 1 - \left( 1 - 2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c2}^2} \right) \right) d\varepsilon_c = \\ &= f_{cd} \cdot \int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( 2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c2}^2} \right) d\varepsilon_c = f_{cd} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{c2}} \int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( 2\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c2}} \right) d\varepsilon_c = \\ &= \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left( \int_0^{\varepsilon_{c2}} 2\varepsilon_c d\varepsilon_c - \int_0^{\varepsilon_{c2}} \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c2}} d\varepsilon_c \right) = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left( \varepsilon_c^2 \Big|_0^{\varepsilon_{c2}} - \frac{1}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\varepsilon_c^3}{3} \Big|_0^{\varepsilon_{c2}} \right) = \\ &= \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left( \varepsilon_{c2}^2 - \frac{1}{3\varepsilon_{c2}} \cdot \varepsilon_{c2}^3 \right) = \frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2}; \\ S_2 &= f_{cd} \cdot (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}); \\ S_{заг} &= S_1 + S_2 = \frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2} + f_{cd} \cdot (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}) = f_{cd} \cdot \left( \varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \varepsilon_{c2} \right). \end{aligned}$$

Центр ваги перерізу:

$$x_{c1} = \frac{\int_a^b xy dx}{S} = \frac{\int_0^{\varepsilon_{c2}} \varepsilon_c \cdot f_{cd} \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^2\right) d\varepsilon_c}{\frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2}} = \frac{f_{cd} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{c2}} \int_0^{\varepsilon_{c2}} \left(2\varepsilon_c^2 - \frac{\varepsilon_c^3}{\varepsilon_{c2}}\right) d\varepsilon_c}{\frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2}} =$$

$$= \frac{\frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left(2 \cdot \frac{\varepsilon_c^3}{3} \Big|_0^{\varepsilon_{c2}} - \frac{1}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\varepsilon_c^4}{4} \Big|_0^{\varepsilon_{c2}}\right)}{\frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2}} = \frac{\frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \varepsilon_{c2}^3 - \frac{1}{4} \cdot \varepsilon_{c2}^3\right)}{\frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2}} = \frac{\frac{5}{12} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2}^2}{\frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2}} = \frac{5}{8} \cdot \varepsilon_{c2};$$

$$x_{c2} = \varepsilon_{c2} + \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2});$$

Центр ваги всієї параболо-прямокутної фігури:

$$x_c = \frac{S_1 \cdot x_{c1} + S_2 \cdot x_{c2}}{S_1 + S_2} = \frac{\frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2} \cdot \frac{5}{8} \cdot \varepsilon_{c2} + f_{cd} \cdot (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}) \cdot \left(\varepsilon_{c2} + \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2})\right)}{\frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_{c2} + f_{cd} \cdot (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2})} =$$

$$= \frac{\frac{5}{12} \cdot \varepsilon_{c2}^2 + (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}) \cdot \left(\varepsilon_{c2} + \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2})\right)}{\frac{2}{3} \cdot \varepsilon_{c2} + (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2})} = \frac{\frac{5}{12} \cdot \varepsilon_{c2}^2 + \frac{1}{2} (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}) \cdot (\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_{c2})}{\varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_{c2}} =$$

$$= \frac{\frac{5}{12} \cdot \varepsilon_{c2}^2 + \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{cu2}^2 - \varepsilon_{c2}^2)}{\varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_{c2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{cu2}^2 - \frac{1}{12} \cdot \varepsilon_{c2}^2}{\varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_{c2}} = \frac{6 \cdot \varepsilon_{cu2}^2 - \varepsilon_{c2}^2}{12 \cdot \varepsilon_{cu2} - 4 \cdot \varepsilon_{c2}}.$$

Продовжуємо попередній алгоритм з п.13.

16. Визначаємо долю зусилля, яка може бути сприйнята бетоном в граничному стані

$$F_{c2} = \frac{S_{заг} \cdot x_{1u} \cdot b}{\varepsilon_{cu2}} = \frac{f_{cd} \cdot \left(\varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \varepsilon_{c2}\right) \cdot x_{1u} \cdot b}{\varepsilon_{cu2}} =$$

$$= \frac{16,7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot \left(3,5 - \frac{1}{3} \cdot 2\right) \cdot 289,58 \cdot 250}{10^{-3} \cdot 3,5} = 978,71 \text{ (кН)}.$$

17. Обчислюємо загальну граничну несучу здатність стиснутої частини перерізу

$$F_{stress} = F_{c2} + F_{sc} = 978,71 + 85,64 = 1064,35 \text{ (кН)}.$$

18. Уточнюємо висоту стиснутої зони бетону з умови рівноваги перерізу

$$x_1 = \frac{(F_{st} - F_{sc}) \cdot \varepsilon_{cu2}}{\left(\varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \varepsilon_{c2}\right) \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{(877,42 - 85,64) \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}}{\left(3,5 - \frac{1}{3} \cdot 2\right) \cdot 10^{-3} \cdot 250 \cdot 16,7 \cdot 10^{-3}} = 234,27 \text{ (мм)}.$$

плече від рівнодійної бетону до крайнього стиснутого волокна  $a_{c2}$

$$a_{c2} = x_1 \cdot \frac{\left(\varepsilon_{cu2} - \frac{6 \cdot \varepsilon_{cu2}^2 - \varepsilon_{c2}^2}{12 \cdot \varepsilon_{cu2} - 4 \cdot \varepsilon_{c2}}\right)}{\varepsilon_{cu2}} = 234,27 \cdot \frac{\left(3,5 \cdot 10^{-3} - \frac{6 \cdot (3,5 \cdot 10^{-3})^2 - (2 \cdot 10^{-3})^2}{12 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}\right)}{3,5 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 97,45 \text{ (мм)}.$$

19. Визначаємо несучу здатність перерізу

$$M_{u2} = F_{sc} \cdot (z_s - a'_s) + F_{c2} \cdot (z_s - a_{c2}) =$$

$$= 85,64 \cdot (0,44 - 0,06) + 978,71 \cdot (0,44 - 0,097) = 368,24 \text{ (кН} \cdot \text{м)}.$$

**Схема №3.** Прямокутна діаграма згідно п.3.1.7.3 [5] показана на рис.4.

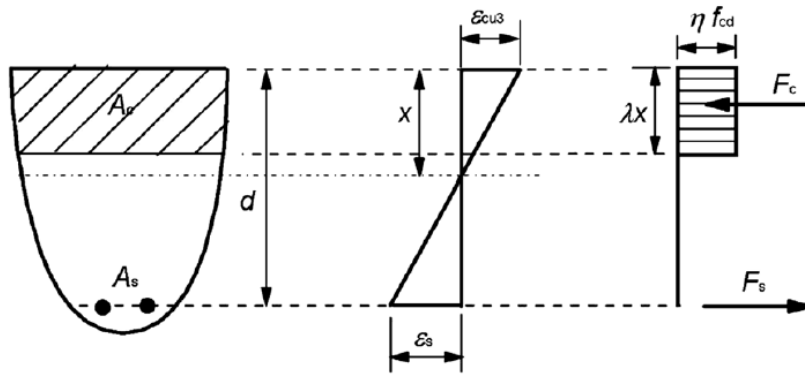


Рисунок 4 – Прямокутний характер розподілу напружень

На рис. 4 прийнято  $\lambda = 0,8$  та  $\eta = 1$  згідно формул (3.19) та (3.21) [5].

Тоді рівнодія зусиль стиску у бетоні в граничному стані

$$F_{c3} = 0,8 \cdot x_{lu} \cdot f_{cd} \cdot b = 0,8 \cdot 289,58 \cdot 16,7 \cdot 10^{-3} \cdot 250 = 967,20 \text{ (кН)}.$$

20. Обчислюємо загальну граничну несучу здатність стиснутої частини перерізу

$$F_{stress} = F_c + F_{sc} = 967,20 + 85,64 = 1052,84 \text{ (кН)}.$$

$F_{st} < F_{stress}$  – руйнування перерізу відбудеться по арматурі (пластично).

21. Уточнюємо висоту стиснутої зони бетону з умови рівноваги перерізу

$$x_1 = \frac{(F_{st} - F_{sc})}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{(877,42 - 85,64) \cdot 10^3}{0,8 \cdot 250 \cdot 16,7} = 237,06 \text{ (мм)}.$$

плече від рівнодіяної бетону до крайнього стиснутого волокна  $a_c$

$$a_{c3} = x_1 \cdot \left( \lambda - \frac{1}{2} \lambda \right) = 237,06 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,8 = 94,82 \text{ (мм)}.$$

22. Визначаємо несучу здатність перерізу

$$\begin{aligned} M_{u3} &= F_{sc} \cdot (z_s - a'_s) + F_{c3} \cdot (z_s - a_{c3}) = \\ &= 85,64 \cdot (0,44 - 0,06) + 967,20 \cdot (0,44 - 0,095) = 366,23 \text{ (кН} \cdot \text{м)}. \end{aligned}$$

Для полегшення аналізу результатів щодо визначення несучої здатності заданої залізобетонної балки зведемо їх у табл. 2.

Таблиця 2 – Результати чисельного моделювання з визначення несучої здатності прямокутної залізобетонної балки

Параметр	Тип залежності «напруження–деформації»		
	Дволінійна (Схема №1 за рис.1)	Параболо-прямокутна (Схема №2 за рис.1)	Прямокутна (Схема №3 за рис.1)
1. Доля зусилля, яке може бути прийнято бетоном в граничному стані $F_c$ , кН	906,75	978,71	967,20
2. Безрозмірний коефіцієнт погонного навантаження в стиснутій фібрі бетону	$\frac{\varepsilon_{cu3} - \frac{1}{2} \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}} = 0,75$	$\frac{\varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} = 0,81$	$\lambda \cdot \eta = 0,8 \cdot 1 = 0,80$
3. Безрозмірний коефіцієнт відносної ординати центру ваги фігури, $y_c$	$\frac{3 \cdot \varepsilon_{cu3}^2 - \varepsilon_{c3}^2}{6 \cdot \varepsilon_{cu3} - 3 \cdot \varepsilon_{c3}} = 0,611$	$\frac{6 \cdot \varepsilon_{cu2}^2 - \varepsilon_{c2}^2}{12 \cdot \varepsilon_{cu2} - 4 \cdot \varepsilon_{c2}} = 0,584$	0,6
4. Несуча здатність перерізу $M_{u3}$ , кН×м	342,65	368,24	366,23

Примітка:

1. У графі параметрів 2 для схеми №1 показаний параметричний вивід формули.

2. У графі параметрів 3 для всіх схем показано параметричний вивід з формули площі підінтегральної функції залежності «навантаження-деформації».

Порівнюючи результати для трьох типів залежностей «напруження-деформації» можна помітити, що результуюча несуча здатність перерізу  $M_u$  при прийнятій за 100% для схеми №3 становить 93,56% для схеми №1, та 100,55% для схеми №2. Отримані значення безрозмірних ординат центру ваги для всіх типів залежностей «напруження-деформації» повністю корелюється з даними табл. 5.3 [6]. При цьому доцільно використовувати отримані безрозмірні коефіцієнти ординат центру ваги для скорочення інженерних обчислень, оскільки за чинними нормами [5] значення відносних деформацій  $\varepsilon_{c2}$ ,  $\varepsilon_{c3}$ , для бетону з характеристичним значенням призменної міцності  $f_{ck} \leq 50$  МПа є сталими.

Очевидно, що для отримання достовірних результатів несучої здатності нормальних перерізів зігнутих залізобетонних балок за першою групою граничних станів при перевірочних розрахунках доцільно використовувати всі три типи залежностей «напруження-деформації». Числове значення несучої здатності дорівнюватиметься найменшій з отриманих величин у бік запасу.

### Висновки

- В результаті чисельного моделювання напружено-деформованого стану зігнутих залізобетонних балок прямокутного перерізу з подвійним армуванням для визначення їх несучої здатності за трьома спрощеними залежностями «напруження-деформації» виявлено, що найбільша несуча здатність балки буде при використанні параболо-прямокутної залежності, а саме 100,55% у порівнянні із прямокутною залежністю, яка прийнята за 100%, найнижча несуча здатність 93,56% буде при використанні дволінійної залежності.
- Отримані безрозмірні коефіцієнти визначення ординати центру ваги для схем №1..3, які дорівнюють відповідно 0,611 для дволінійної залежності, 0,584 для параболо-прямокутної залежності та 0,6 для прямокутної залежності, а також погонного навантаження в стиснутій фібрі бетону 0,75, 0,81 та 0,8 рекомендується використовувати для інженерних розрахунків реальних будівельних конструкцій, які піддаються плоскому згину.

### Список літератури

1. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования: учебное пособие для студентов строительных специальностей / [Блещик Н. П., Жуков Д. Д., Д.Н. Лазовский и др.] ; под. ред. проф. Т. М. Петцольда и проф. В. В. Тура]. – Брест, БГТУ, 2003 – 380 с.
2. Гольшев А. Б. Проектирование железобетонных конструкций. Справочное пособие: / [Гольшев А. Б., Бачинский В. Я., Полищук В. П., и др.] под. ред. АБ. Гольшева. – [3-е изд.]. – К.: Будивельник, 1990. – 544 с.
3. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009 [Чинний від 2011-06-01]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011 – 71 с. – (Національний стандарт України).
4. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6-156:2010 [Чинний від 2011-06-01]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011 – 118 с. – (Національний стандарт України).
5. Єврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила та правила для споруд (EN 1992-1-1:2004, ІДТ): ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010 [Чинний від 2013-07-01]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2012 – 311 с. – (Національний стандарт України).
6. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 2: Проектирование железобетонных конструкций : руководство для проектировщиков к EN 1992-1-1 и EN 1992-1-2. Еврокод 2: Проектирование железобетонных конструкций. Общие правила для зданий. Противопожарное проектирование строительных конструкций / Э. В. Биби, Р. С. Нараянан; ред. серии Х. Гульванесян. – М.: МГСУ, 2013. – 292 с.

**Бікс Юрій Семенович** – к.т.н., старший викладач кафедри промислового та цивільного будівництва Вінницького національного технічного університету;

**Бикс Юрий Семенович** – к.т.н., старший преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства Винницкого национального технического университета;

**Biks Yuriy** – Ph. D., Senior Lecturer, Department of Industrial and Civil Engineering, Vinnytsia National Technical University.