



СУХОЙ АКУСТИЧЕСКИЙ КОНТАКТ В СИСТЕМЕ «ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ–ИЗДЕЛИЕ» В НИЗКОЧАСТОТНОЙ ДЕФЕКТΟΣКОПИИ КАК КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ (Часть 1. Сущность задачи о контакте упругих тел)

А. И. БОНДАРЕНКО

Обоснована целесообразность анализа свойств сухого акустического контакта в системе «преобразователь–изделие» в низкочастотной дефектоскопии с позиций контактной задачи теории упругости. В общем виде рассмотрена сущность задачи о контакте двух упругих тел с идеально гладкими сферическими поверхностями.

Rationality of analysis of the properties of dry acoustic contact in "transducer-item" system in low-frequency flaw detection is substantiated in terms of contact problem of the theory of elasticity. The essence of the problem of contact of two elastic bodies with ideally smooth spherical surfaces is considered in the general form.

Сухой акустический контакт в системе «преобразователь–изделие» в низкочастотной дефектоскопии представляет собой соединение рабочей поверхности электроакустического преобразователя с объектом контроля, обеспечивающее передачу акустической энергии между ними без дополнительных смачивающих материалов [1]. Основным условием, обеспечивающим качество соединения преобразователя с объектом контроля, является наличие усилия прижима рабочей поверхности преобразователя к поверхности объекта контроля путем приложения постоянной статической силы. Постоянная сила может быть как сосредоточенной, передающей давление на элемент конструкции через контактную площадку, размеры которой очень малы по сравнению с размерами всего элемента, так и распределенной, приложенной непрерывно на протяжении некоторой длины или площади конструкции [2]. Известно [3], что если постоянная сила прикладывается к какому-либо упругому или твердому телу через некоторое другое упругое или твердое тело, то подобная задача в большинстве случаев является контактной задачей теории упругости.

Теория контактных задач находит широкое применение в машиностроении. Известно, что передача усилий в машинах сопровождается контактированием деталей, которые в большинстве случаев рассматриваются как упругие тела. Методы, развиваемые в теории контактных задач, позволяют найти ответ на важный вопрос о местах концентрации напряжений при контактировании деталей. На основе теории контактных задач в машиностроении разрабатываются вопросы контактной податливости под действием статической силы, когда необходимо принимать во внимание деформацию неровностей, находящихся на поверх-

ности твердого тела [4]. Однако вопросы теории контактных задач решены в основном только для тел правильной формы, характеризующихся идеальными свойствами. Сложность задачи связана с многообразием формы неровностей, различной высотой выступов, неодинаковыми условиями их взаимодействия при контакте, физико-механическими свойствами материалов, упругопластическим характером деформаций и т. д.

Впервые положения контактной задачи теории упругости были использованы в неразрушающем контроле в связи с развитием методов низкочастотной дефектоскопии на основе сухого точечного контакта наконечника преобразователя со сферической контактной поверхностью при его прижатии к поверхности многослойной конструкции постоянной сосредоточенной силой F_0 и связаны с исследованием явления контактной гибкости зоны контакта [5, 6]. Под контактной гибкостью понимается гибкость зоны соприкосновения преобразователя с объектом контроля при сухом точечном акустическом контакте [1]. При этом в низкочастотной дефектоскопии при сухом точечном контакте особое значение приобретает динамическая контактная гибкость [5, 6], обусловленная действием переменной составляющей силы при передаче акустической энергии как при возбуждении колебаний в объекте контроля, так и при приеме отраженных колебаний от различного рода несплошностей объекта контроля. Сухой контакт в настоящее время получил также распространение в связи с развитием метода дальнего действия ультразвукового контроля протяженных объектов низкочастотными направленными волнами. Анализ методов и видов сухого контакта в низкочастотной дефектоскопии в системе «преобразователь–изделие» при контроле многослой-



ных конструкций и протяженных трубопроводных систем приведен в работе [7].

Следует отметить, что нам неизвестно применение результатов контактной задачи для анализа свойств сухого контакта в системе «преобразователь–изделие» при контроле технического состояния протяженных трубопроводных систем. Поэтому ниже рассмотрена постановка контактной задачи теории упругости в зоне контакта двух упругих тел со сферическими поверхностями и изложено ее решение в общем виде, которое потребуется нам для последующего анализа свойств сухого акустического контакта в системе «преобразователь–изделие» в низкочастотной дефектоскопии.

Общая постановка контактной задачи теории упругости в зоне контакта двух тел. Базой для изучения явлений в зоне контакта тел является теория деформации двух упругих тел, которая впервые была решена Г. Герцем. Разработанная им теория контактных деформаций рассматривает два случая контакта двух тел с идеальными поверхностями: первый, когда первоначальный контакт определяется в точке, и второй, когда вначале контакт осуществляется по линии. Задача решается в предположении, что контактирующие тела являются однородными и изотропными, в зоне контакта имеют место только упругие деформации, силы давления нормальны к поверхности касания и размеры площадки контакта малы по сравнению с размерами контактирующих тел. Суть контактной задачи, сформулированной Г. Герцем, состоит в том, что если оба тела прижаты друг к другу нормальной сосредоточенной силой F_0 , то вследствие возникающих в них упругих деформаций они будут соприкасаться по некоторой части своих поверхностей около некоторой точки контакта. Общую часть поверхности обоих тел принято называть поверхностью давления, а ее контур — контуром давления.

Согласно теоретическим исследованиям Герца общая постановка и решение контактной задачи теории упругости заключается в следующем: задаются уравнения поверхностей двух соприкасающихся тел в зависимости от их формы, физические постоянные тел (коэффициенты упругости) и сила, сжимающая тела.

Требуется определить: форму и величину поверхности давления; сближение тел под действием сжимающей силы; перемещения и напряжения материала в различных точках зоны контакта обоих тел.

Герц установил, что форма поверхности давления (площадки контакта) в общем случае является эллипсом, переходящим в предельных случаях в круг или полосу, ограниченную параллельными прямыми. Первый предельный случай имеет место для двух тел, ограниченных сферическими

поверхностями, для сферы и плоскости или двух одинаковых цилиндров со взаимно перпендикулярными осями. Второй случай осуществляется при контактировании двух цилиндров, оси которых параллельны. Поэтому при анализе различных вариантов контакта двух упругих тел решение контактной задачи теории упругости сводится к определению размеров площадки контакта (радиуса круга, полуосей эллипса, ширины и длины прямоугольной полосы), величины сближения двух тел, распределения давления по поверхности площадки давления.

Герц показал, что напряжения на площадке соприкосновения параллельны вертикальной оси (оси z) и распределяются по следующему закону, представляющему собой уравнение эллипса:

$$q(x, y) = q_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (1)$$

где a — большая полуось эллипса, направленная по оси x ; b — малая полуось эллипса, направленная по оси y ; q_0 — напряжение в центре площадки соприкосновения двух тел.

Для точек на контуре поверхности соприкосновения, где $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $q(x, y) = 0$, а в центре контура, где $x = y = 0$, $q(x, y) = q_0$.

Теоретические работы Герца, являясь лишь первым шагом в изучении контакта упругих тел, получили дальнейшее развитие в последующих работах и особенно были подвергнуты всестороннему экспериментальному исследованию А.Н. Динником, результаты которого изложены в работе [8]. В этой работе А. Н. Динником глубоко и оригинально изложена контактная задача, исследован вопрос о напряженном состоянии при контактном сжатии в точках, находящихся в районе местного сжатия. Он вычислил компоненты напряжения, проанализировал главные напряжения и впервые установил, что наибольшие касательные напряжения достигают максимума на некоторой глубине под поверхностью. В своих исследованиях контактной задачи А. Н. Динник перешел к решению принципиально отличной задачи от соприкосновения двух тел в точке. Он решил задачу касания упругих тел, ограниченных поверхностями сферической, цилиндрической и плоскостью, когда эти поверхности имеют конечные размеры и при условии, что поверхность их соприкосновения мала по сравнению с размерами тел.

На основании теоретических выводов решения контактной задачи, полученных Герцем, в дальнейшем была решена задача о местных деформациях для случая касания двух упругих тел вращения [9], выведено интегральное уравнение для решения контактной задачи Герца в общем виде [10], которое было использовано для определения



местных деформаций при сжатии упругих круговых цилиндров, радиусы которых почти равны [11]. В дальнейшем результаты решения контактной задачи как основной задачи теории упругости были обобщены в ряде монографий [2, 12–17], что позволило их применить в различных инженерных приложениях для исследования контакта различных деталей машин в машиностроении. Так, контактная задача широко используется в машиностроении при анализе процессов контактирования твердых тел при статических и динамических нагрузках [18].

Изложение решения контактной задачи в общем виде. Выше было показано, что решение контактной задачи при известных параметрах контактирующих тел сводится к определению размеров площадки контакта, величины сближения двух тел и распределения давления по поверхности тел.

Изложим кратко подход к решению контактной задачи для случая соприкосновения двух упругих тел с идеально гладкими сферическими поверхностями. Для этого воспользуемся изображением задачи о контакте двух упругих тел в виде их разреза через обе поверхности вблизи точки соприкосновения 0 (рис. 1), не являющейся особой точкой их поверхности [15]. В этой точке обе поверхности имеют общую касательную плоскость x, y . Проанализируем механизм сближения двух упругих тел со сферическими поверхностями.

Будем полагать, что радиусы кривизны R_1 и R_2 обоих тел (I и II), входящих в соприкосновение, велики по сравнению с размерами площадки контакта, что позволяет рассматривать каждое из этих тел как упругое полупространство. Поместим начало координат в точке 0 первоначального касания двух тел. Положительное направление оси z принято считать различным для обоих тел (для каждого из них отсчет координаты проводится по направлению вглубь тела), обозначая ее соответственно как z_1 и z_2 . Уравнения поверхностей, ограничивающих каждое из тел, имеют вид [2]:

$$z_1 = f_1(x, y); \quad z_2 = f_2(x, y). \quad (2)$$

Выделим вблизи точки 0 на поверхности тела I точку A_1 , а на теле II точку A_2 с общими координатами x, y . Пока между точками A_1 и A_2 не действует давление, мы имеем касание тел в одной точке 0. При этом расстояние между ними до деформации равно $z_1 + z_2$. При сжатии под действием сосредоточенной силы F_0 точки A_1 и A_2 сначала сближаются до совпадения, а далее на этом месте начинается вдавливание одного тела в другое. Так как тела сжимаются вдоль нормали в точке 0 сосредоточенной силой F_0 , то в точке контакта возникают местные деформации, приводящие к контакту по некоторой малой поверхности. Приведенное пространственное представление задачи о контакте двух тел со сферическими поверхностями (рис. 2) показывает, что их площадка контакта представляет собой круг диаметром $2a$.

Обозначим через ω_1 перемещение, вызванное местной деформацией точки A_1 в направлении z_1 поверхности верхней сферы, а через ω_2 — такое же перемещение в направлении z_2 для точки A_2 нижней сферы. Считается [15], что в процессе местного сжатия плоскость касания в точке 0 остается неподвижной, а любые две точки тел, расположенные на осях z_1 и z_2 на достаточно большом расстоянии от точки 0, сближаются друг с другом на некоторую величину α под действием силы F_0 . Тогда, согласно работам [8, 16], для каждой пары соответствующих соприкасающихся точек во всех точках области соприкосновения тел (внутри поверхности давления) имеет место равенство:

$$z_1 + z_2 + \omega_1 + \omega_2 = \alpha. \quad (3)$$

В точках же вне этой области, где обе поверхности не соприкасаются, имеет место неравенство:

$$z_1 + z_2 + \omega_1 + \omega_2 > \alpha. \quad (4)$$

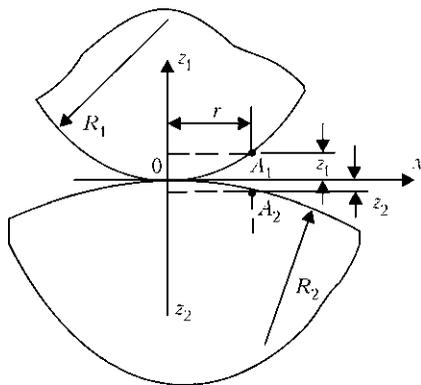


Рис. 1. Пространственное представление задачи о контакте двух упругих тел со сферическими поверхностями в виде разреза

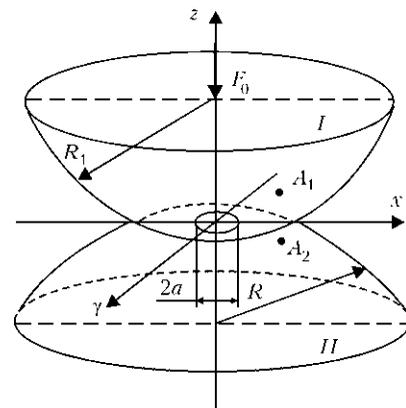


Рис. 2. Пространственное представление задачи о контакте двух упругих тел со сферическими поверхностями



Расстояние между точками A_1 и A_2 при сжатии тел будет постепенно уменьшаться на величину $\alpha - (\omega_1 + \omega_2)$. Если вследствие местного сжатия точки A_1 и A_2 , войдут в область контакта, то выражение (3) будет иметь вид:

$$\alpha - (\omega_1 + \omega_2) = z_1 + z_2. \quad (5)$$

В соответствии с выражением (2) расстояния z_1 и z_2 от плоскости, касательной в точке O_1 до точек A_1 и A_2 , являются уравнениями поверхностей, ограничивающих каждое из тел. Тогда, согласно работе [15], эти расстояния до точек A_1 и A_2 , расположенных на меридиальном сечении каждой сферы и находящихся на малом расстоянии r (по сравнению с R_1 и R_2) от осей z_1 и z_2 , можно с достаточной точностью представить формулами:

$$f_1(x,y) = z_1 = \frac{r^2}{2R_1}; \quad f_2(x,y) = z_2 = \frac{r^2}{2R_2}. \quad (6)$$

Взаимное расстояние между точками A_1 и A_2 будет:

$$z_1 + z_2 = r^2 \left(\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2} \right) = \frac{r^2(R_1 + R_2)}{2R_1R_2}. \quad (7)$$

Преобразуя выражение (5) относительно суммы перемещений точек A_1 и A_2 при сжатии двух тел и подставляя в него значения z_1 и z_2 из выражения (6), для любой точки поверхности контакта двух тел со сферическими поверхностями зависимость суммы перемещений ω_1 и ω_2 будет иметь вид:

$$\omega_1 + \omega_2 = \alpha - \beta r^2, \quad (8)$$

где β — постоянная, зависящая от радиусов R_1 и R_2 соприкасаемых тел.

В нашем случае из выражения (7):

$$\beta = \frac{R_1 + R_2}{2R_1R_2}.$$

На основании рассмотренного механизма сближения двух упругих тел с идеально гладкими сферическими поверхностями путем определения перемещений ω_1 и ω_2 для точек A_1 и A_2 с учетом симметрии распределения давления между соприкасающимися телами и принимая, что соответствующие деформации тел также симметричны относительно центра O поверхности контакта, в работах [8, 12, 15, 16] приведены выражения для определения радиуса a круговой поверхности контакта и величины α сближения тел.

Для дальнейшего анализа контактной задачи теории упругости в приложении к свойствам сухого контакта в системе «преобразователь–изделие» в низкочастотной дефектоскопии воспользу-

емся результатами теории, полученными в предположении чисто упругих деформаций контактирующих тел с идеально гладкими сферическими поверхностями и приведенными в работе [15].

Радиус окружности, ограничивающей площадку контакта сжимаемых силой F_0 упругих тел с идеально гладкими поверхностями, определяется по выражению:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\pi F_0(k_1 + k_2)R_1R_2}{4(R_1 + R_2)}}. \quad (9)$$

Приняв в выражении (9)

$$D = \frac{3\pi}{4}(k_1 + k_2), \quad (10)$$

где $k_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{\pi E_1}$; $k_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{\pi E_2}$, получим выражение

(10) в виде:

$$D = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right). \quad (11)$$

Здесь μ_1, μ_2 — коэффициенты Пуассона; E_1, E_2 — модули Юнга первого и второго тел соответственно.

Тогда выражение (9) для определения радиуса a круговой поверхности контакта запишем в виде:

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{F_0 D R_1 R_2}{R_1 + R_2}}. \quad (12)$$

Величина сближения α двух упругих тел, лежащих на линии действия сосредоточенной силы, равна [15]:

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9\pi^2 F_0^2 (k_1 + k_2)^2 (R_2 + R_2)}{16 R_2 R_2}}, \quad (13)$$

а с учетом выражения (11) получим:

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{F_0^2 D^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2}}. \quad (14)$$

Из выражений (12) и (14) видно, что радиус α круговой поверхности контакта двух тел со сферической поверхностью пропорционален сжимающей сосредоточенной силе F_0 в степени 1/3, а величина сближения α силе F_0 в степени 2/3.

Исходя из формулы (1) и учитывая, что для круга $a = b$, нормальное напряжение внутри круга можно определить по выражению [8]:

$$q(x,y) = \frac{3F_0}{2\pi a^2} \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2}}, \quad (15)$$

где $3F_0/2\pi a^2 = q_0$.



Если бы сжимающая сила F_0 распределялась равномерно по площади соприкосновения тел в виде круга, то доля силу F_0 на площадь круга соприкосновения πa^2 , мы всюду имели бы среднее значение напряжения $F_0/\pi a^2$. Полученный в работе [8] результат для q_0 показывает, что давление в центре круга в 1,5 раза превышает среднюю величину.

Изложенные выше результаты решения контактной задачи теории упругости с идеально гладкими сферическими поверхностями позволяют использовать их для анализа свойств сухого акустического контакта в системе «преобразователь–изделие» при соприкосновении поверхности преобразователя с поверхностью изделия при контроле многослойных конструкций и протяженных трубопроводных систем низкочастотными ультразвуковыми направленными волнами.

1. ГОСТ 23829–85. Контроль неразрушающий акустический. Термины и определения. — М.: Изд-во стандартов, 1986. — 15 с.
2. Беляев Н. М. Соппротивление материалов. — М.-Л.: Гостехиздат, 1945. — 752 с.
3. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. — М.: Наука, 1980. — 304 с.
4. Рыжов Э. В. Контактная жесткость деталей машин. — М.: Машиностроение, 1966. — 196 с.
5. Ланге Ю. В., Теумин И. И. О динамической гибкости сухого точечного контакта // Дефектоскопия. — 1976. — № 2. — С. 49–60.

6. Ланге Ю. В. Акустические низкочастотные методы и средства неразрушающего контроля многослойных конструкций. — М.: Машиностроение, 1991. — 272 с.
7. Бондаренко А. И. Методы низкочастотной акустической дефектоскопии с сухим контактом в системе «преобразователь–изделие» // Техн. диагностика и неразруш. контроль. — 2010. — № 1. — С. 38–44.
8. Динник А. Н. Удар и сжатие упругих тел (1909 г.). Избранные труды. Т. 1. — Киев: Изд-во АН УССР, 1952. — 152 с.
9. Штаерман И. Я. К теории Герца местных деформаций при сжатии упругих тел // Доклады АН СССР. — 1939. — № 5. — С. 360–362.
10. Штаерман И. Я. Обобщение теории Герца местных деформаций при сжатии упругих тел // Там же. — 1940. — № 3. — С. 179–181.
11. Штаерман И. Я. Местные деформации при сжатии упругих круговых цилиндров, радиусы которых почти равны // Там же. — 1940. — № 3. — С. 182–184.
12. Лейбензон Л. С. Краткий курс теории упругости. — М.-Л.: ОГИЗ, 1943. — 304 с.
13. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости. — М.-Л.: Гостехиздат, 1949. — 272 с.
14. Беляев Н. М. Труды по теории упругости и пластичности. — М.: Гостехиздат, 1957. — 632 с.
15. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1975. — 576 с.
16. Ландау Л. Б., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Наука, 1968. — 204 с.
17. Развитие контактных задач в СССР. — М.: Наука, 1976. — 492 с.
18. Рыжов Э. В., Колесников Ю. В., Сулов А. Г. Контактное взаимодействие твердых тел при статических и динамических нагрузках. — Киев: Наук. думка, 1982. — 172 с.

Ин-т электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины,
Киев

Поступила в редакцию
18.02.2010



www.ndt-russia.ru

'11

22-24 МАРТА
МОСКВА
СК ОЛИМПИЙСКИЙ

10-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ ВЫСТАВКА И КОНФЕРЕНЦИЯ

НЕРАЗРУШАЮЩИЙ КОНТРОЛЬ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА В ПРОМЫШЛЕННОСТИ

ВСЕ ПОД КОНТРОЛЕМ! 10 ЛЕТ

Организаторы:





При содействии:



Тел: +7 (812) 380 6002/00, Факс: +7 (812) 380 6001, ndt@primexpo.ru, www.ndt-russia.ru