

АППРОКСИМАЦИЯ МОМЕНТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ С ГРАВИТАЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Построены упрощенные аналитические выражения аэродинамического момента, действующего на космический аппарат с гравитационной системой ориентации. Полученные выражения имеют простую форму и пригодны для качественных исследований динамики и предпроектного расчета углового движения аппаратов такого типа. Проведены оценки точности полученных выражений.

Simplified analytical expressions of the aerodynamic moment acting to a space vehicle with gravitational orientation system are constructed. The expressions obtained have simple form and are suitable for such type device angular motion qualitative dynamic research and predesign calculations. Estimations of the obtained expressions accuracy are made.

Для низкоорбитальных космических аппаратов (КА) одним из основных возмущающих моментов является момент аэродинамических сил. Аэродинамический момент может оказывать существенное влияние на КА с гравитационной системой стабилизации, поскольку такие КА конструктивно трудно создать аэродинамически нейтральными [4], т.е. такими, что момент аэродинамических сил равен нулю. Поэтому решение задачи повышения точности ориентации таких КА предполагает определение закономерностей их движения и предпроектную оценку влияния аэродинамических возмущений на точность стабилизации.

Высокоточное моделирование силовых взаимодействий КА с атмосферой является очень сложной задачей. Аппроксимации аэродинамических воздействий в предположении постоянства коэффициента аэродинамического сопротивления, которые часто использовались в задачах динамики космического полета (см. напр. [1, 4, 7]), к настоящему времени не представляются достаточно обоснованными. Создание современных моделей воздействий аэродинамических сил предполагает решение ряда сложных задач [3]. Вместе с тем, модели, предлагаемые специалистами по динамике разреженных газов, представляются чрезмерно сложными для аналитических исследований закономерностей движения КА и предпроектного анализа динамики. Поэтому аппроксимация аэродинамических воздействий на КА с гравитационной системой стабилизации, в рамках названных задач повышения точности ориентации, является важной и актуальной.

Целью данной работы является построение упрощенных аналитических выражений аэродинамического момента, действующего на гравитационно стабилизированный КА, пригодных для аналитических исследований динамики и предпроектного расчета углового движения КА.

Рассматривается осесимметричный КА с гравитационной системой стабилизации, который движется по почти круговой орбите, высота которой находится в диапазоне 550 – 750 км. Предполагается, что:

- поверхность КА может быть представлена набором простых тел (стабилизирующий груз – сферой, штанга – цилиндром, корпус – сферой, цилиндром или конусом);
- центр масс и центр давления КА лежат на его оси симметрии;
- при движении КА угол α между его осью симметрии и вектором скорости набегающего потока \vec{V} близок к прямому ($80^\circ \leq \alpha \leq 100^\circ$);
- взаимодействие потока с поверхностью КА полностью диффузное.

Введем полусвязанную систему координат (СК) $oxyz$ с началом в некоторой точке КА, лежащей на его оси симметрии, и ортами $\vec{b}_m, \vec{n}_m, \vec{\tau}_m$: ось oz направим по оси симметрии КА ($\vec{\tau}_m$); ось oy в плоскости $\vec{\tau}_m \vec{V}$, так что угол между \vec{n}_m и \vec{V} – острый; ось ox дополняет систему до правой прямоугольной СК. Введение такой системы координат позволяет разложить силу аэродинамического сопротивления \vec{F} по двум направлениям, а проекция \vec{F} на ось \vec{b}_m равна нулю в силу симметричности тела относительно плоскости $\vec{\tau}_m \vec{V}$.

Тогда силу \vec{F} можно представить в виде

$$\vec{F} = (C_n \vec{n}_\delta + C_t \vec{\tau}_\delta) \frac{\rho_\infty V^2}{2} A,$$

где C_n и C_t – коэффициенты нормальной и осевой составляющей аэродинамической силы; ρ_∞ – плотность атмосферы; A – характерная площадь тела [5]. Коэффициенты C_n и C_t являются функциями угла атаки и зависят от состава и температур верхней атмосферы и КА, процесса взаимодействия поверхности КА с атмосферным газом.

При определении момента аэродинамических сил предполагается, что для простых тел распределенную по поверхности аэродинамическую силу можно свести к одной равнодействующей силе, приложенной в точке, которую называют центром давления. Зная положение центра давления (\vec{r} – радиус-вектор центра давления относительно центра масс КА) и силу \vec{F} , аэродинамический момент определяется следующим образом

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = (C_n [\vec{r} \times \vec{n}_m] + C_t [\vec{r} \times \vec{\tau}_m]) \frac{\rho_\infty V^2}{2} A. \quad (1)$$

Аэродинамический момент, действующий на составной КА, определим как сумму аэродинамических моментов, действующих на каждую составную часть $\vec{M} = \vec{M}^k + \vec{M}^w + \vec{M}^c + \vec{I} \vec{n}$, где \vec{M}^k , \vec{M}^w , \vec{M}^c – моменты, которые действуют на корпус КА, гравитационную штангу и гравитационный груз соответственно и определяются по формуле

$$\vec{M}^i = (C_n^i [\vec{r}^i \times \vec{n}_m] + C_t^i [\vec{r}^i \times \vec{\tau}_m]) \frac{\rho_\infty V^2}{2} A^i, \quad i = k, w, c.$$

Здесь обозначения такие же, как и в (1), а индекс i указывает на рассматриваемую часть КА.

Поскольку центр масс КА и центры давлений составных частей лежат на оси симметрии КА, то радиус-векторы \vec{r}^i лежат на оси симметрии и $[\vec{r}^i \times \vec{\tau}_m] = 0$. Представив \vec{r}^i как $\vec{r}^i = r^i \vec{\tau}_m$, где $r^i = |\vec{r}^i|$, если \vec{r}^i и $\vec{\tau}_m$ направлены в одну сторону, и $r^i = -|\vec{r}^i|$, если \vec{r}^i и $\vec{\tau}_m$ направлены в противоположные стороны, выражение для аэродинамического момента запишем в виде

$$\vec{M} = \alpha(\alpha) [\vec{r}_m \times \vec{n}_m] \frac{\rho_\infty V^2}{2} = -\alpha(\alpha) \frac{\rho_\infty V^2}{2} \vec{b}_m, \quad (2)$$

где

$$\alpha(\alpha) = C_n^k r^k A^k + C_n^\varnothing r^\varnothing A^\varnothing + C_n^{\bar{n}} r^{\bar{n}} A^c. \quad (3)$$

Коэффициент $\alpha(\alpha)$ назовем суммарным коэффициентом момента аэродинамических сил.

Аппроксимация $\alpha(\alpha)$ осуществляется на основе приближенных формул для коэффициентов лобового сопротивления и аэродинамического момента, полученных для простых тел в динамике разреженных газов [2, 5, 6]. Эти формулы получены интегрированием по поверхности тела полного импульса, передаваемого потоком каждой элементарной площадке, в предположении, что интегралы от членов, содержащих $S_\theta = S \sin \theta$ в степени ниже, чем -2, пренебрежимо малы. Здесь S – отношение скорости набегающего потока к наиболее вероятной тепловой скорости молекул в потоке, θ – местный угол атаки элементарной площадки.

Особый случай представляет учет аэродинамического воздействия на торцы цилиндра и дно конуса. При малых отклонениях оси симметрии КА от положения перпендикулярного к набегающему потоку для этих поверхностей $S_\theta < 1$, и не представляется возможным использовать подход, основанный на разложении выражений для коэффициентов аэродинамического момента в ряд по $1/S_\theta$. Отметим, что момент аэродинамической силы, обусловленный воздействием потока на дно КА, в силу симметрии дна относительно оси определяется только касательной к поверхности дна составляющей аэродинамической силы.

Коэффициент касательной составляющей аэродинамической силы, действующей на пластинку, обтекаемую с одной стороны, равен [8]

$$C_t = \frac{e^{-S^2 \sin^2 \theta} \cos \theta}{S\sqrt{\pi}} + \sin \theta \cos \theta \operatorname{erf}(S \sin \theta) + \sin \theta \cos \theta, \quad (4)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$ – интеграл вероятности.

К сожалению, выражение (4) является слишком сложным для его использования при качественном анализе динамики КА. Вместе с тем, характер изменения C_t в зависимости от изменения θ показывает возможность его аппроксимации выражением

$$C_t = c_0 + c_1 \sin \theta, \quad (5)$$

где c_0, c_1 – коэффициенты, зависящие от S , $c_0 = 1/S\sqrt{\pi}$.

Действительно, на рисунке 1 для значений S от 2 до 10 показана возможность такой аппроксимации. Сплошными линиями для $S=2, 4, 6, 10$ показано изменение C_t , рассчитанное по формуле (4). Пунктирными линиями – аппроксимации C_t формулой (5), где $c_1 = -0,003067 S^2 + 0,091894 S + 0,94928$.

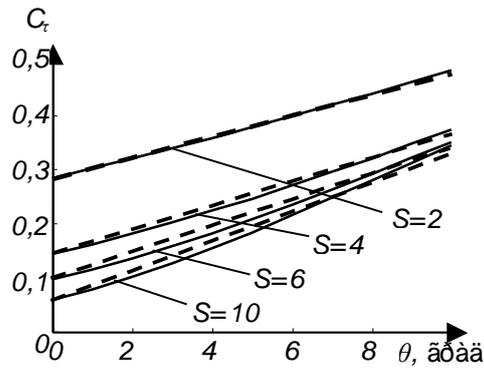


Рис. 1

для случаев, когда смещение центра давления при изменении угла атаки незначительно, и им можно пренебречь (для каждого из рассматриваемых тел это положение обосновывается). Тогда изменение момента аэродинамических сил будет определяться только изменением коэффициента нормальной к оси симметрии составляющей аэродинамической силы.

Рассмотрим гравитационно стабилизированный КА, корпус которого выполнен в виде сферы. Введем для него полусвязанную СК, начало которой лежит в геометрическом центре корпуса (рис. 2).

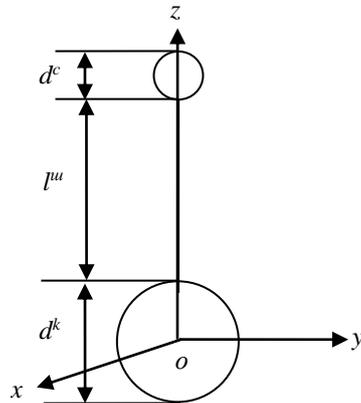


Рис. 2

Коэффициент проекции силы аэродинамического сопротивления сферы находится по формуле [2]

$$C_n = \left(2 + \frac{2}{3S} \left(\frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} + \frac{2}{S^2} \right) \sin \alpha, \quad (6)$$

где T_∞ , T_r – температуры набегающего потока и элементов поверхности КА.

Характерной площадью для штанги является площадь меридионального сечения цилиндра, тогда $A^w = d^w l^w$, d^w – диаметр штанги.

Координата центра давления для цилиндра при условии, что $S \sin \alpha \geq \pi/2$, которое для рассматриваемых предположений, очевидно, выполняется, рассчитывается по формуле [5]

Выражение для C_l получено из условия минимизации среднеквадратичного отклонения аппроксимирующих значений от истинных на промежутке $0^\circ \leq \theta \leq 10^\circ$ для всех S в рассматриваемом диапазоне. Как видно из рисунка, полученные приближенные значения верно отражают характер изменений C_r и дают приемлемую точность.

Аппроксимация аэродинамического момента осуществляется

Для сферы характерной площадью является площадь круга с диаметром, равным диаметру сферы, тогда $A^k = \pi(d^k/2)^2$ и $A^c = \pi(d^c/2)^2$. Центр давления сферы совпадает с ее геометрическим центром, тогда $r^k = Z_{цм}$ и $r^c = d^k/2 + l^w + d^c/2 - Z_{oi}$. Здесь $Z_{цм}$ – координата центра масс КА в системе координат $oxyz$; d^k , d^c – диаметры корпуса и стабилизирующего груза соответственно; l^w – длина штанги.

$$l_d = \frac{l^{\rho}}{2} + \frac{\pi(d^{\rho}/2)\cos\alpha}{4\sin\alpha + \frac{\sqrt{\pi^3}}{2S}\left(\frac{T_r}{T_{\infty}}\right)^{1/2}}.$$

Учитывая, что $80^{\circ} \leq \alpha \leq 100^{\circ}$, а также, что $d^{\omega} \ll l^{\omega}$, с большой точностью можно считать $l_d \approx l^{\omega}/2$, тогда $r^{\omega} = d^k/2 + l^{\omega}/2 - Z_{\text{цм}}$.

Коэффициент нормальной составляющей аэродинамической силы для цилиндра при тех же условиях вычисляется по формуле

$$C_n^{\omega} = 2\sin^2\alpha + \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S}\left(\frac{T_r}{T_{\infty}}\right)^{1/2}\sin\alpha. \quad (7)$$

Тогда выражение для аэродинамического момента рассматриваемого КА примет вид

$$\vec{M} = -\left(a_0 \sin\alpha + a_1 \sin^2\alpha\right) \frac{\rho_{\infty} V^2}{2} \vec{b}_m,$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\pi}{4} \left(2 + \frac{2}{3S} \left(\frac{\pi T_r}{T_{\infty}} \right)^{1/2} + \frac{2}{S^2} \right) \left(d^{k^2} Z_{\text{цм}} - d^{c^2} \left(\frac{d^k}{2} + l^{\omega} + \frac{d^c}{2} - Z_{\text{цм}} \right) \right) - \\ &\quad - \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left(\frac{T_r}{T_{\infty}} \right)^{1/2} d^{\omega} l^{\omega} \left(\frac{d^k}{2} + \frac{l^{\omega}}{2} - Z_{\text{цм}} \right); \\ a_1 &= -2d^{\omega} l^{\omega} \left(\frac{d^k}{2} + \frac{l^{\omega}}{2} - Z_{\text{цм}} \right). \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда корпус КА выполнен в виде цилиндра. Введем полусвязанную СК с началом в точке O , лежащей на свободном основании цилиндра. Проводя рассуждения аналогичные предыдущему случаю, можно получить, что аэродинамический момент, действующий на КА с корпусом в виде цилиндра, имеет вид

$$\vec{M} = -\left(a_0 + a_1 \cos\alpha + a_2 \sin\alpha + a_3 \sin^2\alpha\right) \frac{\rho_{\infty} V^2}{2} \vec{b}_m,$$

где коэффициенты $a_i, i = \overline{0,3}$ находятся следующим образом

$$\begin{aligned} a_0 &= \begin{cases} c_0 S^{\ddot{a}\dot{f}\dot{a}} \left(l^k - Z_{\ddot{o}i} \right) & \ddot{i}\ddot{d}\ddot{e} \quad \alpha < 90^{\circ} \\ c_0 S^{\ddot{a}\dot{f}\dot{a}} \left(l^k - 2Z_{\ddot{o}i} \right) & \ddot{i}\ddot{d}\ddot{e} \quad \alpha = 90^{\circ}; \\ -c_0 S^{\ddot{a}\dot{f}\dot{a}} Z_{\ddot{o}i} & \ddot{i}\ddot{d}\ddot{e} \quad \alpha > 90^{\circ} \end{cases} \\ a_1 &= \begin{cases} c_1 S^{\ddot{a}\dot{f}\dot{a}} \left(l^k - Z_{\ddot{o}i} \right) & \ddot{i}\ddot{d}\ddot{e} \quad \alpha < 90^{\circ} \\ c_1 S^{\ddot{a}\dot{f}\dot{a}} \left(l^k - 2Z_{\ddot{o}i} \right) & \ddot{i}\ddot{d}\ddot{e} \quad \alpha = 90^{\circ}; \\ c_1 S^{\ddot{a}\dot{f}\dot{a}} Z_{\ddot{o}i} & \ddot{i}\ddot{d}\ddot{e} \quad \alpha > 90^{\circ} \end{cases} \end{aligned}$$

$$a_2 = -\pi \left(\frac{d^c}{2} \right)^2 \left(l^k + l^w + \frac{d^c}{2} - Z_{цм} \right) \left(2 + \frac{2}{3S} \left(\frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} + \frac{2}{S^2} \right) +$$

$$+ \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left(\frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \left[d^k l^k \left(Z_{цм} - \frac{l^k}{2} \right) - d^w l^w \left(l^k + \frac{l^w}{2} - Z_{цм} \right) \right]$$

$$a_3 = 2 \left[d^k l^k \left(Z_{цм} - \frac{l^k}{2} \right) - d^w l^w \left(l^k + \frac{l^w}{2} - Z_{цм} \right) \right],$$

где d^c , l^w , d^w имеют тот же смысл, что и в предыдущем случае, а d^k , l^k – диаметр и длина цилиндра, которым моделируют поверхность корпуса КА, $S^{дна} = \pi d^k{}^2/4$, c_0 , c_1 – коэффициенты для аппроксимации формулой (5) касательной составляющей аэродинамической силы, действующей на пластинку.

Здесь нужно отметить, что при диаметре основания цилиндра корпуса, близком или превосходящем его длину, центр давления уже существенно зависит от угла атаки, и его смещение требует учета.

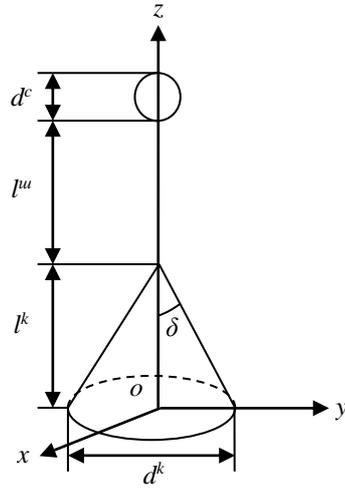


Рис. 3

Рассмотрим случай, когда корпус КА выполнен в виде прямого кругового конуса, к вершине которого крепится штанга со стабилизирующим грузом. Введем для него полусвязанную СК, начало которой лежит в центре основания конуса (рис. 3).

Будем рассматривать конусы, для которых угол полураствора δ не превышает 45° , и задавать параметры корпуса двумя величинами l^k и δ .

Выражения слагаемых для штанги и стабилизирующего груза в (3) находятся так же, как и в предыдущих случаях.

Рассмотрим слагаемое $\alpha(\alpha)$, относящееся к корпусу КА. Коэффициент нормальной составляющей аэродинамической силы прямого кругового конуса находится по формуле [5]

$$C_n = 2 \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \cdot h(\xi) + \frac{\sqrt{\pi}}{S} \left(\frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \delta \operatorname{tg} \delta \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha \cdot [g(\xi) - h(\xi)]. \quad (8)$$

$$\text{Если } \xi = \operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \alpha \leq 1, \text{ то } h(\xi) = \arccos(-\xi) + \frac{1}{\xi} (1 - \xi^2)^{1/2};$$

$$g(\xi) = \left(1 + \frac{1}{2\xi^2} \right) \arccos(-\xi) + \frac{3}{2\xi} (1 - \xi^2)^{1/2}.$$

Если $\xi > 1$, то $h(\xi) = \pi$, $g(\xi) = \pi \left(1 + \frac{1}{2\xi^2} \right)$.

Так как мы рассматриваем случай, когда α близко к 90° , а конусы имеют углы полураствора $\delta \leq 45^\circ$, то всегда выполняется неравенство $\xi \leq 1$.

Упрощение формулы (8) основано на возможности представления с высокой точностью функции $\arccos(-\xi)$ на интервале $\alpha \in [80^\circ; 100^\circ]$ отрезком прямой $b + a\xi$, где b и a постоянные величины. Учитывая это, можно показать, что

$$2 \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \cdot h(\xi) \approx 2b \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \delta + 2 \sin^2 \alpha,$$

$$\operatorname{tg} \delta \sin \delta \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha [g(\xi) - h(\xi)] \approx \frac{b}{2} \cos \delta \sin \alpha.$$

Тогда коэффициент нормальной составляющей аэродинамической силы конуса можно записать в виде

$$C_n = 2b \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \delta + \frac{\sqrt{\pi}}{S} \left(\frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \frac{b}{2} \cos \delta \sin \alpha + 2 \sin^2 \alpha. \quad (9)$$

Здесь b и a коэффициенты уравнения прямой, проходящей через точки $[\xi(\delta, \alpha_1), \arccos(-\xi(\delta, \alpha_1))]$ и $[\xi(\delta, \alpha_2), \arccos(-\xi(\delta, \alpha_2))]$, где $\alpha_1 = 80^\circ$, а $\alpha_2 = 100^\circ$.

Результаты расчетов показывают высокую точность аппроксимации исходного выражения формулой (9) для $\alpha \in [80^\circ; 100^\circ]$. На рисунке 4 для $S=10$, $T_r = T_\infty$ показан характер изменения коэффициентов C_n , вычисленных по формулам (8) и (9) (кривые 1 и 2 для углов полураствора $\delta = 5^\circ$ (рис. 4,а) и $\delta = 45^\circ$ (рис. 4,б) соответственно).

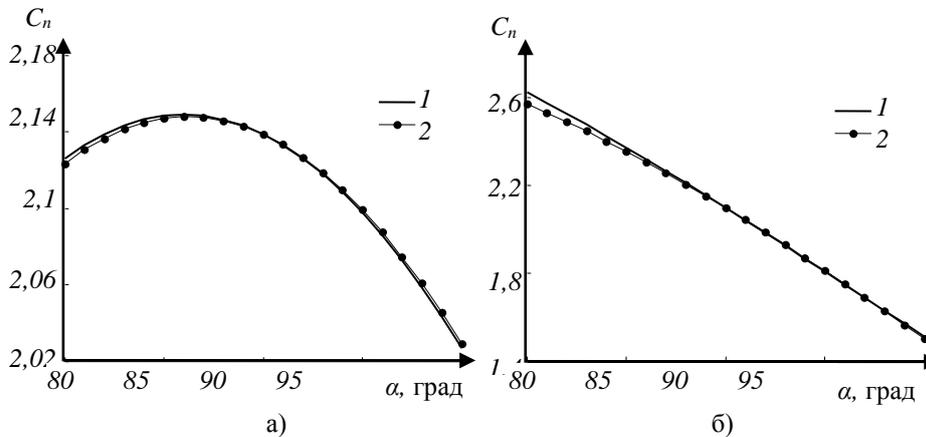


Рис. 4

Характерной площадью конуса является площадь треугольника с высотой l^k и основанием d^k , тогда $A^k = d^k l^k / 2 = (l^k)^2 \operatorname{tg} \delta$.

Координата центра давления конуса зависит от величин α и δ . При поперечном обтекании ($\alpha = 90^\circ$) и увеличении δ центр давления плавно смещается к основанию конуса. Расстояние от основания конуса до его центра дав-

ления, вообще говоря, близко к расстоянию от основания до центра масс однородного конуса – $0,25 l^k$. Изменение угла атаки приводит к плавному смещению центра давления, причем, чем больше угол полураствора, тем больше это смещение. Для $\delta=45^\circ$ при отклонении α от прямого угла на 10° это смещение достигает около $0,1 l^k$, а для $\delta=5^\circ$ около $0,01 l^k$. Вместе с тем, учитывая, что смещение центра масс КА, обусловленное выдвиганием гравитационной системы стабилизации, обычно значительно превосходит смещение центра давления из-за изменения угла атаки (так как $\alpha \approx 90^\circ$), с большой точностью этим смещением можно пренебречь и считать, что $r^k = Z_{\delta i} - (1 - C_d(90^\circ)) l^k$, где $C_d(\alpha)$ – коэффициент центра давления конуса [5].

Введем коэффициенты $p = (l^k)^2 r^k \operatorname{tg} \delta$, $q = \frac{\sqrt{\pi}}{S} \left(\frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2}$, тогда для корпуса

можно записать

$$C_n^k r^k A^k = pq \frac{b}{2} \cos \delta \sin \alpha + 2p \sin^2 \alpha + 2pb \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \delta.$$

И аэродинамический момент, действующий на КА с корпусом в виде конуса, запишется в виде

$$\bar{M} = -(a_0 + a_1 \cos \alpha + a_2 \sin \alpha + a_3 \sin^2 \alpha + a_4 \sin \alpha \cos \alpha) \frac{\rho_\infty V^2}{2} \bar{b}_m,$$

где постоянные $a_i, i = \overline{0,4}$ находятся по формулам

$$a_0 = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha < 90^\circ \\ -c_0 \pi d^{k^2} Z_{\delta i} / 4 & \text{if } \alpha \geq 90^\circ \end{cases}; \quad a_1 = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha < 90^\circ \\ c_1 \pi d^{k^2} Z_{\delta i} / 4 & \text{if } \alpha \geq 90^\circ \end{cases};$$

$$a_2 = - \left(2 + \frac{2}{3S} \left(\frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} + \frac{2}{S^2} \pi \left(\frac{d^c}{2} \right)^2 \left(l^k + l^\omega + \frac{d^c}{2} - Z_{\text{цм}} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left(\frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} d^\omega l^\omega \left(l^k + \frac{l^\omega}{2} - Z_{\text{цм}} \right) + pq \frac{b}{2} \cos \delta; \right.$$

$$a_3 = -2d^\omega l^\omega \left(l^k + \frac{l^\omega}{2} - Z_{\text{цм}} \right) + 2p; \quad a_4 = 2pb \operatorname{tg} \delta.$$

Анализ точности полученных аппроксимаций аэродинамического момента в сравнении с исходными выражениями показал следующее: точность полученных выражений существенно зависит от массово-геометрических параметров КА; основная погрешность вносится смещением центра давления при изменении угла атаки; при перпендикулярном обтекании КА погрешность аппроксимаций равна нулю и увеличивается с увеличением отклонения угла α от прямого. Проведены оценки точности для КА, у которых характерная площадь корпуса, параметры штанги и стабилизирующего груза близки к параметрам КА "Сич-1М". Получено, что при углах отклонения оси симметрии КА от

плоскости, перпендикулярной вектору скорости, до 10 градусов погрешность аппроксимации не превосходит: для случая, когда корпус КА моделируется сферой – 0,007 %; когда корпус КА моделируется вытянутым цилиндром, длина которого не меньше, чем в 2,5 раза превосходит диаметр его основания – 1,5 %; когда корпус КА моделируется конусом с $\delta < 40^\circ$ – 3,2 %.

Таким образом, для рассматриваемых классов КА, зная их массово-геометрические параметры, можно определить коэффициенты a_i и тем самым определить суммарный коэффициент момента $\alpha(\alpha)$. В общем случае его можно записать в виде $\alpha(\alpha) = a_0 + a_1 \cos \alpha + a_2 \sin \alpha + a_3 \sin^2 \alpha + a_4 \sin 2\alpha$.

Для малых углов φ отклонения α от прямого угла ($\alpha = 90^\circ + \varphi$) в общем случае, как нетрудно видеть, аэродинамический момент с большой точностью может быть представлен в виде

$$\bar{M} = (a_0^* + a_1^* \sin \varphi) \frac{\rho_\infty V^2}{2} \bar{b}_m, \quad (10)$$

где a_0^* , a_1^* – постоянные коэффициенты, не зависящие от α .

Рассмотрим возможность аналогичной (10) аппроксимации аэродинамического момента для КА "Сич-1М". Поверхность КА "Сич-1М" не является осесимметричной, но она имеет плоскость симметрии, проходящую через продольную ось КА. В качестве исходных данных для аппроксимации будем рассматривать модель аэродинамического момента, предоставленную в эскизном проекте на КА. Коэффициенты момента для корпуса КА вычисляются при помощи табличных данных, которые заданы для углов $\alpha = 85^\circ - 95^\circ$ и $\beta = 0^\circ - 5^\circ$, где β – угол между плоскостью симметрии КА и вектором набегающего потока. В гравитационно стабилизированном положении без учета движения атмосферы $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 0^\circ$.

Оценка проекций момента на оси полусвязанной СК показала, что модуль проекции на ось Ox (\bar{b}_m) по крайней мере в 20 раз превосходит модули проекций на другие оси. Поэтому с некоторыми оговорками (см. напр. [9]) аппроксимация момента аэродинамических сил только поперечным моментом – моментом, направленным вдоль оси Ox , оправдана.

Аппроксимация $\alpha(\alpha)$ для поперечного момента КА "Сич-1М" осуществлялась с помощью полиномов тригонометрических функций от α , постоянные коэффициенты которых определялись из условия минимизации среднеквадратичного отклонения в расчетных значениях. Понятно, что аппроксимация с помощью двойного ряда Фурье по α и β позволит, вообще говоря [8], получить какую угодно точность приближения. Вместе с тем, представляет интерес оценка точности простых аппроксимаций.

Самую низкую точность из рассматриваемых полиномов, как нетрудно понять, дает аппроксимация момента при $\alpha(\alpha) = a_0^* + a_1^* \cos \alpha$, т.е. в форме (10). Для фиксированных β максимальная погрешность поперечного момента при этом не превосходит 1,65%. Для всех β из интервала $[0^\circ; 5^\circ]$ погрешность такой аппроксимации не превосходит 2,6 %.

Учитывая, что предельная погрешность определения коэффициентов аэродинамических моментов составляет 25 %, можно утверждать, что фор-

мула (10) позволяет с достаточной для определения закономерностей и предпроектной оценки динамики точностью описывать аэродинамический момент, действующий на КА рассматриваемого класса.

В динамике космического полета для оценки воздействия аэродинамических сил часто используется предположение, что аэродинамическая сила пропорциональна постоянному коэффициенту лобового сопротивления и площади проекции КА на плоскость, перпендикулярную потоку. Эти предположения, в частности, соответствуют взаимодействию КА с ньютоновским потоком [6]. При рассмотрении осесимметричных тел, центр масс и центр давления которых лежит на оси симметрии, аэродинамический момент можно представить в виде [4]

$$\bar{M}' = -cS_0(\alpha)z_0(\alpha)\frac{\rho_\infty V^2}{2}\bar{b}_m, \quad (11)$$

где c – постоянный коэффициент сопротивления тела ($c=2$ при взаимодействии с ньютоновским потоком); $S_0(\alpha)$ – площадь проекции КА на плоскость, перпендикулярную потоку (площадь «перехвата» потока); $z_0(\alpha)$ – расстояние от центра давления до центра масс.

Оценим точность такого подхода для рассмотренных выше случаев моделирования КА набором простых тел. Будем предполагать, что c постоянно, но не фиксировано, т.е. что c не зависит от угла атаки.

Для сферы центр давления совпадает с ее геометрическим центром, и площадь «перехвата» потока не зависит от угла атаки, т.е. $z_0(\alpha)=z_0=\text{const}$, $S_0(\alpha)=S_0=\pi(d/2)^2$, где d – диаметр сферы. Тогда в соответствии с (11)

$$\bar{M}' = -c\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 z_0 \sin \alpha \frac{\rho_\infty V^2}{2} \bar{b}_m.$$

С учетом (2), (3), (6) легко видеть, что для сферы всегда существует такое $c = \left(2 + 2(\pi T_r / T_\infty)^{1/2} / 3S + 2/S^2\right)$, при котором метод описания аэродинамического воздействия при помощи формулы (11) является точным в рамках принятых предположений.

Для цилиндра ранее было показано, что при α , близких к 90° , можно считать, что центр давления цилиндра лежит в его геометрическом центре, т.е. расстояние от центра масс до центра давления при таких α тоже можно считать постоянной величиной $z_0(\alpha)=z_0=\text{const}$.

Площадь «перехвата» потока будет меняться в зависимости от угла атаки. При $\alpha \approx 90^\circ$ ее можно принять равной площади прямоугольника, одна сторона которого равна диаметру цилиндра, а другая равна $l_u \sin \alpha + d_u \cos \alpha$, где l_u , d_u – длина и диаметр цилиндра соответственно. Для рассматриваемых случаев, когда $l_u \gg d_u$ и $\alpha \approx 90^\circ$, можно принять, что $S_0(\alpha) \approx d_u l_u \sin \alpha$. Тогда в соответствии с (11)

$$\bar{M}' = -cd_u l_u z_0 \sin^2 \alpha \frac{\rho_\infty V^2}{2} \bar{b}_m. \quad (12)$$

В соответствии с (2), (7) этот же момент имеет вид

$$\bar{M} = -d_u l_u z_0 \left(2 \sin^2 \alpha + \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left(\frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \alpha \right) \frac{\rho_\infty V^2}{2} \bar{b}_m. \quad (13)$$

Сравнивая эти формулы, нетрудно видеть, что при малых изменениях угла α всегда существует значение c , при котором выражения моментов будут близки. Например, если принять $S=10$, $T_r=300\text{K}$, $T_\infty=1000\text{K}$, то при $c=2,05825$ отличие модулей моментов, рассчитанных по формулам (12) и (13), не превосходит 0,005%. При гиперзвуковом приближении ($S \rightarrow \infty$) как для сферы, так и для цилиндра $c=2$ и результаты тождественны.

При определении площади «перехвата» потока конуса будем считать, что она равна сумме площадей треугольника с основанием d^k и высотой l' , зависящей от угла атаки, и половины эллипса (возникающего от дна конуса), одна ось которого равна d^k , а другая d' тоже зависит от угла атаки. Тогда $S_0(\alpha) = d^k l' / 2 + \pi d^k d' / 8$, где $l' = l^k \sin \alpha$, $d' = d^k \cos \alpha$ (l^k – высота конуса).

Тогда согласно (11) и (2) выражения аэродинамического момента, действующего на конус, имеют вид

$$\bar{M}' = -c \frac{1}{2} d^k l^k \left(\sin \alpha + \frac{\pi d^k}{4 l^k} \cos \alpha \right) z_0 \sin \alpha \frac{\rho_\infty V^2}{2} \bar{b}_m, \quad (14)$$

$$\bar{M} = -C_n \frac{1}{2} d^k l^k z_0 \frac{\rho_\infty V^2}{2} \bar{b}_m, \quad (15)$$

где C_n для конуса определяется по формуле (8).

Расчеты показывают, что для $80^\circ \leq \alpha \leq 100^\circ$ всегда можно подобрать постоянный коэффициент c такой, что погрешность, вносимая формулой (14) по отношению к (15), невелика. Например, при $S=10$, $T_r=300\text{K}$, $T_\infty=1000\text{K}$ для $\delta=5^\circ$ и $c=2,0769$ максимальное отличие между модулями моментов рассчитанными по формулам (14), (15) составляет 0,04 %, а для $\delta=45^\circ$ и $c=2,0794$ – 1 %. Здесь постоянные c выбирались из условий минимума максимальной погрешности. Отметим, что при уменьшении S выбираемый таким способом коэффициент c растет. Например, при $S=5$ $c \approx 2,15$.

Анализ полученных оценок подтверждает возможность использования формулы (11) для предварительного анализа влияния аэродинамического момента на динамику гравитационно стабилизированных КА. При этом для больших значений S можно принять, что $c=2$, и ожидаемая погрешность такого подхода не будет превосходить 10 % [1].

Выводы

1. Для КА с гравитационной системой стабилизации получены аналитические выражения достаточно простой формы, аппроксимирующие аэродинамический момент для небольших отклонений КА от местной вертикали. Эти выражения получены на основании приближенных аналитических выражений для коэффициентов аэродинамических сил и моментов простых тел в условиях их свободномолекулярного обтекания. Рассмотрены случаи, когда

поверхности составных частей КА имеют вид: гравитационная штанга – протяженный цилиндр, стабилизирующий груз – сфера, корпус КА – сфера, цилиндр, конус. Погрешность полученных формул в сравнении с исходными выражениями не превосходит нескольких процентов.

2. На примере КА "Сич-1М" показано, что полученные простые общие формулы аппроксимации аэродинамического момента вносят незначительные погрешности и приемлемы, по крайней мере, в первом приближении для исследования закономерностей динамики рассматриваемого класса КА.

3. Рассмотрена точность аппроксимации аэродинамического момента на основе использования общей формулы аэродинамического сопротивления, т.е. в предположении, что аэродинамическая сила равна произведению площади проекции КА на плоскость, перпендикулярную потоку, на постоянный коэффициент и на скоростной напор. Показано, что в рамках рассматриваемых задач такой подход позволяет осуществить оценку влияния аэродинамического момента на относительное движение КА.

1. *Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г.* Управление космическим летательным аппаратом. – М.: Машиностроение, 1964. – 402 с.
2. *Баранцев Р.Г., Цзжень-юй У.* Силы и моменты, действующие на тела вращения в свободно-молекулярном потоке // Вестник ленинградского университета. – 1961. – №13. – С.78 – 92.
3. *Басс В.П.* Модели и методы молекулярной газовой динамики и их применение в ракетно-космической технике // Техническая механика. – 2005. – №2. – С.106 – 119.
4. *Белецкий В.В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. – М.: Наука, 1965. – 416 с.
5. *Ковтуненко В.М., Камеко В.Ф., Яскевич Э.П.* Аэродинамика орбитальных космических аппаратов. – Киев: Наукова думка, 1977. – 156 с.
6. *Коган Н.М.* Динамика разреженного газа. – М.: Наука, 1967. – 440 с.
7. *Сарычев В.А.* Вопросы ориентации искусственных спутников // Итоги науки и техники: исследование космического пространства. Т.11. – М.: ВИНТИ, 1978. – 223 с.
8. *Шидловский В.П.* Введение в динамику разреженного газа. – М.: Наука, 1965. – 220 с.
9. *Frik M. A.* Attitude stability of satellites subjected to gravity gradient and aerodynamic torques // AIAA Journal. – 1970. – 8, №10. – P.1780 – 1785.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 11.02.08,
в окончательном варианте 12.03.08