

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ У СИНХРОННИХ МАШИНАХ ІЗ ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ НА ОСНОВІ КОЛО-ПОЛЬОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Ю.М. Васьковський\*, докт.техн.наук, Ю.А. Гайденко\*\*, канд.техн.наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,  
пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна.

e-mail: [yun157@gmail.com](mailto:yun157@gmail.com), [vgaidenko@gmail.com](mailto:vgaidenko@gmail.com)

*Методами математичного моделювання досліджено електромагнітні процеси в синхронних машинах із постійними магнітами. Розроблено коло-польову математичну модель, в якій строго враховано обертання ротора і на прикладі частотно-керованого тягового синхронного двигуна з постійними магнітами отримано часові залежності його струмів та електромагнітного моменту при різних варіантах живлення. Доведено, що припущення щодо синусоїдності струмів в обмотках двигуна, яке зазвичай приймається в польових математичних моделях, призводить до суттєвих розрахункових похибок. Показано, що коло-польові моделі, в яких вхідними даними є задані функції напруги живлення, відображають реально існуюче спотворення струму обмотки статора, що виникає навіть при синусоїдній нарузі живлення. Зроблено висновок, що коло-польові моделі забезпечують більш адекватні результати моделювання і є універсальними, оскільки дозволяють змоделювати електро-магнітні процеси в електричних машинах при живленні від будь-якого несинусоїдного джерела, що важливо для тягових двигунів змінного струму, які живляться від перетворювача частоти. Бібл. 7, рис. 10, табл. 1.*

**Ключові слова:** синхронний двигун, постійний магніт, коло-польова математична модель.

**Вступ.** Останнім часом внаслідок створення нових марок постійних магнітів (ПМ) з покращеними магнітними характеристиками на базі сплавів рідкоземельних металів, стрімкого розвитку набули електричні машини (ЕМ) з магнітоелектричним збудженням [1,6,7]. Такі ЕМ мають ряд важливих переваг перед ЕМ з електромагнітним збудженням, зокрема мають більший ККД внаслідок відсутності електричних втрат на збудження, кращі масогабаритні та конструктивні показники (відсутність рухомих електричних контактів), можуть бути спроектовані на роботу в номінальному режимі з  $\cos(\varphi) = 1$ , що зменшує потужність системи живлення тощо. Суттєво розширилася сфера практичного застосування ЕМ із ПМ. Сьогодні вони застосовуються в транспортних засобах (електромобілях), електрогенераторах відновлюваних джерел енергії (вітрогенераторах), системах силового устаткування, системах автоматики, комфорту, побутовій техніці, професійному електрообладнанні (високоточне обладнання, інструмент), авіації, космосі та ін.

Важливу роль у створенні високоефективних ЕМ із ПМ відіграє математичне моделювання. Хоча принципи побудови ЕМ із ПМ досліджені і добре відомі, але розробка машини з оптимальними техніко-економічними показниками, яка повинна задовольняти вимогам конкретного технічного завдання, представляє складну задачу, оскільки залежить від правильного вибору конструктивного виконання та параметрів машини, у тому числі параметрів ПМ (їхня доцільна форма та необхідний об'єм, спосіб розташування з урахуванням наявного вектора намагнічування і т.п.). Цей вибір ґрунтується на достовірних електромагнітних розрахунках. Головною проблемою розрахунку ЕМ із ПМ є необхідність адекватного урахування магнітних потоків взаємоіндукції і розсіювання ПМ як джерел магнітного поля. Магніторушійна сила ПМ розподілена за об'ємом ПМ, а навколо ПМ відповідно до конструкції ЕМ розташовані різні феромагнітні та немагнітні електропровідні та неелектропровідні деталі та повітряні проміжки. Очевидно, що правильний розрахунок магнітних потоків ПМ можна провести на основі польових математичних моделей, де ПМ розглядається як намагнічене середовище з заданими значеннями залишкової індукції, магнітної проникності та напрямком вектора намагнічування.

© Васьковський Ю.М., Гайденко Ю.А., 2018

ORCID ID: \* <http://orcid.org/0000-0003-1262-0939>, \*\* <http://orcid.org/0000-0001-5862-2812>

Польові математичні моделі ЕМ з ПМ зазвичай використовують для аналізу стаціонарних та квазістаціонарних режимів роботи ЕМ за умови, що густини струмів в обмотках, які також є одним з джерел електромагнітного поля, заздалегідь визначені і задаються як вхідні дані. Такі моделі були розроблені й успішно використовувалися для досліджень характеристик, наприклад, тягових синхронних двигунів із ПМ (СДПМ) у попередніх роботах авторів [2,3]. Проте достовірне задання струмів в обмотках ЕМ не завжди можливе. Проблема полягає в тому, що струм в обмотках є результатом впливу різних факторів, а саме: величини та закону зміни напруги живлення обмотки, параметрів і схеми з'єднання котушок обмотки, геометрії активної зони ЕМ, фізичних властивостей матеріалів, режиму роботи, рівня і характеру навантаження тощо. Особливо невизначеною є проблема задання струмів обмоток у вхідних даних при розгляді перехідних процесів ЕМ, а також при протіканні в обмотках сталих, але несинусоїдних струмів, коли характер струмів заздалегідь не відомий.

Більш адекватні результати моделювання можна отримати на основі коло-польових математичних моделей (КПММ), які у своєму складі містять сукупність взаємопов'язаних рівнянь нестационарного електромагнітного поля, рівнянь електричних кіл обмоток, сформульованих за законами Кірхгофа, рівняння руху ротора (при суттєвій зміні швидкості ротора), а також математичних виразів, які встановлюють взаємні зв'язки між окремими невідомими (шуканими) функціями. Як буде показано далі, використання КПММ дає змогу отримати не тільки більш точні чисельні результати, але й більш адекватно змоделювати електромагнітні процеси в ЕМ із ПМ. Слід підкреслити, що хоча чисельна реалізація КПММ потребує значних обчислювальних ресурсів, існуючий рівень розвитку комп'ютерної техніки та програмного забезпечення дозволяє перейти до широкого використання КПММ при дослідженні ЕМ різного типу.

Метою статті, яка є розвитком попередніх робіт авторів [2,3], є розробка КПММ частотно-керованого тягового СДПМ, дослідження особливостей протікання в ньому електромагнітних процесів та порівняльний аналіз результатів моделювання, отриманих за польовою та коло-польовою математичними моделями.

**Математична модель.** Розглядається розроблена коло-польова математична модель СДПМ з рухомим ротором, яка дозволяє проаналізувати у часі особливості електромагнітних процесів, що виникають при обертанні ротора – пульсації магнітної індукції в повітряному проміжку внаслідок переміщення полюсів ротора відносно зубців статора, відповідні пульсації електромагнітного моменту, наявність вищих гармонік у спектрах ЕРС і струму та ін. Аналізуються сталі, але несинусоїдні процеси при заданій і незмінній швидкостях обертання ротора. Тому рівняння КПММ формулюються для функцій часу, і загальна система рівнянь КПММ для трифазного СДПМ, кожна фаза якого складається з  $a$  паралельних гілок, записується наступним чином:

$$\frac{d\Psi_{jk}}{dt} + L_{lk} \frac{di_{jk}}{dt} + r_k \cdot i_{jk} - u_{jk} = 0, \quad j = A, B, C \quad k = \overline{1, a}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r) \right) + \gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \gamma \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) = \vec{J}_{cm\,jk}, \quad (2)$$

$$\Psi_{jk} = \frac{2n_k a l_1}{S_{\Pi}} \int_{S_q} A_z \cdot ds, \quad (3)$$

$$M_{EM} = \frac{2 \cdot p \cdot R_2 \cdot l_2}{\mu_0} \cdot \int_0^{\tau} B_n \cdot B_{\tau} \cdot dl, \quad (4)$$

$$E_{jk} = \frac{2 \cdot n_k \cdot a \cdot l_1}{S_{\Pi}} \int_{S_i} E_n ds, \quad (5)$$

де в рівняннях (1), (2) позначено:  $i_{jk}, u_{jk}, \Psi_{jk}$  – струми, зовнішні напруги та магнітні потокозчеплення паралельних гілок фаз обмотки статора;  $r_k$  – активний опір паралельної гілки;  $L_{lk}$  – індуктивність лобових частин паралельної гілки обмотки статора;  $\vec{A}$  – векторний магнітний потенціал;  $\vec{B}_r$  – вектор залишкової магнітної індукції ПМ;  $\mu, \gamma$  – магнітна проникність і електропровідність матеріалу (задаються для кожної з підобластей розрахункової області згідно з їхніми характеристиками – ПМ, повітряний проміжок, феромагнітна сталь тощо);  $\vec{v}$  – вектор швидкості руху ділянок ротора відносно

системи координат статора;  $\vec{J}_{cm\,jk}$  – густина струму, яка визначається через струми в обмотці статора. Для заощадження обчислювальних ресурсів комп'ютера електромагнітне поле СДПМ аналізується у двовимірному наближенні в поперечному перерізі активної зони, що потребує використання у системі рівнянь (1) додаткової складової  $L_{lk}(di_{jk}/dt)$  для урахування ЕРС фаз обмоток від магнітних потоків розсіювання їх лобових частин. Для моделювання ПМ у підобласті, яку він займає, необхідно задати вектор залишкової магнітної індукції  $\vec{B}_r$  і магнітну проникність ПМ  $\mu_r$ . Вектор  $\vec{B}_r$  повинен відображати обраний напрям намагнічування ПМ. Вектор швидкості визначається через задану кутову швидкість ротора  $\omega_R$  і радіус-вектор поточної точки ротора  $\vec{v} = \omega_R \vec{r}$ .

Модуль густини струму кожної паралельної гілки обмотки статора визначається за значеннями струму паралельної гілки, числом послідовно з'єднаних провідників паралельної гілки в пазу статора  $n_k$  та частиною площі перетину паза статора  $S_{\Pi}$ , яка приходить на одну паралельну гілку:  $J_{cm\,jk} = i_{jk} n_k a / S_{\Pi}$ . Це співвідношення формує один із зв'язків між рівняннями електричних кіл обмотки статора і рівнянням поля.

Інший зв'язок між рівняннями (1) і (2) відображається формулою (3), яка визначає магнітне потокозчеплення паралельної гілки через векторний магнітний потенціал. Формула (3) використовується для двовимірного поля, в якому векторний потенціал має лише одну осьову складову  $A_z$ . Інтегрування векторного потенціалу проводиться за сумарною площею поперечного перетину сторін усіх витків паралельної гілки  $S_q$ , що мають струми одного напрямку,  $l_l$  – осьова довжина статора.

Електромагнітний момент розраховується за формулою (4), де позначено:  $B_n$ ,  $B_\tau$  – нормальна (направлена уздовж вектора нормалі до поверхні ротора) і тангенціальна (направлена уздовж вектора дотичної до поверхні ротора) складові вектора магнітної індукції на поверхні ротора;  $R_2$ ,  $l_2$  – радіус і довжина ротора;  $p$  – кількість пар полюсів;  $\tau$  – полюсна поділлка ротора.

ЕРС фази визначається формулою (5), де інтегрування проводиться за сумарною площею поперечного перерізу провідників фази. Інтегрується нормальна складова вектора напруженості електричного поля  $E_n$  – складова вектора напруженості, яка направлена перпендикулярно до площі перерізу провідників обмотки. Напруженість електричного поля за умови, що скалярний електричний потенціал  $\phi = 0$ , обчислюється як  $E = -dA/dt$ .

Невідомими (шуканими) функціями в системі рівнянь (1) – (5) є струми в обмотках та векторний магнітний потенціал у межах розрахункової області. Відомими (заданими) є функції у часі напруг живлення обмоток, електричні параметри кіл обмоток, геометричні і фізичні дані розрахункової області та ін. Наприклад, при живленні трифазної обмотки симетричною синусоїдальною напругою задаються наступні функції часу:

$$U_{Ak} = U_m \cos \omega_1 t, \quad U_{Bk} = U_m \cos(\omega_1 t + 2\pi/3), \quad U_{Ck} = U_m \cos(\omega_1 t + 4\pi/3). \quad (6)$$

При обертанні ротора відбувається зміна конфігурації розрахункової області за рахунок зміни взаємного положення статора і елементів конструкції ротора, тобто координат усіх точок ротора. При обертанні ротора проти годинникової стрілки з постійною швидкістю приріст координат точок ротора в декартових координатах  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  за один крок за часом  $\Delta t$  визначається за такими виразами:

$$\begin{cases} \Delta x = \cos[\omega_R \cdot (t + \Delta t)] \cdot X - \sin[\omega_R \cdot (t + \Delta t)] \cdot Y - X; \\ \Delta y = \sin[\omega_R \cdot (t + \Delta t)] \cdot X + \cos[\omega_R \cdot (t + \Delta t)] \cdot Y - Y, \end{cases} \quad (7)$$

де  $X$ ,  $Y$  – поточні координати точок ротора.

**Результати моделювання.** Розроблену математичну модель проаналізуємо на прикладі частотно-керованого тягового СДПМ, що має такі номінальні дані [2]: швидкість обертання ротора  $n_{2N}=3000$  об/хв, частота живлення обмотки статора  $f_{1N}=200$  Гц, потужність  $P_{2N}=35$  кВт, фазна напруга живлення обмотки статора  $U_{1N}=93,5$  В (діюче значення, яке задається, виходячи з наявних параметрів джерела живлення і вимог техніки безпеки), число пар полюсів  $p=4$ , зовнішній діаметр осердя статора – 210 мм, повітряний проміжок між статором і ротором по середині полюсів складає  $\delta=1$  мм, а по краях полюсів  $\delta=2$  мм, маса двигуна не більше 40 кг, допустимий діапазон частоти обе-

ртання ротора – (0 ... 12000) об/хв. Половина поперечного перерізу активної зони СДПМ представлена на рис. 1.

На статорі 1 у пази шихтованого магнітопроводу вкладається розподілена трифазна обмотка змінного струму. Кожна фаза складається з чотирьох паралельних гілок. Конструкція ротора 2 – "колекторного" типу, в якій магнітний потік полюсів формується радіально встановленими постійними магнітами 4 марки NdFeB з тангенціальним (направленим уздовж дотичної до поверхні ротора) напрямком вектора намагнічування.

На роторі розташована демпферна обмотка (ДОР) 6 типу "біляча клітка", призначена для гасіння коливань ротора в умовах різкої зміни навантаження та швидкого керування частоти обертання ротора. Цифрами 3 та 5 на рис. 1 позначені відповідно немагнітна втулка і вал ротора.

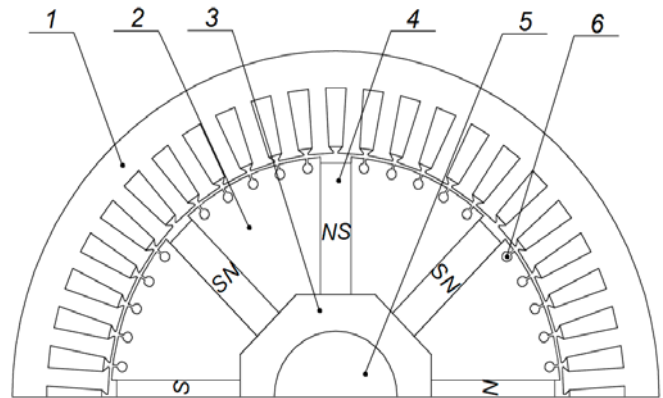


Рис. 1

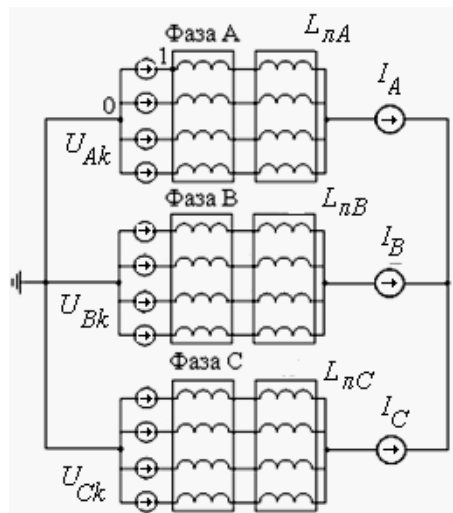


Рис. 2

Принципова схема електричних кіл обмотки статора СДПМ із урахуванням чотирьох паралельних гілок та зовнішнього джерела напруги живлення показана на рис. 2. На схемі позначено:  $U_{Ak}, U_{Bk}, U_{Ck}$ , ( $k = 1 \dots 4$ ) – напруги, прикладені до паралельних гілок фаз обмотки статора СДПМ;  $L_{лj}$  – індуктивний опір лобових частин фаз обмотки статора двигуна;  $I_A, I_B, I_C$  – амперметри, призначені для відображення повних струмів у фазах.

Дана схема разом із рівняннями електромагнітного поля чисельно реалізується в середовищі COMSOL Multiphysics 5.1 за допомогою модуля «Electrical circuit (cir)» [5]. Варто звернути увагу на спосіб створення даної схеми. Кожний елемент схеми задається вузловим способом. Наприклад, джерело живлення першої паралельної гілки фази А знаходиться між вузлами 0 і 1.

Відмова від припущення щодо синусоїдності струмів у фазах обмотки статора СДПМ, як буде показано далі, суттєво впливає на результати моделювання. На рис. 3 представлені часові залежності струмів у фазах статора, розраховані згідно з розробленою КПММ при заданих симетричних та синусоїдних напругах живлення фаз з амплітудою 132,2 В і частотою 200 Гц. З рис. 3 видно, що форма струмів фаз відрізняється від синусоїдної – у струмах з'являються вищі часові гармоніки, наприклад, п'ята гармоніка складає приблизно 5,3% від першої, а сьома – близько 1%. Цей результат свідчить, що у двигуні в сталому режимі роботи існують несинхронні обертові магнітні поля, які не тільки взаємодіють із ПМ, але й одночасно індукують у демпферній обмотці ротора паразитні струми вищих гармонік. Зрозуміло, що польова модель, в якій струми статора є чисто синусоїдними, не виявляє таких ефектів функціонування двигуна.

На рис.4 показано часові залежності ЕРС у фазі обмотки статора, розраховані за допомогою польової моделі (позначено цифрою 1) і КПММ (позначено цифрою 2). ЕРС, розрахована за польовою моделлю, має суттєві коливання, а ЕРС, розрахована за КПММ, має форму і амплітуду, які наближені до заданої напруги живлення.

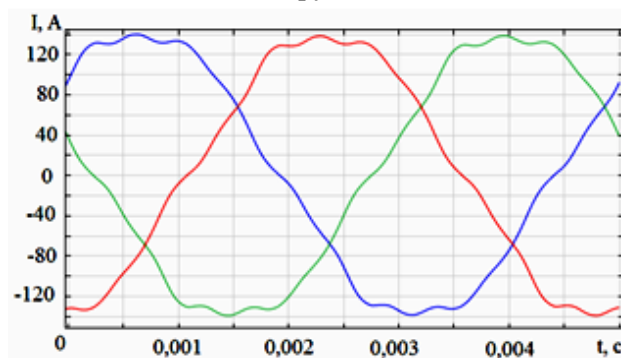


Рис. 3

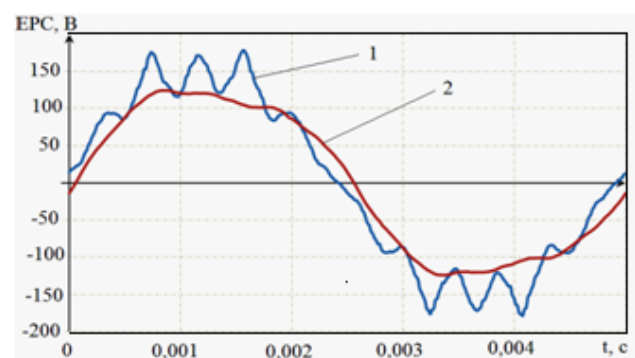


Рис. 4

Вид моделі	Гармоніки фазних ЕРС, В				
	$V=1$	$V=3$	$V=5$	$V=7$	$V=9$
Польова	139	8,47	0,95	1,3	0,989
КПММ	130	15,7	0,274	0,104	2,69
Різниця, %	- 6,47	+ 46	- 71	- 92	+ 63,2

У таблиці представлені амплітуди окремих гармонік фазних ЕРС ( $v=1,3,5,7,9$ ). З таблиці видно, що КПММ дає більші значення гармонік  $v=3$  і  $v=9$ , що є наслідком пласкої форми кривої ЕРС, а вищі гармоніки  $v=5$  і  $v=7$  є суттєво меншими.

На рис. 5 зображено часові залежності електромагнітного моменту, розрахованого за двома зазначеними

моделями. Суцільною лінією позначена крива моменту, розрахована за польовою моделлю, пунктирною – за КПММ. Наведені дані свідчать, що часові залежності електромагнітного моменту СДПМ мають суттєві пульсації, проте вони відрізняються за величиною. КПММ дає більшу величину пульсаційних гармонік, серед яких найбільшими є парні гармоніки 6 і 12. Розраховані за польовою моделлю їхні амплітуди дорівнюють 2,54 і 5,73 Нм, а розраховані за КПММ – відповідно 4,15 і 7,44 Нм. Різниця амплітуд цих гармонік, розрахованих за двома моделями, складає (23 ... 38) %.

Можна дати наступне пояснення отриманим результатам. У польовій математичній моделі синусоїдні струми статора створюють у повітряному проміжку СДПМ відповідну синусоїдну намагнічуючу силу. Але магнітний потік якоря, створений цією намагнічуючою силою, спотворюється через нерівномірне насичення магнітопроводу та особливості геометрії ротора і зубцево-пазової зони статора. Цей спотворений магнітний потік індукуює в провідниках обмотки статора спотворену ЕРС (рис. 4).

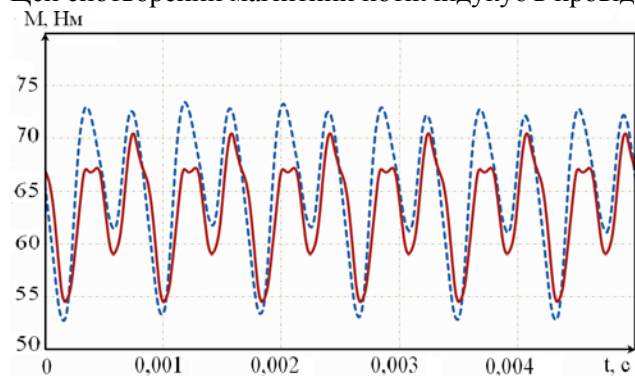


Рис. 5

У коло-польовій моделі струми в обмотці статора не задаються, а визначаються з рівнянь електричних кіл, куди входять і фазні ЕРС. Тому пульсації ЕРС призводять до пульсацій струмів (з'являються вищі часові гармоніки) (рис. 3). У свою чергу, вищі гармоніки струмів створюють відповідні гармоніки магнітного потоку, які за правилом Ленца компенсують аналогічні гармоніки магнітного потоку, що обумовлені насиченням магнітопроводу і геометрією активної зони СДПМ. Крім того, КПММ враховує реальну схему з'єднання фаз обмотки статора – зірку, що унеможливує протікання третіх гармонік струмів. Таким чином, у польовій моделі струми є синусоїдними, а ЕРС спотворена, а в КПММ спотвореними є струми, а ЕРС наближена до синусоїдної. Тому КПММ більш адекватно відображають електромагнітні явища, що відбуваються в СДПМ і які не можуть бути виявлені за допомогою “чисто польових” математичних моделей.

За допомогою КПММ зручно визначити коефіцієнт потужності режиму роботи СДПМ. На рис. 6 зображені часові залежності заданої напруги і розрахованого струму. Орієнтовне значення коефіцієнта потужності СДПМ, який працює в номінальному режимі у випадку використання магніту марки N28U, визначається фазовим зсувом напруги і струму і дорівнює у даному випадку  $\cos(\varphi) = 0,977$ . Слід відзначити, що наведений спосіб визначення  $\cos(\varphi)$  є приблизним, оскільки такий спосіб

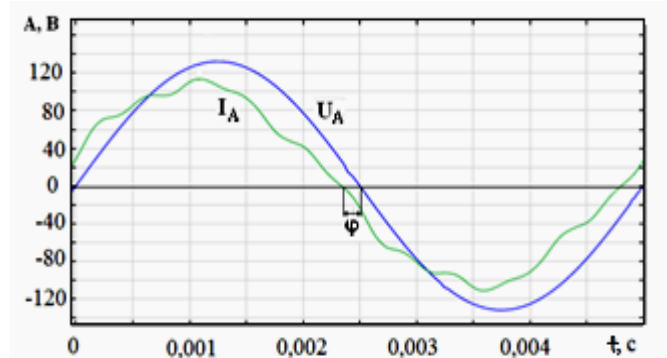


Рис. 6

є теоретично строго обґрунтованим тільки у разі, коли і напруга, і струм є чисто синусоїдними функціями часу.

Додатковим явищем, яке враховується у КПММ, є протікання струмів у короткозамкненій ДОР, індукованих несинхронними магнітними полями від вищих часових гармонік струму статора. Для уможливлення протікання струмів у ДОР в КПММ у підобластях розрахункової зони, де розташовані поперечні перерізи стержнів ДОР, задається електропровід-

ність матеріалу стержнів (алюміній або мідь). Якщо наявність ДОР не враховується, то електропровідність цих підобластей дорівнює нулю.

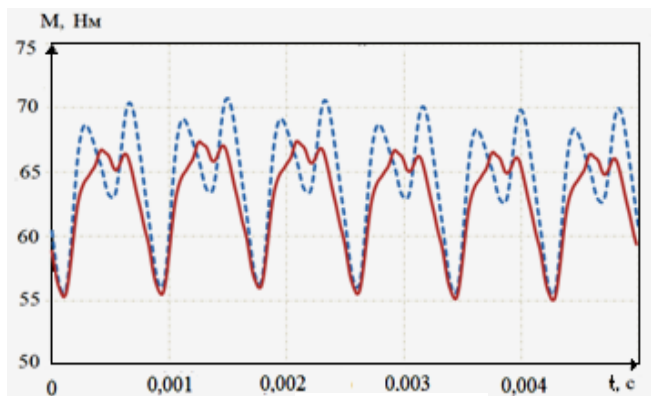


Рис. 7

На рис. 7 показані часові залежності електромагнітного моменту СДПМ, розрахованого без ДОР (позначено пунктирною лінією) і за наявності ДОР (суцільна лінія). Видно, що за інших рівних умов індуковані струми ДОР позитивно впливають на електромагнітний момент СДПМ, зменшуючи амплітуду пульсацій моменту. При цьому форми кривих і амплітуди ЕРС і струму статора практично не змінюються.

КПММ дає змогу визначити характеристики машини при її живленні від будь-якої заданої, у тому числі несинусоїдної напруги, що особливо важливо для тягових двигунів змінного струму, які живляться від частотного перетворювача.

В частотних перетворювачах використовуються різні закони регулювання напруги живлення. На рис. 8 як приклад представлена задана фазна напруга живлення обмотки статора СДПМ, близька до прямокутної. Амплітуда напруги дорівнює 93,5 В, що відповідає вимогам технічного завдання на СДПМ. На рис. 9 зображені відповідні криві фазних струмів двигуна. У порівнянні з рис. 3 видно додаткове суттєве спотворення струмів статора, викликане несинусоїдним живленням.

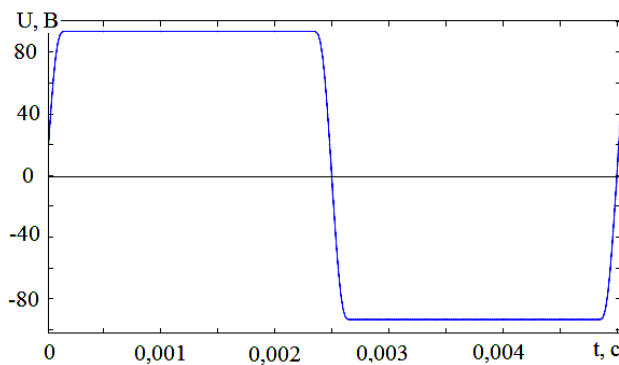


Рис. 8

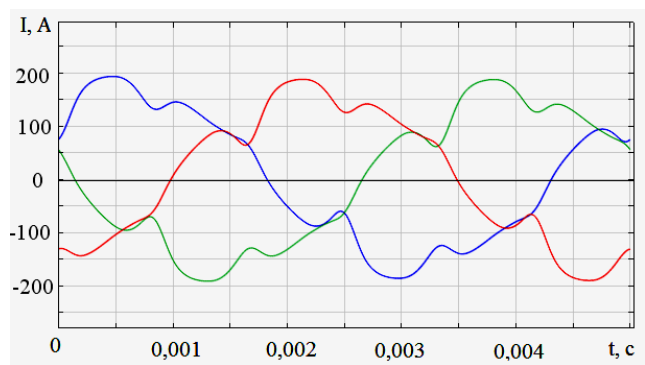


Рис. 9

Наприклад, п'ята гармоніка струму статора збільшується до 13,9%, а сьома – до 9,1% від амплітуди першої гармоніки струму, що погіршує характеристики СДПМ.

На рис. 10 зображені часові залежності електромагнітного моменту, розрахованого при синусоїдній напрузі живлення (позначено суцільною лінією) і при несинусоїдному живленні (пунктирна лінія). Хоча для двох зазначених варіантів напруги живлення форми кривих електромагнітного моменту є близькими, але очевидним є суттєве збільшення пульсацій моменту при несинусоїдній напрузі живлення (рис. 8): амплітуда паразитної шостої гармоніки моменту зростає на 49,3%, а 12-ї – на 36,4%. Такі результати засвідчують актуальність використання спеціальних конструктивних рішень у СДПМ для боротьби з пульсаціями моменту, які були запропоновані в роботах [2–4], а саме: профілювання форми полюсів ротора, виконання скошу пазів статора та ін.

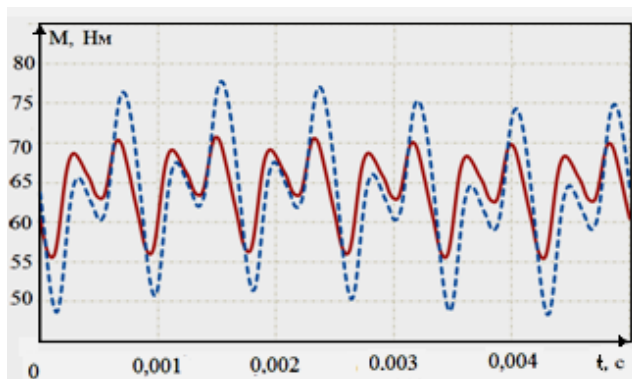


Рис. 10

## Висновки.

1. Розроблено коло-польову математичну модель СДПМ, і за результатами моделювання показано, що відмова в КПММ від припущення щодо синусоїдності струмів у фазах обмотки статора СДПМ, яке зазвичай приймається в “чисто польових” математичних моделях, призводить до суттєвої зміни не тільки кількісних, але й якісних результатів моделювання. Якщо в польових моделях внаслідок синусоїдності заданих струмів відбувається спотворення ЕРС у фазах, то в КПММ, навпаки, – спотворюються струми, а ЕРС у фазах залишаються близькими до синусоїдних. Спотворення струму спричиняє збільшення пульсацій електромагнітного моменту.

2. Шляхом математичного моделювання встановлено, що внаслідок спотворення струмів обмотки статора СДПМ і появи несинхронних магнітних полів вищих гармонік у повітряному проміжку двигуна, в короткозамкненій демпферній обмотці ротора постійно протікають індуковані струми, причому вплив цих струмів має стабілізуючий характер і зменшує пульсації електромагнітного моменту, що є важливим для роботи СДПМ.

3. Розроблена КПММ є більш універсальною і дає змогу дослідити електромагнітні процеси в СДПМ при будь-якій заданій (несинусоїдній) напрузі живлення. На прикладі частотно-регульованого тягового СДПМ показано, що при живленні обмотки статора від перетворювача частоти з фазною напругою живлення, близькою до прямокутної, спотворення струму і пульсації моменту значно збільшуються. Коло-польове математичне моделювання електромагнітних процесів в електричних машинах з урахуванням обертання ротора дозволяє не тільки підвищити рівень адекватності результатів моделювання, але й виявити нові ефекти функціонування машин.

1. Антонов А.Е. Электрические машины магнитоэлектрического типа. Основы теории и синтез. Киев: ИЭД НАНУ, 2011. 216 с.

2. Васьковский Ю.Н., Гайденко Ю.А., Русятинский А.Е. Моделирование режимов работы тягового синхронного двигателя с постоянными магнитами. *Электротехника и электромеханика*. 2013. № 5. С. 19-22.

3. Васьковский Ю.Н., Гайденко Ю.А., Русятинский А.Е. Математическое моделирование и выбор конструктивных параметров тягового синхронного двигателя с постоянными магнитами. *Технічна електродинаміка*. 2013. № 6. С. 40-45.

4. Гребеников В.В., Прыймак М.В. Способы уменьшения пульсаций электромагнитного момента в электрических машинах с постоянными магнитами и зубцово-пазовым статором. *Праці ІЕД НАН України*. 2009. Вип. 27. С. 52–58.

5. Bjorn Sjodin, David Kan. Introduction to COMSOL Multiphysics / 1998–2015 COMSOL. 2014. 168 p.

6. Gieras J.F., Wing M. Permanent Magnet Motor Technology: Magnet synchronous motors. *IEEE Trans. Magn.* 2003. Vol. 39. No 6. Pp. 3523–3526. DOI: <http://doi.org/10.1109/TMAG.2003.819462>

7. Investigation of dual-inverter-fed drives for permanent magnet synchronous motor with winding switching. 2017. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7048578/?reload=true>. (Дата звернення 11.07.2017)

УДК 621.313.323

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИНХРОННЫХ МАШИНАХ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ НА ОСНОВЕ ЦЕПИ-ПОЛЕВЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Ю.Н. Васьковский, докт.техн.наук, Ю.А. Гайденко, канд.техн.наук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»,

пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина.

E-mail: [yun157@gmail.com](mailto:yun157@gmail.com), [ygaidenko@gmail.com](mailto:ygaidenko@gmail.com)

*Методами математического моделирования исследованы электромагнитные процессы в синхронных машинах с постоянными магнитами. Разработана цепи-полевая математическая модель, в которой строго учтено вращения ротора и на примере частотно-управляемого тягового синхронного двигателя с постоянными магнитами получены временные зависимости его токов и электромагнитного момента при различных вариантах питания. Доказано, что предположение о синусоидальности токов в обмотках двигателя, которое обычно принимается в полевых математических моделях, приводит к существенным расчетным погрешностям. Показано, что цепи-полевые модели, в которых входными данными являются заданные функции напряжения питания, отражают реально существующее искажение тока обмотки статора, возникающее даже при си-*

нусаидальном напряжении питания. Сделан вывод о том, что цепи-полевые модели обеспечивают более адекватные результаты моделирования и являются универсальными, поскольку позволяют смоделировать электромагнитные процессы в электрических машинах при питании от любого несинусоидального источника, что важно для тяговых двигателей переменного тока, которые питаются от преобразователя частоты.

Библ. 7, рис. 10, табл. 1.

**Ключевые слова:** синхронный двигатель, постоянный магнит, цепи-полевая математическая модель.

## RESEARCH OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTORS BASED ON A "ELECTRIC CIRCUIT - MAGNETIC FIELD" MATHEMATICAL MODEL

Ju.M. Vaskovskyi, Ju.A. Haydenko

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",  
pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine.

E-mail: [vun157@gmail.com](mailto:vun157@gmail.com) , [ygaidenko@gmail.com](mailto:ygaidenko@gmail.com)

*In the article methods of mathematical modeling are used to study electromagnetic processes in synchronous machines with permanent magnets. A "electric circuit - magnetic field" mathematical model has been developed, in which the rotor rotation is strictly taken into account, and on the example of a frequency-controlled traction synchronous motor with permanent magnets, the time dependences of its currents and electromagnetic moment for various supply voltage are obtained. It is proved that the assumption of sinusoidal currents in motor windings, which is usually adopted in field mathematical models, leads to significant design errors. It is shown that A "electric circuit - magnetic field" mathematical model, in which the input data is the specified power supply voltage functions, reflect the actual distortion of the stator winding current that occurs even with sinusoidal supply voltage. It is concluded that "electric circuit - magnetic field" mathematical models provide more adequate simulation results and are universal, since they allow simulating electromagnetic processes in electric machines when powered by any non-sinusoidal sources, which is important for AC traction motors that are powered by a converter frequency. References 7, figures 10, table 1.*

**Keywords:** synchronous motor, permanent magnet, "electric circuit - magnetic field" mathematical model.

1. Antonov A.E. Electric machines of magnetolectric type. Fundamentals of the theory and synthesis. Kiev: Institut Elektrodinamiki Natsionalnoi Akademii nauk Ukrainy. 2011. 216 p. (Rus)
2. Vaskovsky Yu.N., Haydenko Yu.A., Rusyatskiy A.E. Modeling the operating modes of the traction synchronous motor with permanent magnets. *Electrical engineering & Electromechanics*. 2013. No 5. P. 19-22. (Rus)
3. Vaskovsky Yu.N., Haydenko Yu.A., Rusyatskiy A.E. Mathematical modeling and selection of the design parameters of a traction synchronous motor with permanent magnets. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2013. No 6. P. 40-45. (Rus)
4. Grebenikov V.V., Priymak M.V. Methods for reducing pulsations of the electromagnetic moment in electric machines with permanent magnets and a tooth-slot stator. Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii nauk Ukrainy. 2009. Vypusk 27. P. 52-58. (Rus)
5. Bjorn Sjodin, David Kan. Introduction to COMSOL Multiphysics / 1998–2015 COMSOL. 2014. 168 p.
6. Gieras J.F., Wing M. Permanent Magnet Motor Technology: Magnet synchronous motors. *IEEE Trans. Magn. Nov.* 2003. Vol. 39. No 6. P. 3523–3526. DOI: <http://doi.org/10.1109/TMAG.2003.819462>
7. Investigation of dual-inverter-fed drives for permanent magnet synchronous motor with winding switching. 2017. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7048578/?reload=true>. (Accessed 11.07.2017).

Надійшла 11.07.2017  
Остаточний варіант 30.11.2017