

УДК 338.3

А.В. ФАДЕЕВ, канд. тех. наук, Харьков, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МАКСИМИЗАЦИИ ПРИБЫЛИ В ПРОЦЕССЕ ОПТИМИЗАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ ПРОЕКТА ИНСТРУМЕНТАЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

У статті розглядається математична модель задачі оптимізації змісту проекту за критерієм прибуток в результаті його здійснення. Створена модель є однокритеріальною, з булевими змінними, з алгоритмічною цільовою функцією і аналітичними обмеженнями. Запропоновано метод розв'язання даної задачі для інструментального виробництва.

В статье рассматривается математическая модель задачи оптимизации содержания проекта по критерию прибыль в результате его осуществления. Созданная модель является однокритериальной, с булевыми переменными, с алгоритмической целевой функцией и аналитическими ограничениями. Предложен метод решения данной задачи для инструментального производства.

In this paper we consider a mathematical model of scope project optimization problems by profits as a result of its implementation. The proposed model is a one-criterion, dynamic, with Boolean variables, with the objective function of the algorithmic and analytical limitations. A method for solving this problem is proposed for instrumental production.

Для решения задачи оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, сроки, стоимость, качество и риски проекта с помощью метода, основанного на применении обобщенного критерия и неявного перебора, необходимо иметь решение однокритериальных задач. В том числе задачи оптимизации содержания проекта по критерию прибыль в результате осуществления проекта. Решение данной задачи во многих случаях может иметь и самостоятельное значение.

Следовательно, возникает актуальная задача создания модели и метода оптимизации содержания проекта по критерию прибыли.

Формирование содержания проекта традиционно осуществляется на эвристическом уровне. Часто работы или комплексы работ включаются в состав проекта без достаточного анализа их влияния на другие работы.

При этом количество рассматриваемых альтернатив обычно невелико. Данная ситуация объясняется большой трудоемкостью анализа альтернативных вариантов работ или их комплексов в многоэтапных проектах. В работе [1] предложены модель и метод оптимизации содержания проекта с точки зрения времени его выполнения. В работе [2] рассматриваются модель и метод оптимизации содержания проекта по критерию затраты на его осуществление при наличии ограничений на сроки. В работе [3] впервые предложена многокритериальная модель задачи оптимизации содержания проекта по критериям время и стоимость при наличии альтернативных вариантов выполнения работ или их комплексов, заданных в виде сетевых моделей. В работе [4] предложены модель и метод оптимизации содержания проекта по срокам и стоимости его выполнения при наличии ограничений на качество продукта после выполнения определенных этапов проекта. В работе [5] предложена математическая модель динамической задачи многокритериальной оптимизации содержания проекта при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантах выполнения работ, представленных в виде сетевых моделей. Впервые в качестве критериев рассмотрены прибыль в результате выполнения проекта, качество продукта проекта, время выполнения проекта, его стоимость и связанные с ним риски. Предложен метод решения данной задачи. Для его осуществления необходимо иметь результаты однокритериальной оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, качество, время, стоимость и риски.

Целью работы является создание модели и метода оптимизации содержания проекта по критерию прибыль, которая может быть получена в результате его осуществления.

Целевая функция модели должна отражать прибыль предприятия до налогообложения за все годы жизненного цикла.

В модели предполагается, что после завершения отдельных этапов выполнения проекта не должно быть финансовых задолженностей.

Модель задачи оптимизации содержания проекта по критерию прибыль, это модель вида:

$$\sum_{r=1}^T \sum_{i=1}^L C_r^{(i)} D_r^{(i)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} E_{hj} x_{hj} - \sum_{r=1}^T U_r = P' \rightarrow \max_{x_{hj}} \quad (1)$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^M w_{hj} x_{hj}; \quad S_h \geq 0, h = \overline{1, H}; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^M x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, H}; \quad (3)$$

$$x_{hj} \in \{0,1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \quad (4)$$

где T - длительность фазы эксплуатации или потребления продукта;

l - вид продукции, общее количество которых равно L ;

$C_t^{(l)}$ - стоимость продукции l -го вида в t -м году, $t = \overline{1, T}$;

$D_t^{(l)}$ - объём продаж продукции l -го вида в t -м году, $l = \overline{1, L}, t = \overline{1, T}$;

$$\text{где } D_t^{(l)} = \begin{cases} A_t^{(l)}, & \text{если } A_t^{(l)} \leq B_t^{(l)}; \\ B_t^{(l)}, & \text{если } A_t^{(l)} > B_t^{(l)}; \end{cases}$$

$$A_t^{(l)} = \varphi_A(G, x_{kj}), t = \overline{1, T};$$

$$x_{kj} \in \{0,1\}, \quad h = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

$B_t^{(l)}$ - прогнозируемый спрос на продукцию l -го вида в t -м году;

$A_t^{(l)}$ - производственная мощность по l -му виду продукции в t -м году;

M_h - количество вариантов выполнения операций на этапе h , $h = \overline{1, H}$;

h - номер этапа выполнения операций;

H - количество этапов в проекте;

w_{hj} - стоимость выполнения операций j -го варианта сетевой модели на h -м этапе (может складываться из стоимостей нескольких операций);

x_{hj} - булева переменная, равная единице, если осуществляется j -й вариант выполнения операций на h -м этапе, и равная нулю в противном случае;

G - сетевая модель операций проекта, включающая альтернативные варианты их выполнения, $G = \{A, Z, \tau, W\}$;

A - множество узлов сети,

$$A = \{a_{hij}\}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad h = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

где a_{hij} - i -я операция, осуществляемая на h -м этапе в j -м варианте (альтернативе) сетевой модели;

n_j - количество операций в j -м варианте сетевой модели;

Z - множество направленных дуг,

$$Z = \{z_{hij,pmf}\}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad m = \overline{1, n_f}, \quad h, p = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad f = \overline{1, M_p},$$

где $z_{hij,pmf}$ – дуга, которая выходит из узла i на этапе h альтернативного варианта j и входит в узел m на этапе p альтернативного варианта f ; $i \neq m$ при $p = h$; $p \geq h$;

τ – множество сроков выполнения операций в узлах,

$$\tau = \{ \tau_{hij} \}, i = \overline{1, n_j}, h = \overline{1, H}, j = \overline{1, M_h},$$

где τ_{hij} – срок выполнения i -й операции на h -м этапе для j -го варианта выполнения операций;

W – множество стоимостей выполнения операций сети,

$$W = \{ w_{hij} \}, i = \overline{1, n_j}, h = \overline{1, H}, j = \overline{1, M_h},$$

где w_{hij} – стоимость выполнения i -й операции на h -м этапе для j -го варианта выполнения операций;

E_{hj} – остаточная стоимость выбывающих основных фондов при осуществлении на h -м этапе j -го варианта выполнения работ по проекту;

U_t – текущие затраты, связанные с производством продукции;

$$U_t = \varphi_c(G, x_{hj}), t = \overline{1, T};$$

S_h – остаток денежных средств после выполнения работ на h -м этапе;

K_h – объем денежных средств, выделяемых на h -м этапе.

Предложенная модель является однокритериальной, динамической, с булевыми переменными, с алгоритмической целевой функцией и аналитическими ограничениями.

Для решения данной задачи предложен метод оптимизации, относящийся к методам неявного перебора. Для сокращения объема вычислений в главном цикле этого метода и, соответственно, сокращения времени решения целесообразно провести предварительную подготовку информации. Подготовка информации для метода оптимизации содержания проекта с точки зрения прибыли заключается в вычислении нижней границы для затрат, связанных с осуществлением работ на каждом h – м этапе, $h = \overline{1, H}$. Для этого вначале определим затраты, связанные с реализацией на h – м этапе каждого j – го варианта выполнения работ

$$Z_{hj} = w_{hj} - E_{hjt} + \sum_{t=1}^T U_{hjt},$$

$$h = \overline{1, H}, \forall j = \overline{1, M_h},$$

где U_{kjt} – текущие затраты в t -м году, связанные с осуществлением на h – м этапе j – го варианта выполнения работ.

Затем на каждом h -м этапе находим вариант, связанный с минимальными затратами, и определяем эти затраты

$$Z_{h \min} = \min \{z_{kj}\}_{j=1}^{M_k}$$

Величины $Z_{h \min}$ будут использованы в методе оптимизации содержания проекта по критерию прибыль.

Метод оптимизации содержания проекта по критерию прибыль состоит из ряда шагов.

1. $\Theta_h := 0, \Theta_h$ - множество вариантов j , выбранных на всех H этапах проекта;

$$h:=1; f:=0; f^*:=+\infty.$$

2. Начинаем рассмотрение с 1-го варианта, т.е. $i_h := 1$.

3. Проверяем, выполняется ли ограничение (2)

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^{M_k} w_{hj} x_{hj} \quad S_h \geq 0.$$

Если ограничение не выполняется, переходим к шагу 8.

4. Определяем прибыль, которая может быть получена в результате выполнения операций на всех этапах от 1-го до h - го включительно

$$P'_h = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^L C_t^{(i)} D_t^{(i)} - \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} w_{kj} x_{kj} + \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} E_{kj} x_{kj} - \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{t=1}^T U_{kjt} x_{kj},$$

где U_{kjt} – текущие затраты в t -м году, связанные с осуществлением на h – м этапе j – го варианта выполнения работ. Осуществляем присвоение $f := -P'_h$.

5. Оцениваем нижнюю границу для затрат, которые могут быть понесены в результате выполнения всех оставшихся этапов, т.е. начиная от $h+1$ -го до H -го включительно.

$$Z_h = Z_{h+1, \min} + Z_{h+2, \min} + \dots + Z_{H, \min}$$

Значения $Z_{h+1, \min}, Z_{h+2, \min}, \dots, Z_{H, \min}$ были определены на этапе подготовки информации.

Величина $\pi = F'_k - Z'_k$ является оценкой верхней границы для прибыли, которая может быть получена в результате выполнения операций на этапах от 1-го до H -го включительно. Если $-\pi \geq f^*$, то использование j -го варианта не приведет к решению лучшему, чем рекордное, переходим к шагу 8.

6. Если $h < H$, рассматриваем следующий этап проекта, $h := h + 1$ и возвращаемся к шагу 2.

7. Задаем новое значение рекорда $f^* = f$ и запоминаем множество $\Theta_H := \{j_k\}_{k=1}^H$.

8. Если $j_k < M_k$, анализируем следующий вариант, т.е. $j_k := j_k + 1$ и возвращаемся к шагу 3.

9. Если $h > 1$ возвращаемся на предыдущий этап, т.е. $h := h - 1$. Извлекаем из памяти значение j_k и возвращаемся к шагу 8. Если $h=1$ и $\Theta_H = \emptyset$, задача не имеет решения, иначе получено оптимальное решение. Значение целевой функции $P' = f^*$, $F_1 = P'$.

Результаты. В результате проведенной работы были предложены математическая модель и метод оптимизации содержания проекта по критерию прибыль. Разработанная модель и метод необходимы для решения более масштабной задачи оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, сроки, стоимость, качество и риски проекта с помощью метода, основанного на применении обобщенного критерия и неявного перебора.

Модель в сочетании с разработанным методом предназначена для решения задач оптимизации содержания проекта для условий, когда любая работа последующего этапа в проекте не может быть начата до завершения работ предыдущего этапа. При этом альтернативные варианты выполнения работ могут относиться как к одному этапу их выполнения, так и к нескольким этапам.

Предложенная математическая модель и метод оптимизации на следующих этапах работы будет применена для оптимизации проекта развития инструментального производства ГП ХМЗ «ФЭД».

Список использованных источников: 1. Набока Е.В., Колесник М.Э. Разработка компонент программного решения в рамках управления проектом на примере доставки печатной продукции по регионам Украины // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». Сборник научных работ. –

Харьков: НТУ «ХПИ». – 2010. – №49, С. 162-167. 2. Колесник, М.Э. Методика минимизации риска в процессе оптимизации содержания проекта [Текст] / М.Э. Колесник // Вестн. Нац. тех. Ун-та «ХПИ»: сб.науч. раб. – №40. – Х., 2011. – С. 35-39. 3. Колесник, М.Э. Модель и применение метода оптимизации содержания проекта по критерию стоимость [Текст] / М.Э. Колесник // Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. –Харьков: НТУ «ХПИ», 2012. – Вып. 81.– С.126–130. 4. Колесник, М.Э. Модель и применение метода оптимизации содержания проекта по критерию стоимость [Текст] / М.Э. Колесник // Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. –Харьков: НТУ «ХПИ», 2012. – Вып. 82. – С.99–103. 5. Колесник, М.Э. Метод анализа видов и последствий потенциальных дефектов как инструмент управления качеством производства изделий [Текст] / Е.В. Набока, М.Э. Колесник // Современные технологии в машиностроении: сб.науч. раб. – Вып. 8. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – С. 236-241.

Bibliography (transliterated): 1. *Naboka E.V., Kolesnik M.E.* Development of the software component solutions in the management of the project as an example of delivery of printed materials in regions of Ukraine // Bulletin of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute". Collection of scientific papers. - Kharkiv: NTU "KPI". - 2010. - №49, S. 162-167. 2. *Kolesnik M.E.* Technique to minimize the risk in the process of optimizing the content of the project [Text] / M.E. Kolesnik // Vestn. Nat. those. Univ "KPI": sb.nauch. slave. - №40. - H., 2011 - S. 35-39. 3. *Kolesnik M.E.* Model and the application of the method to optimize the content of the project by the criterion value [Text] / M.E. Kolesnik // Cutting and tools in technological systems: Internat. scientific-technical. Sb. -Harkov: NTU "KPI", 2012 - Vol. 81.- S.126-130. 4. *Kolesnik M.E.* Model and the application of the method to optimize the content of the project by the criterion value [Text] / M.E. Kolesnik // Cutting and tools in technological systems: Internat. scientific-technical. Sb. -Harkov: NTU "KPI", 2012 - Vol. 82 - S.99-103. 5. *Kolesnik M.E.* The method of analysis types and consequences of potential defects as a tool for quality management products [Text] / E.V. Nabokov, M.E. Kolesnik // Modern technology in mechanical engineering: sb.nauch. slave. - Issue. 8 - Kharkiv: NTU "KPI", 2013 - S. 236-241.