

УДК 537.32



Черкез Р.Г.

Черкез Р.Г.

Чернівецький національний університет ім. Ю.Федьковича,
вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, 58012, Україна

ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОНИКНИХ ТЕРМОЕЛЕМЕНТІВ

Представлено результати теоретичних досліджень проникних термоелементів. У пакеті прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics створено 3D модель термоелемента з урахуванням температурних залежностей параметрів матеріалів, наявності комутаційних шин, теплопереходів і контактних опорів. Описано метод математичної теорії оптимального керування та комп'ютерного проектування для розв'язання багатофакторних оптимізаційних задач в 1D моделі. Створено комп'ютерні програми для визначення конструкційних і теплофізичних параметрів, що сприяють максимальним значенням термодинамічних характеристик перетворення енергії. Проведено комп'ютерні розрахунки оптимальних параметрів проникних термоелементів для різних матеріалів на основі Bi – Te – Se – Sb. Розрахункові дані вказують на можливість підвищення ефективності термоелектричного перетворення енергії в 1.2 – 1.5 раза у порівнянні з традиційними термоелементами.

Ключові слова: проникний термоелемент, енергетичні характеристики, оптимізація, проектування.

The results of theoretical research on permeable thermoelements are presented. In Comsol Multiphysics application software package a 3D model of thermoelement is created with regard to temperature dependences of material parameters, the availability of connecting buses, heat spreaders and contact resistances. A method of mathematical optimal control theory and computer design for solving multi-factor optimization problems in a 1D model is described. Computer programs are created to determine design and thermophysical parameters affording maximal values to thermodynamic characteristics of energy conversion. Computer calculations of optimal parameters of permeable thermoelements for various materials based on Bi – Te – Se – Sb are performed. Calculated data point to possible improvement of thermoelectric energy conversion efficiency by a factor of 1.2 – 1.5 as compared to conventional thermoelements.

Key words: permeable thermoelement, energy characteristics, optimization, design.

Вступ

Перспективним напрямом підвищення ефективності термоелектричного перетворення енергії є використання фізичних моделей термоелементів, у яких теплообмін з джерелом і стоком тепла здійснюється не тільки через спаї гілок, як у традиційних термоелементів, а й в об'ємі матеріалу гілок [1, 2]. Варіантами реалізації таких моделей є проникні термоелементи, у яких існують канали для прокачування по них рідинного або газоподібного теплоносія [3]. Наявність теплообміну в об'ємі гілки підвищує інтенсивність теплопередачі, призводить до перерозподілу температурних полів, потенціалів і теплових потоків, тим самим впливає і на енергетичні характеристики

термоелемента. Керуючи теплофізичними параметрами (швидкістю прокачування теплоносія, інтенсивністю теплообміну, густиною електричного струму і т. п.) можна реалізувати такі умови роботи, за яких енергетична ефективність перетворення енергії буде покращена.

Перші теоретичні дослідження проникних термоелементів для потоків газів [4 – 6] засвідчили перспективність їх створення, оскільки вони передбачають підвищення холодильного коефіцієнта на 30 – 40% [7] з охолодженням повітря і підвищенням ККД генераторів на 20 – 30% [8] при використанні низькопотенціальної теплової енергії газів. Однак такі дослідження проведено для найпростішої моделі проникного термоелемента в одновимірному наближенні без урахування температурних залежностей параметрів матеріалу, комутаційних теплопереходів і т.д.

Тому в роботі [9] вперше для більш коректного розв'язання таких завдань використано математичну теорію оптимального керування і здійснено дослідження проникних термоелементів у 1-D моделі з напівпровідників з урахуванням їх температурних залежностей для однорідних і функціонально-градієнтних матеріалів (ФГМ). Це дало можливість створити теорію проникних термоелементів з ФГМ і показати можливості підвищення енергетичних характеристик у режимах генерації електричної енергії й охолодження теплоносіїв у 1.2 – 1.5 раза.

Створення 3-D моделі проникного термоелемента ускладнюється необхідністю вирішення спряженого завдання тепло-, електро- і масообміну в системі тверде тіло – теплоносіє. Таке завдання було вирішено в пакеті прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics для проникного площинного термоелемента [10]. Однак проведення оптимізації параметрів для виявлення максимальних значень енергетичних характеристик у таких 3-D випадках затруднено. У пропонованій роботі описано особливості методів розв'язання завдань у 3-D та 1-D випадках, для різних моделей проникних термоелементів.

Фізична модель, математичний опис і результати розв'язання задачі

Для неоднорідного ізотропного проникного термоелектричного середовища (рис. 1), в якому є стаціонарний потік тепла, заряджених частинок і енергії, викликані наявністю градієнтів температури ΔT і електрохімічного потенціалу $\Delta \zeta$ процеси обміну і перетворення енергії описуються фундаментальними законами збереження енергії та електричного заряду.

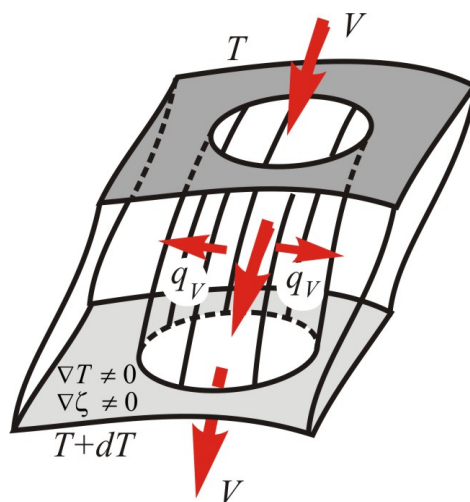


Рис. 1. Проникне термоелектричне середовище.

У стаціонарному випадку розподіл температури T в термоелектричному матеріалі визначається системою диференціальних рівнянь у часткових похідних

$$\left. \begin{aligned} \nabla(\kappa \nabla T) + \frac{\vec{i}^2}{\sigma} - T \frac{\partial \alpha}{\partial T} (\vec{i} \nabla T) - T (\vec{i} \nabla |_{T=const} \alpha) = 0, \\ \nabla(-\sigma \nabla \zeta - \sigma \alpha \nabla T) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де $\vec{q} = -\kappa \nabla T + \alpha T \vec{i}$ - вектор густини потоку тепла; $\vec{i} = -\sigma \nabla \zeta - \sigma \alpha \nabla T$ - вектор густини електричного струму; α - коефіцієнт термоЕРС, σ - коефіцієнт електропровідності; κ - коефіцієнт теплопровідності.

Наявність теплообміну термоелектричного матеріалу з теплоносієм обумовлює необхідність вирішувати (1) пов'язане з рівняннями нерозривності, руху і теплопровідності для теплоносія, які можна записати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div}(\rho_i \vec{V}) = 0, \\ \rho_i \vec{F} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \mu \nabla (\operatorname{div}(\vec{V})) = 0, \\ \rho_i \vec{F} \vec{V} + \operatorname{div}(\Lambda \vec{V}) + \operatorname{div}(\kappa_i \nabla t) + \rho_i q_v = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де ρ_i - густина теплоносія; \vec{V} - швидкість теплоносія; \vec{F} - масова сила; p - тиск; Λ - тензор напруги; κ_i - коефіцієнт теплопровідності теплоносія; q_v - внутрішні джерела тепла; U - внутрішня енергія.

Розв'язання такого завдання доцільно проводити в спеціально розроблених прикладних комп'ютерних програмах типу Femlab, ANSYS, COMSOL Multiphysics.

3-D моделювання генераторного термоелемента з боковим теплообміном було здійснено в роботі [10] на основі програми COMSOL Multiphysics.

Отримані розподіли температур в матеріалі гілки на основі $Bi - Te$ і теплоносії (рис. 2), розподіл швидкості теплоносія (рис. 2б) і розподіл потенціалів дають можливість визначити термодинамічні характеристики перетворення .

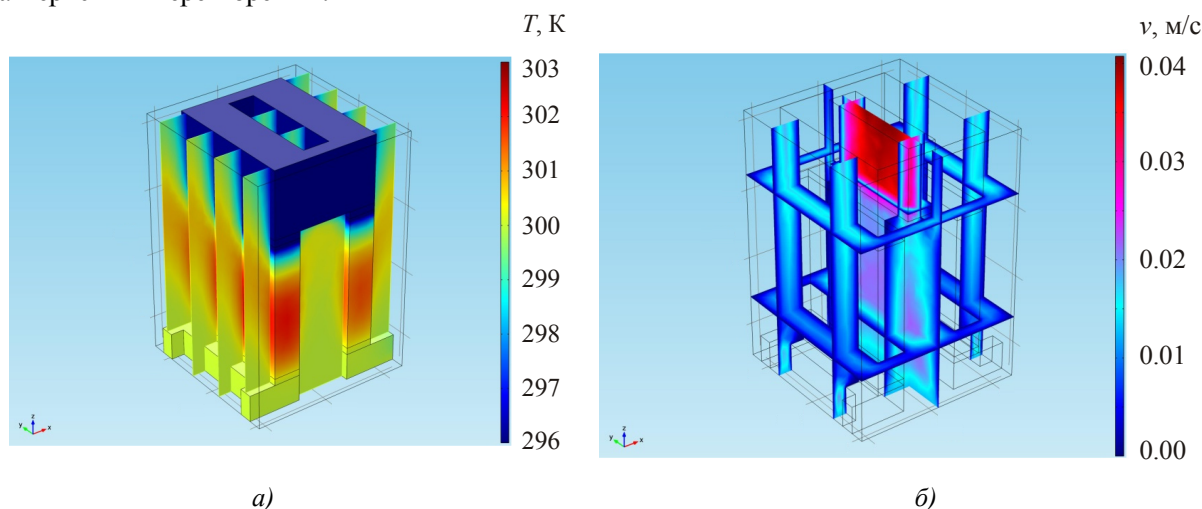


Рис. 2. Розподіл температур у термоелементі і теплоносієві (а), розподіл поля швидкостей в теплоносієві (б).

Результати розрахунків вказують на те, що з використанням бічного теплообміну великі значення ККД досягаються тоді, коли теплообмін відбувається на рівні 0.5 висоти гілки, а інша частина має теплову ізоляцію. Отримано дані також для інших конструкцій термоелемента і температури теплоносія, яка змінюється в діапазоні 700 – 1100 К. Дані свідчать, що використання бокового теплообміну може підвищити ККД на 20 – 30 % і електричної потужності на 40 – 50 %.

Дані розрахунку вказують на необхідність розв'язувати багатопараметричну оптимізаційну

задачу зі знаходження оптимальних умов роботи термоелемента і максимальних значень його енергетичних характеристик. Однак здійснення такої багатопараметричної оптимізації для 3-D моделі дуже важко. Використання 1-D моделі робить можливим провести багатопараметричну оптимізацію енергетичних характеристик термоелементів, виявити такі умови їх роботи, за яких можна досягти максимальних значень ефективності перетворення енергії.

У 1-D випадку визначення енергетичних характеристик проникного термоелемента ґрунтується на рішенні системи диференціальних рівнянь для теплоносія і матеріалу гілок віток n - і p -типів провідності виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= -\frac{\alpha j}{\kappa} T - \frac{q}{\kappa}, \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{\alpha^2 j}{\kappa} T + \frac{\alpha j}{\kappa} q + i^2 \rho - \frac{\alpha_T P_K N_K l^2}{(S - S_K) j} (T - t), \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{\alpha_T P_K N_K l}{V c_p S_K} (T - t) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Тут T , t – температура матеріалу вітки і теплоносія в точці x ; $j = il$ – наведена густина електричного струму; l – висота гілок термоелемента; i – густина електричного струму; $q = \frac{1}{j} \left(\alpha j T - \kappa \frac{dT}{dx} \right)$ – наведений питомий тепловий потік; $x = \frac{x}{l}$ – безрозмірна координата; S_K – площа перерізу всіх каналів; S – переріз вітки разом з каналами; P_K – периметр каналу; N_K – кількість каналів у вітці; V – масова швидкість теплоносія в каналах; α_T – коефіцієнт тепловіддачі в каналі.

Для вирішення оптимізаційної задачі зі знаходження оптимальних умов роботи термоелемента у працях використано принцип максимуму Понтрягіна математичної теорії оптимального керування, який дає необхідні умови оптимальності:

1) оптимальні значення питомої густини струму в гілках термоелемента мають задовільняти рівностям

$$-\left[\frac{\partial J}{\partial j} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[\psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial j} + \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial j} + \psi_3 \frac{\partial f_3}{\partial j} \right]_{n,p} dx = 0, \quad (4)$$

де J – функціонал, який характеризує ефективність процесу перетворення енергії (ККД для генераторів, холодильний коефіцієнт для охолодження і т.д.); $(f_1, f_2, f_3)_{n,p}$ – праві частини рівнянь

(1), $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)_{n,p}$ – вектор-функція імпульсів [12], що визначається з рішення допоміжної системи диференціальних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dx} &= \frac{\alpha j}{\kappa} R_1 \psi_1 - \left(\frac{\alpha j}{\kappa} R_2 - \frac{\alpha_e l}{(S - S_E) j} \right) \psi_2 + \frac{\alpha_T P_K^1 N_K}{G c_p} \psi_3, \\ \frac{d\psi_2}{dx} &= \frac{j}{\kappa} \psi_1 - \frac{\alpha j}{\kappa} \psi_2, \\ \frac{d\psi_3}{dx} &= \frac{\alpha_T P_K^1 N_K l}{(S - S_E) j} \psi_2 - \frac{\alpha_T P_K^1 N_K}{G c_p} \psi_3, \end{aligned} \right\}_{n,p} \quad (5)$$

де

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1 + \frac{d \ln \alpha}{dT} T - \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right), \\ R_2 &= R_1 + \frac{\kappa}{\alpha^2 \sigma} \frac{d \ln \sigma}{dT} + \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right) \end{aligned} \right\}_{n,p};$$

2) оптимальні значення шуканих параметрів $\omega_i = (\omega_1, \dots, \omega_r)$ визначаються із системи інтегрально-диференціальних рівнянь

$$-\left[\frac{\partial J}{\partial \omega_i} \right]_{n,p} + \sum_{n,p,0}^1 \left[\psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial \omega_i} + \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial \omega_i} + \psi_3 \frac{\partial f_3}{\partial \omega_i} \right]_{n,p} dx = 0, i = 1, \dots, r \quad (6)$$

На основі наведених співвідношень з використанням методу послідовних наближень, чисельних методів розв'язання систем диференціальних рівнянь (3) і (5), методу Ньютона для вирішення систем інтегрально-диференціальних рівнянь (6) було розроблено комп'ютерну програму проектування проникного термоелемента [10].

Результати таких розрахунків проникного генераторного термоелемента з матеріалів на основі $Bi - Te - Se - Sb$ в оптимальних умовах роботи наведено на рис. 3.

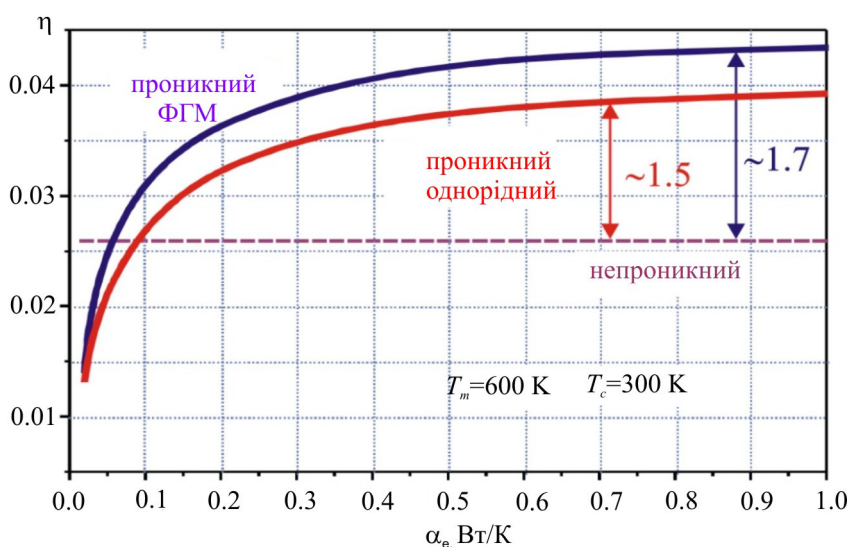


Рис.3. Залежності ККД термоелементів від ефективного коефіцієнта тепловіддачі.

Як видно, ефективність перетворення енергії при використанні проникних термоелементів з однорідних і функціонально-градієнтних матеріалів може бути підвищена в 1.2-1.5 разів у порівнянні з непроникними термоелементами.

Висновки

Описано фізичну модель, метод розрахунку та проектування проникного термоелемента, в якому теплоносій прокачується крізь гілки напівпровідникового матеріалу. Порівняння результатів розрахунків 3-D моделі та одновимірної моделі термоелемента (1-D) показало, що 1-D модель з урахуванням об'ємних термоелектричних ефектів реалістично описує процеси тепло- і електропровідності в термоелектричному середовищі.

Для матеріалів на основі $Bi - Te - Se - Sb$ розраховано вплив конструкційних параметрів (діаметра каналів і їх числа, висоти гілок і кількості сегментів) в оптимальних умовах роботи по ККД

термоелемента на енергетичні характеристики. Виявлено оптимальні значення таких параметрів, які дають можливість встановити необхідні матеріалознавчі вимоги для створення термоелемента.

Порівняння за термодинамічною ефективністю перетворення енергії з традиційними термоелементами показало можливість підвищення ККД у 1.2 – 1.5 раза.

Література

1. Анатичук Л.И. Термоэлектричество, Т.1. Физика термоэлектричества. Черновцы. – 2008. – 388 с.
2. Crane, D. T., LaGrandeur, J. W., Harris, F., Bell, L. E. Performance Results of a High Power Density Thermoelectric Generator: Beyond the Couple //Proceedings of the International Conference on Thermoelectrics, Corvallis, OR, August 2008.
3. А.с СССР № 144883. Способ повышения КПД термоэлектрического генератора (холодильника). Зорин И.В. Заявлено 24.06.1961, Опубликовано 18.10.1968.
4. Котырло Г.К., Щеголев Г.М. Тепловые схемы термоэлектрических устройств. – К.: Наук. думка, 1973. – 215 с.
5. Анатичук Л.И. Проникний термоелемент у режимі генерації електричної енергії / Л.И. Анатичук, Р.Г. Черкез // Журнал Термоелектрика – 2003. – №2. – С.35 – 46.
6. L.I. Anatyshuk, R.G. Cherkez. Energy Potential of Permeable Segmented Thermoelements in Cooling Mode // Journal of Electronic Materials.– Volume 41.– Number 6.– March 2012.– Pages 1115 – 1119.
7. Cherkez R. Theoretical studies on the efficiency of air conditioner based on permeable thermoelectric converter // Applied Thermal Engineering.– Volume 38.– May 2012.– Pages 7 – 13.
8. Анатичук Л.И. Проникний сегментний термоелемент у режимі генерації електричної енергії / Л.И. Анатичук, Р.Г. Черкез // Журнал Термоелектрика. – 2010. – №3. – С.5 – 12.
9. Анатичук Л.И. Проникний площинний термоелемент охолодження / Л.И. Анатичук, Р.Г. Черкез // Журнал Термоелектрика – 2008. – №3. – С.5 – 12.
10. Черкез Р.Г. Енергетичні характеристики термоелемента з розвиненим бічним теплообміном// Журнал Термоелектрика – 2012. – №3. – С.59 – 68.
11. Дослідження енергетичних характеристик проникного площинного термоелемента / Анатичук Л.И., Черкез Р.Г., Дем'янюк Д.Д. [і. інш.] // Журнал Термоелектрика – 2012. – №2. – С 88 –92
12. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1976. – 392 с.

Надійшла до редакції 22.01.2016