

МОДЕЛЮВАННЯ У СПОРТИВНОМУ ТРЕНУВАННІ

УДК 799.322.2:539.3:621.81

ПАРАМЕТРИ МОДЕЛІ СПОРТИВНОГО БЛОЧНОГО ЛУКА З УРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ ТЯТИВИ Й ТРОСІВ

Заневський І.П.

Львівський державний університет фізичної культури

Анотація. Метою роботи було виявлення впливу пружних властивостей тятиви й тросів на параметри сучасного блочного лука. З використанням методів механіко-математичного моделювання було розроблено модель статичної рівноваги блочного лука. Виявлено суттєвий вплив пружності тятиви й тросів на параметри блочного лука. Розроблено метод експериментального визначення геометричних параметрів лука та проведено верифікацію моделі. Показано, що похибки основних параметрів запропонованої моделі знаходяться в межах двох відсотків, що цілком прийнятно для інженерних розрахунків і для потреб спортивної практики.

Ключові слова: механіко-математичне моделювання, спортивна стрільба з лука, блочний лук.

Постановка проблеми. Популярність блочного лука як спортивної зброї стрімко зростає [1], однак наукових публікацій стосовно моделювання його роботи, визначення параметрів блочного лука у відкритому доступі на сьогодні явно недостатньо [6, 9]. Зокрема, не розглянуто вплив пружності тятиви й тросів на параметри пострілу. Оскільки для стандартного лука ФІТА із загнутими плечима пружність тятиви є одним з ключових параметрів, які визначають як статику, так і динаміку лука [7], є підстави очікувати, що пружність тятиви є не менш важливим параметром блочного лука. Ба більше, використання в конструкції блочного лука двох тросів підносить рівень актуальності задачі врахування пружності тятиви й тросів при аналізі механіки блочного лука.

Роботу виконано в рамках завдань НДР по темі 2.2.5 «Моделювання процесів взаємодії тіла людини зі спортивним приладдям» Зведеного плану науково-дослідної роботи у сфері фізичної культури і спорту на 2006-2010 роки (№ державної реєстрації 0106U012607).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Першим проблему пружності тятиви лука в науковому плані розглянув У.К. Марлоу, який дослідив вплив жорсткості тятиви на параметри лука з використанням симетричної моделі англійського довгого лука [4]. Б.У. Коої вдосконалив цю модель й дослідив динаміку системи стріла-тятива-лук, демонструючи суттєвість впливу жорсткості тятиви на параметри пострілу [3]. Нами було розроблено модель ефективності спортивного лука [8] як відношення кінетичної енергії стріли в момент її відриву від тятиви до накопиченої в плечах потенціальної енергії з урахуванням жорсткості матеріалу ниток тятиви (лавсан, капрон, кевлар).

У нечисленних роботах, присвячених проблемам механіки сучасного блочного лука, використовуються моделі з абсолютно жорсткими тятивою й тросами. Дослідження властивостей блочних луків методами механіко-математичного моделювання розпочав Дж. Л. Парк (J.L. Park). Він розробив спрощену модель блочного лука, припускаючи симетричність згинів плечей [2]. Нами, на основі результатів обчислювального експерименту, доведено помилковість припущення про симетричність згинів плечей блочного лука [9]. Визначено, що реальна несиметричність, відносна величина якої складає 5—7 %, на порядок перевищує похибки вимірювань основних параметрів лука. За винятком цих двох робіт нам не вдалося знайти інших публікацій з проблем моделювання механіки спортивних блочних луків. Зокрема, відсутні дослідження, в яких би розглядалася механіко-математична модель блочного лука без апріорного припущення про абсолютну жорсткість тятиви й тросів.

Метою роботи було виявлення впливу пружних властивостей тятиви й тросів на параметри сучасного блочного лука. Завдання дослідження: 1) розробити механіко-математичну модель статичної рівноваги блочного лука; 2) розробити метод аналізу цієї моделі; 3) дати кількісну оцінку впливу жорсткості тятиви й тросів на параметри лука; 4) розробити метод експериментального визначення геометричних параметрів лука; 5) провести верифікацію моделі блочного лука.

Метою роботи було виявлення впливу пружних властивостей тятиви й тросів на параметри сучасного блочного лука. Завдання дослідження: 1) розробити механіко-математичну модель статичної рівноваги блочного лука; 2) розробити метод аналізу цієї моделі; 3) дати кількісну оцінку впливу жорсткості тятиви й тросів на параметри лука; 4) розробити метод експериментального визначення геометричних параметрів лука; 5) провести верифікацію моделі блочного лука.

Методи дослідження: механіко-математичне моделювання [11], модифікований метод Ньютона-Рафсона для системи трансцендентних нелінійних рівнянь [10], методи комп'ютерної математики MathCAD [5], відеокomp'ютерний аналіз, методи аналітичної геометрії [12].

Основні результати. Модель плеча — це коромисло зі спіраллю Архімеда, вісь обертання якого знаходиться між крайніми торцями плеча (рис. 1). Така модель із достатньо високою точністю (похибка в межах одного відсотка [6]) описує реальні переміщення й сили, що супроводжують деформації плеча. В блочних луках плечі однакові й встановлюються симетрично відносно руківки. Таким чином, систему шарнірно-стрижневого механізму з блоками й важелями покладено в основу механіко-математичної моделі блочного лука. Пружні властивості тязиви й тросів доцільно враховувати в рамках лінійної моделі пружної нитки.

Вихідними параметрами для розрахунку нами прийнято такі:

- розміри руківки лука;
- приведена жорсткість плеча;
- віртуальна довжина плеча;
- кут положення випростаного плеча;
- погонна жорсткість тязиви й тросів;
- половина різниці між довжинами нижньої та верхньої гілок підв'язаної тязиви;
- кліренс лука, тобто відстань від точки упору на руківці до підв'язаної тязиви;
- поздовжня координата гнізда тязиви в положенні прицілювання;

- радіус блока;
- радіус колеса;
- відстань точки упору руки в руківку лука від відрізка прямої лінії, що з'єднує осі віртуальних шарнірів моделі плечей;
- жорсткість тязиви;
- довжина накинutoї тязиви, що прилягає до блока;
- довжина кабелю, що прилягає до колеса, в положенні лука з накинutoю тязивою.

В результаті розв'язання задачі статички отримуємо параметри, які визначають геометрію положення й параметри навантаження лука з підв'язаною тязивою, а також параметри розтягнутого лука. Параметри лука з підв'язаною тязивою визначаються системою восьми рівнянь (див. рис. 1):

$$2s_B = h_U + h_L + \frac{2\sqrt{l^2 - [x_{NB} - \rho(\vartheta_B)]^2}}{2}; \quad (1)$$

$$x_{NB} = l \cos \alpha_B + \rho(\vartheta_B); \quad (2)$$

$$c_B = 2s_B; \quad (3)$$

$$F_{SB} \rho(\vartheta_B) = F_{CB} r; \quad (4)$$

$$(F_{SB} + 2F_{CB}) l \cos \alpha_B = k(\alpha_0 - \alpha_B), \quad (5)$$

$$F_{SB} s_0 = e(s_B + s_\rho - s_0); \quad (6)$$

$$F_{SB} \Delta_0 = e(\Delta_B - \Delta_0); \quad (7)$$

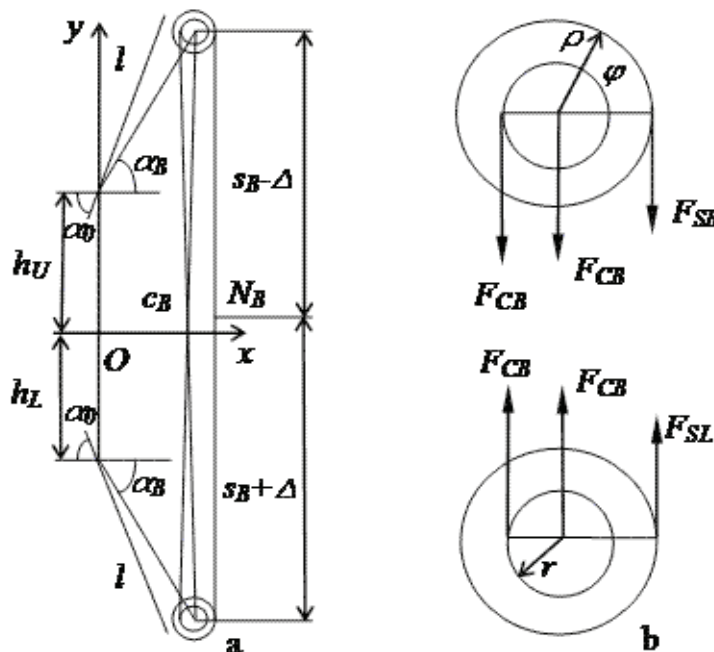


Рис. 1. Лук з підв'язаною тязивою: а — загальна схема лука; б — схеми блоків.

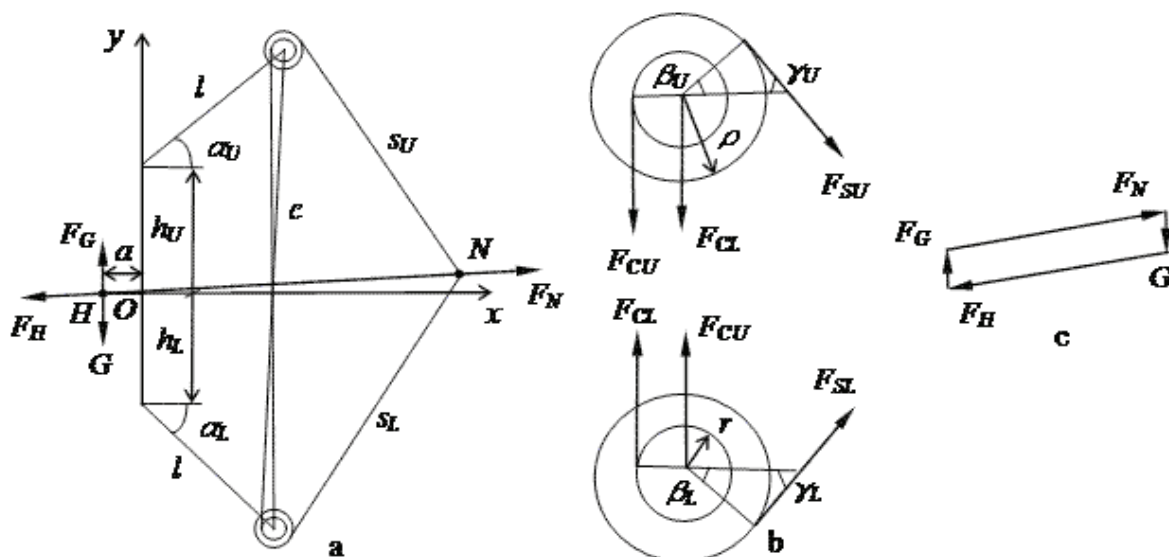


Рис. 2. Лук з розтягнутою тятивою: а — загальна схема лука; б — схеми блоків; с — многокутник прикладених до лука зовнішніх сил

$$F_{CB}c_0 = e(c_B + c_\rho - c_0), \quad (8)$$

$$c_0 = \frac{e(c_B + c_\rho)}{F_{CB} + e};$$

де $\vartheta_B = 0$ — кут положення блока для лука з підв'язаною тятивою.

Порядок визначення параметрів лука в положенні з підв'язаною тятивою є такий. Визначається:

- половина довжини тятиви між блоками

$$s_B = \sqrt{l^2 - [x_{NB} - \rho(\vartheta_B)]^2} + \frac{h_U + h_L}{2};$$

- довжина тросу між колесами $c_B = 2s_B$;

- кут згину плеча лука з підв'язаною тятивою

$$\alpha_B = \arccos \frac{x_{NB} - \rho(\vartheta_B)}{l};$$

- сила натягу підв'язаною тятиви

$$F_{SB} = \frac{k(\alpha_0 - \alpha_B)}{\left[1 + 2 \frac{r}{\rho(\vartheta_B)}\right] l \cos \alpha_B};$$

- сила натягу тросу

$$F_{CB} = F_{SB} \frac{\rho(\vartheta_B)}{r};$$

- довжина не розтягнутої тятиви

$$s_0 = \frac{e(s_B + s_\rho)}{F_{SB} + e};$$

- довжина не розтягнутого тросу

- довжина не розтягнутої частини тятиви, що прилягає до блока

$$\Delta_0 = \frac{e\Delta_B}{F_{SB} + e}.$$

Величини параметрів, які характеризують положення лука з натягнутою тятивою (рис. 2), визначаються із системи таких рівнянь:

$$\vartheta_U = \phi_U + \beta_U; \quad \vartheta_L = \phi_L + \beta_L; \quad (9)$$

$$h_U + l \sin \alpha_U + \rho(\vartheta_U) \sin \beta_U = s_U \sin \gamma_U + y_N; \quad (10)$$

$$h_U + l \sin \alpha_U + \rho(\vartheta_U) \sin \beta_U = s_U \sin \gamma_U + y_N; \quad (11)$$

$$h_L + l \sin \alpha_L + \rho(\vartheta_L) \sin \beta_L = s_L \sin \gamma_L - y_N; \quad (12)$$

$$x_N = l \cos \alpha_U + \rho(\vartheta_U) \cos \beta_U + s_U \cos \gamma_U; \quad (13)$$

$$x_N = l \cos \alpha_L + \rho(\vartheta_L) \cos \beta_L + s_L \cos \gamma_L; \quad (14)$$

$$c = h_U + h_L + l(\sin \alpha_U + \sin \alpha_L); \quad (15)$$

$$\beta_U + \gamma_U = \frac{\pi}{2}; \quad \beta_L + \gamma_L = \frac{\pi}{2}; \quad (16)$$

$$F_{SU} \rho(\vartheta_U) = F_{CU} r;$$

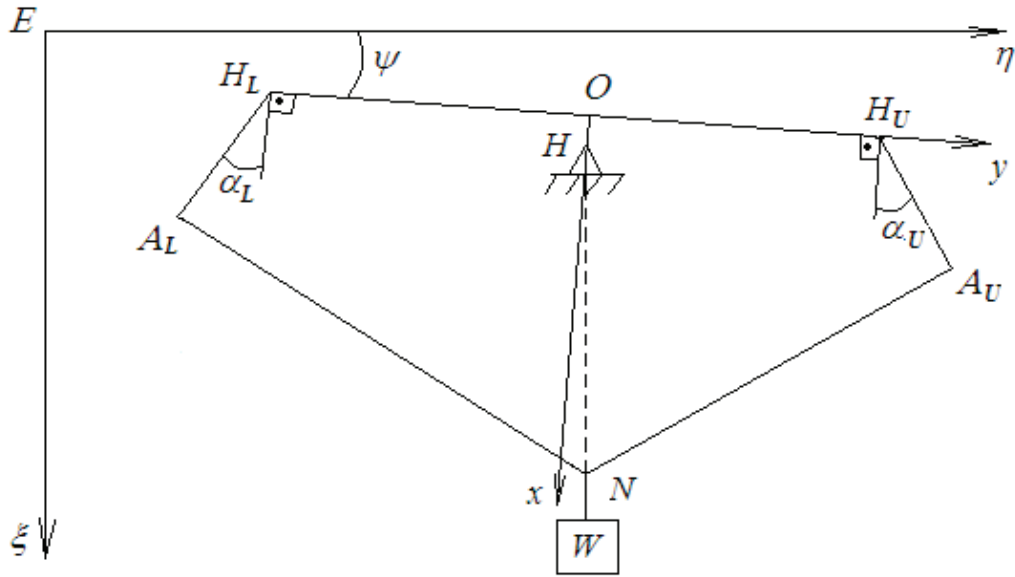


Рис. 3. Схема вимірювання параметрів блочного лука

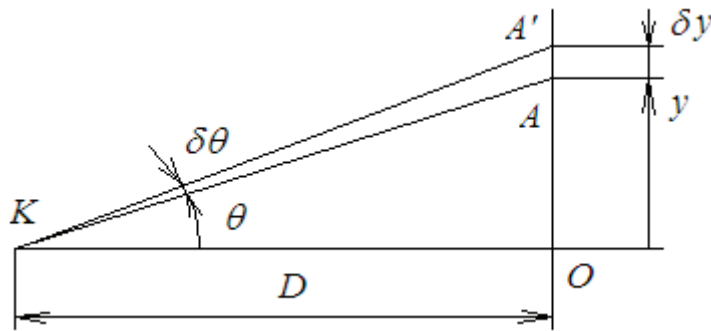


Рис. 4. Схема деформації зображення лука

$$F_{SL}\rho(\vartheta_L) = F_{CL}r; \quad (17)$$

$$F_x = F_{SU} \cos \gamma_U + F_{SL} \cos \gamma_L; \quad (18)$$

$$F_y = F_{SL} \sin \gamma_L - F_{SU} \sin \gamma_U; \quad (19)$$

$$\left[\begin{array}{l} (F_{CU} + F_{CL}) \cos \alpha_U \\ + F_{SU} \sin(\alpha_U + \gamma_U) \end{array} \right] l = k(\alpha_0 - \alpha_U); \quad (20)$$

$$\left[\begin{array}{l} (F_{CU} + F_{CL}) \cos \alpha_L \\ + F_{SL} \sin(\alpha_L + \gamma_L) \end{array} \right] l = k(\alpha_0 - \alpha_L); \quad (21)$$

$$(s_0 - \Delta_0) F_{SU} = e \left[\begin{array}{l} s_U + s_\rho - s_0 + \Delta_0 \\ - \int_0^{\phi_U + \beta_U} \rho d\vartheta \end{array} \right]; \quad (22)$$

$$(s_0 + \Delta_0) F_{SL} = e \left[\begin{array}{l} s_L + s_\rho - s_0 - \Delta_0 \\ - \int_0^{\phi_L + \beta_L} \rho d\vartheta \end{array} \right]; \quad (23)$$

$$c_0 F_{CU} = e(c + c_r + r\vartheta_U - c_0); \quad (24)$$

$$c_0 F_{CL} = e(c + c_r + r\vartheta_L - c_0); \quad (25)$$

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{y_N}{x_N + a}. \quad (26)$$

Сила розтягнутого лука в положенні прицілювання визначається виразом:

$$F_N = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}. \quad (27)$$

Розглянемо, як приклад, блочний лук з двома симетричними блоками [9], параметри яких наведено в таблиці 1. Форма шківів змодельована

функцією повної хвилі косинусоїди, посунутої по ординаті у додатному напрямку:

$$\rho(\theta) = R(f + \cos \theta). \quad (28)$$

де R — характерний розмір блока; f — відносна величина зсуву косинусоїди, якою визначається асиметрія форми блока. Згідно з формою шкива (28), максимальна відстань поверхні блока від його центра дорівнює $\rho_{\max} = R(f + 1)$, а мінімальна — $\rho_{\min} = R(f - 1)$. Основні параметри лука й тятиви є такими: $l = 0,177$ м; $h_U = h_L = 0,338$ м; $R = 0,043$ м; $r = 0,020$ м; $k = 114,0$ Нм; $\alpha_0 = 0,977$ рад; $\alpha_B = 0,421$ рад; $\Delta_B = 0,040$ м; $S_p = 0,270$ м; $C_r = 0,010$ м; $a = -0,016$ м; $x_N = 0,738$ м; $f = 1,3$; $e = 12070$ Н.

Оскільки для системи трансцендентних нелінійних рівнянь (9) — (26) не існує аналітичного розв'язку, застосуємо для її розв'язання модифікований метод Ньютона-Рафсона [10]. Метод реалізовано в програмі Find системи комп'ютерної математики MathCAD [5]. Відповідна комп'ютерна програма наведена у додатку.

Результати обчислювального експерименту для положення повністю натягнутої тятиви зведено в таблиці 1. Порівняння моделі лука, яка враховує пружні властивості тятиви, з відомою моделлю, в якій тятива вважається абсолютно жорсткою ниткою, проведено для положення лука з величиною кліренсу $x_{NB} = 238$ мм й величиною розтягу $x_N = 738$ мм. Чотири параметри лука не залежать від жорсткості тятиви: $s_B = 410$ мм; $c_B = 821$ мм; $F_{SB} = 73,65$ Н; $F_{CB} = 159,58$ Н. Геометричні параметри обох моделей в положенні з підв'язаною тятивою прийнято однаковими.

Переважає більшість параметрів моделі лука з абсолютно жорсткою тятивою за величиною мало відрізняються від параметрів моделі з пружною тятивою: відносна різниця складає трохи більше одного відсотка. Біля половини пар загальної кількості параметрів мають від'ємну різницю. Однак два параметри — кути згину верхнього та нижнього плечей — мають різницю більшу від п'яти відсотків (див. табл. 1).

Верифікація моделі. Експериментальна перевірка описаної механіко-математичної моделі була здійснена шляхом вимірювань координат положення характерних точок підв'язаного лука, який було навантажено гравітаційним способом. Лук було розміщено вертикально його головною площиною й підв'язано в точці Н руківки, куди прикладається сила упору руки стрільця (рис. 3).

Вантаж W вагою F_N було підв'язано в точці N, тобто в гнізді тятиви. Цифрова камера була розміщена

Таблиця 1

Порівняльна таблиця параметрів двох моделей блочного лука

П а р а - метр	Розмір- ність	Результати моделювання		Відносна різниця, %
		$e \rightarrow \infty$	$e = 12070$ Н	
Δ_0	м	0,0400	0,0499	0,25
s_0	м	0,6804	0,6783	0,29
c_0	м	0,8306	0,8254	0,63
α_U	рад	0,1242	0,1319	-5,85
α_L	рад	0,1101	0,1179	-6,56
β_U	рад	0,9677	0,9668	0,10
β_L	рад	0,8194	0,8172	0,26
γ_U	рад	0,6041	0,6040	-0,15
γ_L	рад	0,7514	0,7536	-0,28
s_U	м	0,6306	0,6311	-0,08
s_L	м	0,6993	0,7006	-0,18
c	м	0,7174	0,7201	-0,38
φ_U	рад	5,1591	5,1695	-0,20
φ_L	рад	5,1591	5,1804	-0,41
F_{SU}	Н	66,01	65,32	1,06
F_{SL}	Н	68,65	67,95	1,02
F_x	Н	104,53	104,31	1,17
F_y	Н	9,42	9,40	0,29
F_{CU}	Н	251,70	249,21	1,00
F_{CL}	Н	257,69	255,88	0,71
y_N	м	0,0651	0,0657	-0,88

Таблиця 2

Координати точок лука на цифровому зображенні

точки	координати, пел	
	ξ	η
O	129	664
H	150	661
AU	401	1116
AL	317	172
HU	168	1104
HL	90	221
N	1104	663

нормально своєю головною оптичною віссю до площини лука.

Опрацювання зображення проводилось в графічному редакторі MS Paint при орієнтації вертикальної лінії HN паралельно боковій границі

Таблиця 3

Результати верифікації моделей блочного лука (відносна похибка, %)

П а р а - метр	Р о з - м і р - ність	Виміри	Модель 1	Модель 2
$\xi \Psi$	1	0,089	0,090 (0,8%)	0,091 (1,8%)
a_U	рад	0,134	0,124 (-7,8%)	0,132 (-1,9%)
a_L	рад	0,116	0,110 (-5,2%)	0,118 (1,6%)
F_N	Н	104,0	104,9 (1,8%)	104,7 (0,7%)

робочого стола програми. Шкала зображення обчислювалася як відношення довжини руківки в міліметрах до відповідної довжини на зображенні в пікселях ($\mu = 0.761$ мм/пел). На зображенні визначалися координати осей блоків (A_U, A_L), точки упору на руківці (H), осей віртуальних шарнірів плечей лука (H_U, H_L), гнізда тятиви (N), а також початку системи координат Ox , тобто точки O .

Геометричні параметри лука обчислювалися за поданими нижче формулами та порівнювалися з результатами моделювання (табл. 2).

$$NO = \mu \sqrt{(\xi_N - \xi_O)^2 + (\eta_N - \eta_O)^2} = 741 \text{ (мм)};$$

$$NO = \sqrt{x_N^2 + y_N^2} = 741 \text{ (мм)};$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\xi_{HU} - \xi_{HL}}{\eta_{HU} - \eta_{HL}} = 0,088; \operatorname{tg} \psi = \frac{y_N}{x_N + a} = 0,090;$$

$$\cos(\angle A_U H_U H_L) = \frac{l^2 + (h_U + h_L)^2 - (H_L A_U)^2}{2l(h_U + h_L)} = -0,1249;$$

$$\angle A_U H_U H_L = 1,696 \text{ (рад)};$$

$$\alpha_U = \angle A_U H_U H_L - \frac{\pi}{2} = 0,125 \text{ (рад)};$$

$$\cos(\angle A_L H_L H_U) = \frac{l^2 + (h_U + h_L)^2 - (H_U A_L)^2}{2l(h_U + h_L)} = -0,1063;$$

$$\angle A_L H_L H_U = 1,677 \text{ (рад)};$$

$$\alpha_L = \angle A_L H_L H_U - \frac{\pi}{2} = 0,106 \text{ (рад)}.$$

Основні параметри лука, отримані шляхом вимірювань та моделювання, зведено в табл. 3.

Похибки цифрового зображення було оцінено за схемою, показаною на рис. 4: D — це відстань камери від площини лука; AA' — мале переміщення

в цій площині ($\frac{\delta y}{D} \ll 1$). З використанням малого кута ($\delta\theta \ll 1$), було записано вираз для визначення похибки вимірювань. Наприклад, відповідне рівняння стосовно проекції на вісь Oy має такий вигляд:

$$y = D \operatorname{tg} \theta; \delta y_{y=0} \approx D \delta\theta; \delta y = D \operatorname{tg}(\theta + \delta\theta) - y.$$

$$\text{Беручи до уваги рівність } \operatorname{tg}(\theta + \delta\theta) \approx \frac{\operatorname{tg} \theta + \delta\theta}{1 - \operatorname{tg} \theta \times \delta\theta},$$

можна отримати таку формулу:

$$\delta y \approx \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}{1 - \operatorname{tg} \theta \times \delta\theta} D \delta\theta; \frac{\delta y}{\delta y_{y=0}} \approx \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}{1 - \operatorname{tg} \theta \times \delta\theta}.$$

Тоді відносна похибка цифрового зображення остаточно може бути записана в такій формі:

$$\lim_{\delta\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\delta y}{\delta y_{y=0}} \right) = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta.$$

Характерний розмір лука в його головній площині приблизно можна оцінити як $y = 0,4$ м; відстань камери від цієї площини — $D = 4,0$ м. Таким чином за останньою формулою обчислюємо величину відносної похибки, яка дорівнює приблизно 1%.

Результати експерименту виразно вказують на перевагу моделі блочного лука, в якій враховано пружність тятиви й тросів (див. табл. 1, модель 2) перед моделлю 1, в якій тятива й троси вважаються абсолютно жорсткими. Зокрема відносні похибки кутів згину плечей лука, які мають місце для першої моделі у 3—4 рази більші порівняно з другою моделлю. Похибки основних параметрів цієї моделі знаходяться в межах двох відсотків, що цілком прийнятно для інженерних розрахунків і для потреб спортивної практики.

Висновки

З використанням методів механіко-математичного моделювання виявлено суттєвий вплив пружних властивостей тятиви й тросів на роботу блочного лука. Пружні властивості тятиви й тросів доцільно враховувати в рамках лінійної моделі пружної нитки. Шарнірно-стрижневий механізм з блоками та важелями може бути покладений в основу моделі блочного лука.

Переважає більшість параметрів моделі лука з абсолютно жорсткою тятивою по модулю мало

відрізняються від параметрів моделі з пружною тятивою: відносна різниця складає трохи більше одного відсотка. Біля половини пар від загального числа параметрів мають від'ємну різницю; два параметри — кути згину верхнього та нижнього плечей — мають різницю більшу від п'яти відсотків.

Відносні похибки кутів згину плечей лука, які мають місце для першої моделі у 3 – 4 рази більші порівняно з другою моделлю. Похибки основних параметрів цієї моделі знаходяться в межах двох відсотків, що цілком прийнятно для інженерних розрахунків і для потреб спортивної практики.

Реалізація процесу розв'язання задач в програмі Find системи комп'ютерної математики MathCAD дає можливість фахівцям галузі фізичного виховання і спорту (тренерам і спортсменам лучникам), які не мають відповідної математичної підготовки, використовувати запропоновану модель блочного лука й відповідні методи механіко-математичного моделювання у навчально-тренувальному процесі.

Список література

1. *Flewett W. E.* The Compound Bow: Twenty-five years after Allen's patent. [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://sagittarius.student.utwente.nl/artikel/compound>
2. *Klopsteg P. E.* Physics of bows and arrows // American Journal of Physics. — 1943. — Vol. 11. — No. 4. — P. 175–192.
3. *Kooi B. W.* On the mechanics of the modern working recurve bow // Computational Mechanics. — 1991. — Vol. 8. — P. 291–304.
4. *Marlow W. C.* Bow and arrow dynamics // American Journal of Physics. — 1981. — Vol. 49. — No. 4. — P. 320–333.
5. *Mathcad 11 User's Guide.* Mathsoft Engineering & Education, Inc [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.mathcad.com>.
6. *Park J. L.* A compound archery bow dynamic model, suggesting modifications to improve accuracy // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P: Journal of Sports Engineering and Technology. — 2009. — Vol. 223. — No. 4. — P. 139–150.
7. *Zanevskyy I.* A model of string-limbs stiffness in the lateral plane of the sport bow / The engineering of sport 4, Ed. S.Ujihachi & S.J.Haake, Blackwell Publishing, Oxford, UK, 2002. — P. 65-71.
8. *Zanevskyy I.* String materials regarding bow and arrow dynamics / A collection of papers "Materials and Science in Sports". — Coronado, California, USA, 2001. — P. 83-93.
9. *Заневський І.П.* Моделювання несиметричних згинів плечей блочного лука // Спортивна наука України. — 2010. — № 1. — С. 3-22.
10. *Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д.* Элементы прикладной математики. М.: Наука, 1972. — 592 с.
11. *Лойцянский Л. Г., Лурье А. И.* Курс теоретической механики. Ч. 1. Статика и кинематика. — М.-Л.: ОГИЗ, 1948. — 400 с.
12. *Райков Д. А., Делоне Б. Н.* Аналитическая геометрия, т. 1. — М.-Л.: Наука, 2007. — 386 с.

Надійшла до редакції 14.02.2012 р.

Умовні позначення

h_v, h_L	розміри руківки лука
k	приведена жорсткість плеча
l	віртуальна довжина плеча
α_0	кут положення випростаного плеча
v	погонна жорсткість тятиви й тросів
Δ_B	половина різниці між довжинами нижньої та верхньої гілок підв'язаної тятиви
x_{NB}	кліренс лука, тобто відстань від точки упору на руківці до підв'язаної тятиви
x_N	поздовжня координата гнізда тятиви в положенні прицілювання
$\rho(\vartheta)$	величина радіус-вектора шківа блока
ϑ	кутова координата, прив'язана до шківа
r	радіус колеса
a	відстань точки упору руки в руківку лука від відрізка прямої лінії, що з'єднує осі віртуальних шарнірів моделі плечей
s_p	довжина накинutoї тятиви, що прилягає до блока
c_r	довжина кабелю, що прилягає до колеса, в положенні лука з накинutoю тятивою
e	погонна жорсткість тятиви
φ_U	кут положення верхнього блока

φ_L	кут положення нижнього блока
s_B	половина довжини тятиви між блоками
α_B	кут згину плеча лука з накинutoю тятивою
c_B	довжина тросу між блоком і плечем лука з підв'язаною тятивою
F_{CB}	сила натягу тросу для лука з накинutoю тятивою
F_{SB}	сила натягу накинutoю тятиви
s_U, s_L	довжини вільних частин гілок тятиви (тобто між блоками й гніздом)
γ_U, γ_L	кути нахилу гілок тятиви
y_N	поперечна координата гнізда тятиви
x_N	поздовжня координата гнізда тятиви
c	довжина вільної частини троса (між блоком і плечем)
F_{SU}, F_{SL}	сили розтягу в гілках тятиви
F_{CU}, F_{CL}	сили в тросах
F_x, F_y	складові вектора сили розтягу лука
F_N	сила розтягу лука
F_H	сила протидії силі розтягу лука, прикладена до руківки
G	вага лука
F_G	вертикальна складова прикладеної до руківки сили руки лучника
α	відстань точки упору руки в руківку лука від відрізка прямої лінії, що з'єднує осі віртуальних шарнірів моделі плечей
α_U, α_L	кути згину верхнього та нижнього плечей
β_U, β_L	центральні кути секторів шківів, вільних від тятиви

Додаток

MathCAD програма для визначення параметрів моделі блочного лука

```

1 ≡ .177 hu ≡ .338 hL ≡ .338 α0 ≡ .977384 R ≡ .1 r ≡ .02 ΔB ≡ .04 a ≡ -.016396 αB ≡ .420656 d ≡ .5
αu := .12 βu := .97 γu := .6 φu := 5.16 φL := 5.16 f := 1.3 x := 1 · cos(αB) + R · (1 + f) / 3 + d
fs ≡ 12070 c := .72 Su := .63 SL := .8 y := .060 k ≡ 114
αL := .11 βL := .82 γL := .75 Fu := 66 FL := 68 Fcu := 252 FcL := 258 Fx := 105 Fy := 9 p := 3
SB := .5 · (hu + hL + 2 · 1 · sin(αB)) cB := 2 · SB cB = 0.820559 xB := 1 · cos(αB) + R · (1 + f) / 3
S0 ≡ 0.677194 c0 ≡ 0.816302 Δ0 ≡ 0.039819 SB = 0.41028 xB = 0.238236
    
```

Given

$$\begin{aligned}
 hu + 1 \cdot \sin(\alpha_u) + R \cdot \sin(\beta_u) \cdot \frac{(\cos(\phi_u + \beta_u) + f)}{p} &= Su \cdot \sin(\gamma_u) + y & c &= hu + hL + 1 \cdot (\sin(\alpha_u) + \sin(\alpha_L)) \\
 hL + 1 \cdot \sin(\alpha_L) + R \cdot \sin(\beta_L) \cdot \frac{(\cos(\phi_L + \beta_L) + f)}{p} &= SL \cdot \sin(\gamma_L) - y & \beta_u + \gamma_u &= \frac{\pi}{2} \quad \beta_L + \gamma_L = \frac{\pi}{2} \\
 x = 1 \cdot \cos(\alpha_u) + R \cdot \cos(\beta_u) \cdot \frac{(\cos(\phi_u + \beta_u) + f)}{p} + Su \cdot \cos(\gamma_u) & & c_0 \cdot F_{cu} &= fs \cdot (c + .01 + r \cdot \phi_u - c_0) \\
 x = 1 \cdot \cos(\alpha_L) + R \cdot \cos(\beta_L) \cdot \frac{(\cos(\phi_L + \beta_L) + f)}{p} + SL \cdot \cos(\gamma_L) & & c_0 \cdot F_{cL} &= fs \cdot (c + .01 + r \cdot \phi_L - c_0)
 \end{aligned}$$

$$(S_0 - \Delta_0) \cdot F_u = f_s \cdot \left[S_u + .27 - (S_0 - \Delta_0) - R \cdot \frac{\sin(\phi_u + \beta_u) + f \cdot (\phi_u + \beta_u)}{p} \right] \quad \frac{F_y}{F_x} = \frac{y}{x + a}$$

$$(S_0 + \Delta_0) \cdot F_L = f_s \cdot \left[S_L + .27 - (S_0 + \Delta_0) - R \cdot \frac{\sin(\phi_L + \beta_L) + f \cdot (\phi_L + \beta_L)}{p} \right] \quad k = 114 \quad x = 0.738236$$

$$F_y = -\sin(\gamma_u) \cdot F_u + \sin(\gamma_L) \cdot F_L \quad F_x = \cos(\gamma_u) \cdot F_u + \cos(\gamma_L) \cdot F_L \quad f_s = 1.207 \times 10^4$$

$$(F_{cu} + F_{cL}) \cdot 1 \cdot \cos(\alpha_u) + F_u \cdot 1 \cdot \sin(\gamma_u + \alpha_u) = k \cdot (\alpha_0 - \alpha_u) \quad F_u \cdot R \cdot \frac{(\cos(\phi_u + \beta_u) + f)}{p} = F_{cu} \cdot r$$

$$(F_{cu} + F_{cL}) \cdot 1 \cdot \cos(\alpha_L) + F_L \cdot 1 \cdot \sin(\gamma_L + \alpha_L) = k \cdot (\alpha_0 - \alpha_L) \quad F_L \cdot R \cdot \frac{(\cos(\phi_L + \beta_L) + f)}{p} = F_{cL} \cdot r$$

Find($\alpha_u, \alpha_L, \beta_u, \beta_L, \gamma_u, \gamma_L, S_u, S_L, c, \phi_u, \phi_L, F_u, F_L, F_x, F_y, F_{cu}, F_{cL}, y$) =

	0
0	0.131998
1	0.11776
2	0.968103
3	0.816352
4	0.602693
5	0.754444
6	0.630683
7	0.701174
8	0.720091
9	5.152848
10	5.176136
11	65.353481
12	68.017645
13	103.400184
14	9.537712
15	249.091405
16	255.978067
17	0.066583

Заневський І.Ф. Параметри моделі спортивного блочного лука з урахуванням пружності тетиви й тросів.

Целью работы было определение влияния упругих свойств тетивы и тросов на параметры современного блочного лука. С использованием методов механико-математического моделирования была разработана модель статического равновесия блочного лука. Выявлено существенное влияние упругости тетивы и тросов на параметры блочного лука. Разработан метод экспериментального определения геометрических параметров лука и проведена верификация модели лука. Показано, что погрешности основных параметров предложенной модели находятся в границах двух процентов, что вполне приемлемо для инженерных расчётов и для потребностей спортивной практики.

Ключевые слова: механико-математическое моделирование, спортивная стрельба из лука, блочный лук.

Zanevskyy I.P. Parameters of the sport archery compound bow model taking into account string and cables elastics.

The aim of the research was to study the influence of string and cables elastics on the modern sport compound bow parameters. Using the methods of mechanical and mathematical modelling, a model of the compound bow static equilibration was investigated. A significant influence of string and cables elastics on the compound bow parameters was found. A method of experimental determination of geometrical parameters of the bow and verification of the model has been down. It was shown, that the errors of the mane parameters in the proposed model are near two percent. It is quit acceptable for the engineering calculations and for the needs of a sport practices.

Keywords: mechanical and mathematical modelling, sport archery, compound bow