

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АВТОНОМНОЙ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ПОДВЕСКИ СИДЕНЬЯ ВОДИТЕЛЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С ПРЯМЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ ВИБРОЗАЩИТНОГО МОДУЛЯ

Предложена нелинейная математическая модель автономной пневматической подвески сиденья водителя транспортного средства с прямым включением виброзащитного модуля. На основании этой модели определены упругая сила и сила демпфирования колебаний автономной виброзащитной системы. Методом численного интегрирования получены переходные процессы (свободные колебания), вызванные кратковременным приложением усилия на сжатие подвески и последующего снятия приложенного усилия. Получено не только качественное, но и количественное согласование теоретических и экспериментальных результатов изменений во времени основных параметров пневматической подвески.

The nonlinear mathematical model of an independent pneumatic suspension of the vehicle driver seat with direct inclusion of the vibroprotection module is proposed. On the basis of this model an elastic force and a force of independent vibroprotection system vibrations damping is defined. Transient processes (free vibrations) caused by the short-term action to the suspension compression and further force removal are obtained by the method of numerical integration. Not only qualitative but also quantitative correspondence of theoretical and experimental results of main pneumatic suspension parameters changes is obtained.

Виброзащитный модуль устанавливается в рычажно-шарнирный направляющий механизм подвески и обеспечивает прямую передачу нагрузки, обусловленной массой водителя, от опорной платформы кресла на опорное основание подвески. Ручной насос позволяет установить подвеску в рабочее положение и производить регулировку сиденья по высоте.

На рис. 1 представлен общий вид сбоку рычажно-шарнирного направляющего механизма подвески с установленным в нем виброзащитным модулем, а на рис. 2 – общий вид сверху (разрез по линии А-А рис. 1) с ручным насосом.

На рис. 3 представлена кинематическая схема пневматической подвески сиденья водителя транспортного средства. На схеме  $V_1$  – изменяемый объем, а  $V_2$  – постоянный объем подвески.

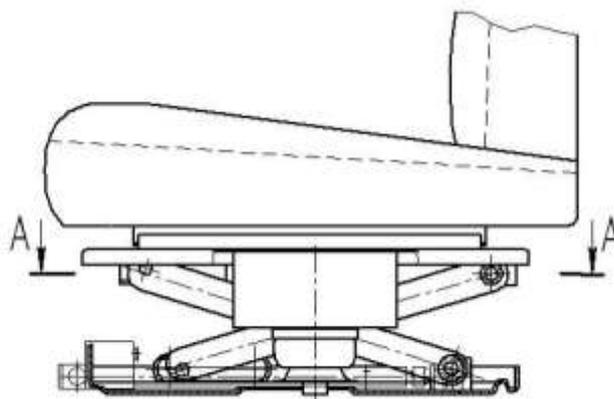


Рис. 1

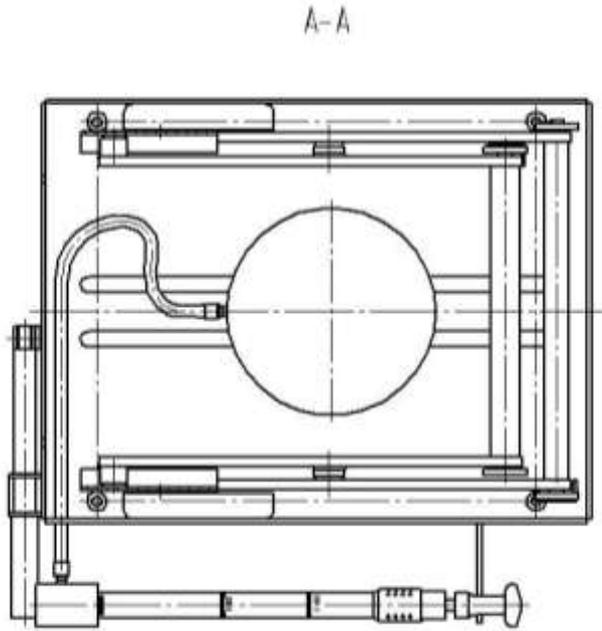


Рис. 2

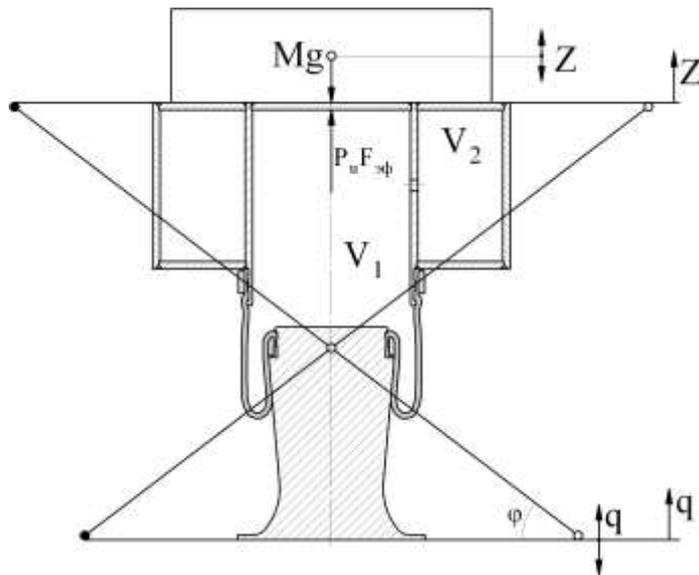


Рис. 3

Уравнение движения водителя на сиденье имеет вид:

$$M\ddot{Z} = P_{1e} F_{эф} - Mg - F_{од}, \quad (1)$$

где  $\ddot{Z}$  – ускорение поддресоренной массы,  $P_{1e}$  – избыточное давление в объеме  $V_1$ ,  $F_{эф}$  – эффективная площадь резинокордной оболочки,  $M$  – масса

водителя и подвижной части сиденья,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $F_{\text{тр}}$  – сила трения.

Избыточное давление в объеме  $V_1$  равно

$$P_{\text{ин}} = P_1 - P_a,$$

где  $P_1$  – абсолютное давление в объеме  $V_1$ ,  $P_a$  – давление окружающей среды.

Согласно закону сохранения массы газа в объемах  $V_1$  и  $V_2$  получим

$$\frac{dm_1}{dt} = -\dot{m}, \quad (2)$$

$$\frac{dm_2}{dt} = \dot{m}, \quad (3)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  – массы газа в объемах  $V_1$  и  $V_2$ ,  $\dot{m}$  – массовый расход газа из объема  $V_1$  в объем  $V_2$ .

Принимая во внимание, что  $m_1 = \rho_1 V_1$ ,  $m_2 = \rho_2 V_2$  и  $V_2 = \text{const}$ , уравнения (2), (3) запишем в виде

$$V_1 \frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \frac{dV_1}{dt} = -\dot{m}, \quad (4)$$

$$V_2 \frac{d\rho_2}{dt} = \dot{m}, \quad (5)$$

где  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  – плотности воздуха в объемах  $V_1$  и  $V_2$ .

Изменение объема  $V_1$  связано с относительным перемещением пневматической подвески

$$\frac{dV_1}{dt} = -F_{\text{эф}}(\dot{z} - \dot{q}) = -F_{\text{эф}}\dot{x}, \quad (6)$$

где  $x = z - q$  – относительное перемещение подвески,  $z$  – перемещение прорессоренной массы,  $q$  – амплитуда возмущающего воздействия.

Согласно политропическому процессу изменения состояния газа в объемах  $V_1$  и  $V_2$  получим

$$\frac{dP_1}{d\rho_1} = \frac{\chi P_1}{\rho_1}, \quad \frac{dP_2}{d\rho_2} = \frac{\chi P_2}{\rho_2}, \quad (7)$$

где  $\chi$  – показатель политропы.

С учетом соотношений (6), (7) уравнения (4), (5) можно записать в следующем виде:

$$\frac{V_1}{\chi P_1} \frac{dP_1}{dt} = -F_{\text{эф}}(\dot{z} - \dot{q}) - \frac{\dot{m}}{\rho_1}, \quad (8)$$

$$\frac{V_2}{\chi P_2} \frac{dP_2}{dt} = \frac{\dot{m}}{\rho_2}. \quad (9)$$

Плотности газа в объемах  $V_1$  и  $V_2$  при политропическом изменении состояния газа определяются по формулам

$$\rho_1 = \bar{\rho} \left( \frac{P_1}{\bar{P}} \right)^{1/\chi}, \quad (10)$$

$$\rho_2 = \bar{\rho} \left( \frac{P_2}{\bar{P}} \right)^{1/\chi}, \quad (11)$$

где  $\bar{P}$ ,  $\bar{\rho}$  – давление и плотность газа в положении статического равновесия.

В пневматической виброзащитной системе реализуется докритический режим течения через жиклер между объемами  $V_1$  и  $V_2$  (малые перепады давления).

При малых перепадах давления в режиме турбулентного течения массовый секундный расход газа из объема  $V_1$  в объем  $V_2$  может рассчитываться по формуле

$$\dot{m} = \mu F'_{\text{ж}} \sqrt{2\bar{\rho}(P_1 - P_2)} \text{ при } P_1 > P_2, \quad (12)$$

а расход газа из объема  $V_2$  в объем  $V_1$  – по формуле

$$\dot{m} = -\mu F''_{\text{ж}} \sqrt{2\bar{\rho}(P_2 - P_1)} \text{ при } P_2 > P_1, \quad (13)$$

где  $F'_{\text{ж}}$  – суммарная площадь проходных сечений жиклера и канала "диода",  $F''_{\text{ж}}$  – площадь проходного сечения жиклера,  $\mu$  – коэффициент расхода.

Если для демпфирования колебаний используется только жиклер между объемами  $V_1$  и  $V_2$ , то  $F'_{\text{ж}} = F''_{\text{ж}} = F_{\text{ж}}$ .

Уравнение движения водителя на сиденье (1) для относительного перемещения подвески  $x = z - q$  имеет вид:

$$M\ddot{x} = F_{y\delta}(P_1 - P_a) - Mg - M \cdot \ddot{q} - F_{\delta\delta}. \quad (14)$$

Силу трения  $F_{\delta\delta}$  и упругую силу, обусловленную силой трения, представим в следующем виде

$$F_{\delta\delta} = \bar{F}_{\delta\delta} th \frac{\dot{x}}{\Delta x \cdot \omega} + C_{\delta\delta} \cdot x, \quad (15)$$

где  $th \frac{\dot{x}}{\Delta x \cdot \omega}$  – учитывает изменение знака силы трения при сжатии и растяжении подвески, а  $\Delta x \cdot \omega$  учитывает коэффициент полноты рабочей диаграммы при определении работы сил внешнего трения;  $C_{\delta\delta}$  – жесткость подвески, обусловленная силами внешнего трения,  $\bar{F}_{\delta\delta}$  – сила трения в положении статического равновесия,  $\omega$  – угловая частота возмущающего воздействия.

Полная сила сопротивления виброзащитного модуля  $F$  с учетом силы трения направляющего устройства и  $F_{тр}$  согласно (15) равна

$$F = - [F_{y\delta}(P_1 - P_a) - Mg - F_{\delta\delta}].$$

Для определения рабочих диаграмм в плоскости параметров " $x-F$ " относительное перемещение  $x$  и скорость относительного перемещения запишем в виде  $x = |\bar{x}| \cdot \sin \omega t$ ,  $\dot{x} = \omega \cdot |\bar{x}| \cos \omega t$ .

Полученная система нелинейных уравнений позволяет определить упругую силу и силу демпфирования колебаний автономной виброзащитной системы. Это весьма важно для создания такой конструкции подвески, которой в мире еще не создано.

Зависимости эффективной площади резинокордовой оболочки (кривая 1) и объема  $V_1$  (кривая 2) от относительного перемещения представлены на рис. 4.

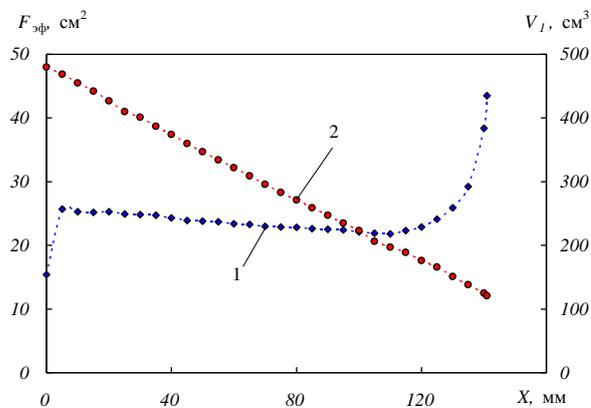


Рис. 4

Как следует из этого рисунка при  $x = x_{ном} = 70$  мм номинальные значения эффективной площади резинокордовой оболочки и объема  $V_1$  равны  $\bar{F}_{эфф} = 23 \text{ см}^2$ ,  $\bar{V}_1 = 296 \text{ см}^3$ . При нагрузке на сиденье  $Mg = 87,5$  кгс номинальное давление составляет  $\bar{P}_1 - P_a = 3,8$  ати, а объем  $V_2$  принят равным  $702 \text{ см}^3$ .

Рабочие диаграммы в плоскости параметров " $x-F$ " получены из решения указанной выше системы уравнений (8, 9) для различных значений амплитуды колебаний  $|\bar{x}|$  и частоты колебаний представлены на рис. 5 – 7. Диаграмма на рис. 5 соответствует значению  $|\bar{x}| = 10$  мм, на рис. 6 –  $|\bar{x}| = 20$  мм и на рис. 7 –  $|\bar{x}| = 30$  мм. Эти диаграммы получены при силе трения  $F_{тр} = 0$ .

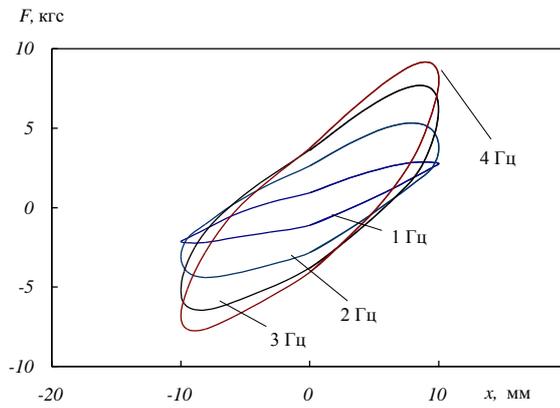


Рис. 5

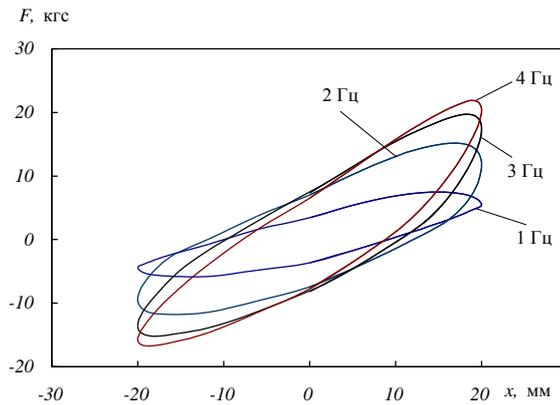


Рис. 6

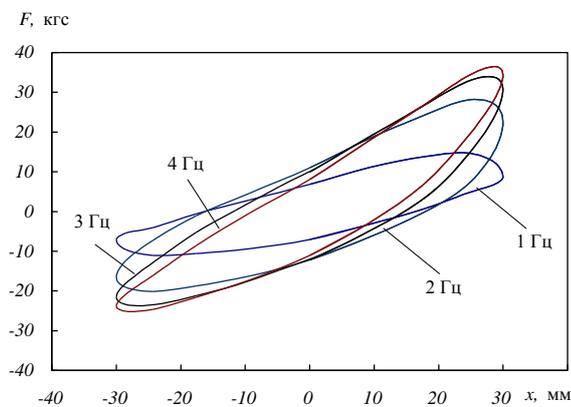


Рис. 7

Из указанных зависимостей следует, что жесткость виброзащитной системы увеличивается с увеличением частоты вынужденных колебаний и слабо зависит от амплитуды колебаний  $|\bar{x}|$  в диапазоне  $|\bar{x}|=10 - 30$  мм.

Площадь петли гистерезиса в диапазоне частоты колебаний  $f = 1 - 4$  Гц и амплитуды колебаний  $|\bar{x}|=10 - 30$  мм увеличивается, а следовательно, увеличивается работа демпфирующей силы.

В то же время демпфирующая сила  $F_d$  (рис. 8) при определенной скорости относительного перемещения достигает максимального значения, которое значительно увеличивается с увеличением амплитуды колебаний относительного перемещения. С дальнейшим увеличением скорости относительного перемещения демпфирующая сила уменьшается. Это замечательное свойство пневматической подвески сиденья водителя транспортного средства, так как позволяет при частотах возмущающих колебаний  $f > 1,41 f_0$  ( $f_0$  – частота собственных колебаний виброзащищаемой массы) значительно уменьшить динамические нагрузки на водителя транспортного средства. Кривая 1 на рис. 8 соответствует  $|\bar{x}| = 10$  мм; 2 –  $|\bar{x}| = 20$  мм; 3 –  $|\bar{x}| = 30$  мм.

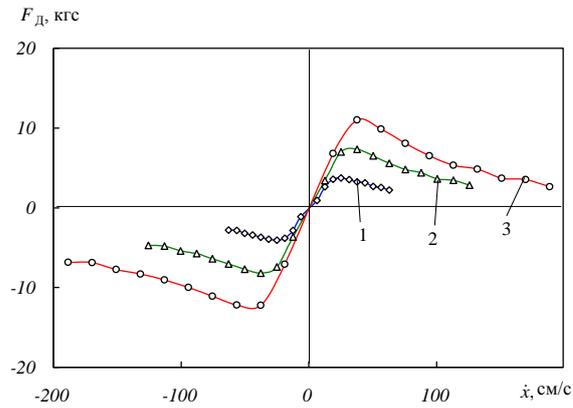


Рис. 8

Полученная система нелинейных уравнений (8, 9) позволяет перейти к анализу свободных колебаний автономной пневматической подвески сиденья водителя.

Свободные колебания пневматической подвески определялись путем кратковременного приложения усилия, которое обеспечивало практически полное сжатие подвески, и последующее снятие приложенного усилия. При этих испытаниях  $q = 0$ , а  $z = x$ .

Исходную систему нелинейных дифференциальных уравнений для расчета свободных колебаний пневматической подвески при единичном возмущении можно представить в следующем виде:

– уравнение движения водителя на сиденье (14) при единичном возмущении можно представить как

$$M\ddot{x} = (P_1 - P_a)F_{эф} - Mg - N - \bar{F}_{тр}th \frac{\dot{x}}{\Delta x_{00}} - C_{тр} \cdot x, \quad (16)$$

где кратковременное приложенное усилие на сжатие подвески сиденья  $N$  равно

$$N = \begin{cases} 0 & \text{и} \ddot{t} \leq 0,5 \text{ñ} \hat{e}; \\ K Mg \sin \frac{\pi}{t_0} (t - 0,5) & \text{и} \ddot{t} \in (0,5 < t < 0,5 + t_0); \\ 0 & \text{и} \ddot{t} > 0,5 + t_0, \end{cases} \quad (17)$$

где  $t_y$  – время действия кратковременного приложенного усилия,  $K$  – коэффициент, который выбирается из условия достижения практически полного сжатия подвески;

– уравнения для определения давлений в объемах  $V_1$  и  $V_2$  согласно (8, 9) с учетом принятого направления оси  $X$  при экспериментальном определении рабочих характеристик подвески запишем в виде

$$\frac{V_1}{\chi P_1} \frac{dP_1}{dt} = -F_{\text{эф}} \dot{x} - \frac{\dot{m}}{\rho_1},$$

$$\frac{V_2}{\chi P_2} \frac{dP_2}{dt} = \frac{\dot{m}}{\rho_2}.$$

Расход газа между объемами  $V_1$  и  $V_2$  рассчитывается по формулам (12, 13).

Плотности газа в объемах  $V_1$  и  $V_2$  определяются по формулам (10, 11).

Изменение объема  $V_1$  с учетом принятого направления оси  $X$  определяется по уравнению

$$\frac{dV_1}{dt} = F_{\text{эф}} \cdot \dot{x}.$$

Перемещение подвески  $X$  определяется численным интегрированием уравнения (16) и формулой

$$X = X_n - x,$$

$X_n$  – номинальное положение подвески.

Изменения во времени параметров переходного процесса  $\ddot{x}$ ,  $X$ ,  $P_{1и}$ ,  $P_{2и}$ , вызванного кратковременным усилием на сжатие близкие к экспериментальным, получены при значениях  $K = 0,6$  и  $t_y = 0,3$  сек.

Расчет переходных процессов параметров подвески, вызванных единичным возмущением силой  $N$ , проводился с использованием зависимости эффективной площади резинокордовой оболочки от относительного перемещения (рис. 4).

Расчеты проводились для различных номинальных положений подвески. Начальные значения параметров для этих номинальных положений при нагрузке  $Mg = 87,5$  кгс равны:

– при  $X_n = 20$  мм  $V_{1н} = 427$  см<sup>3</sup>,  $V_2 = 702$  см<sup>3</sup> = const,  $F_{\text{эфн}} = 25,3$  см<sup>2</sup>,

$P_{1и} = P_{2и} = 3,46$  ати;

– при  $X_n = 40$  мм  $V_{1н} = 374$  см<sup>3</sup>,  $F_{\text{эфн}} = 24,3$  см<sup>2</sup>,  $P_{1и} = P_{2и} = 3,6$  ати;

– при  $X_n = 70$  мм  $V_{1н} = 296$  см<sup>3</sup>,  $F_{\text{эфн}} = 23$  см<sup>2</sup>,  $P_{1и} = P_{2и} = 3,8$  ати;

– при  $X_n = 100$  мм  $V_{1н} = 223$  см<sup>3</sup>,  $F_{\text{эфн}} = 22,1$  см<sup>2</sup>,  $P_{1и} = P_{2и} = 3,96$  ати.

На рис. 9 и 10 представлены соответственно расчетные и экспериментальные переходные процессы, вызванные кратковременной приложенной

силой на сжатие (17) при  $X_n = 20$  мм. (Цифрами на этих рисунках обозначены кривые: 1 –  $X$ ; 2 –  $\ddot{x}$ ; 3 –  $p_1$ ; 4 –  $p_2$ ).

Из сопоставления приведенных зависимостей следует, что наблюдается не только качественное, но и количественное согласование изменений во времени основных параметров пневматической подвески при прямом включении виброзащитного модуля.

Такие же расчетные и экспериментальные переходные процессы для различных номинальных положений подвески ( $X_n = 40, 70, 100$  мм) представлены на рис. 11 – 16. (Цифровые обозначения те же, что и на рис. 9, 10).

Нижнему положению подвески соответствует  $X_n = 100$  мм.

С изменением положения подвески от  $X_n = 20$  мм до  $X_n = 100$  мм, как следует из результатов экспериментальных и теоретических исследований, представленных на указанных выше рисунках, наблюдаются следующие особенности изменения приведенных параметров подвески кресла водителя транспортного средства.

1. При расположении водителя в верхнем положении подвески ( $X_n = 20$  мм) при кратковременном приложении силы на сжатие подвеска сжимается до  $X = 120$  мм, при этом максимальное ускорение достигает  $9,5 \text{ м/с}^2$ , резко увеличивается давление в объеме  $V_1$ . Максимальное давление в объеме  $V_1$  существенно превышает максимальное давление в объеме  $V_2$ . При этом наблюдается фазовый сдвиг между изменениями давлений в объемах  $V_1$  и  $V_2$ . При растяжении подвески до  $X = 20$  мм давление в полости  $V_2$  больше давления в объеме  $V_1$ . Это обеспечивает практически апериодический переходный процесс по перемещению подвески  $X$ , что указывает на достаточное демпфирование колебаний при диаметре жиклера 2 мм и других выбранных конструктивных параметрах подвески (виброзащитного модуля).

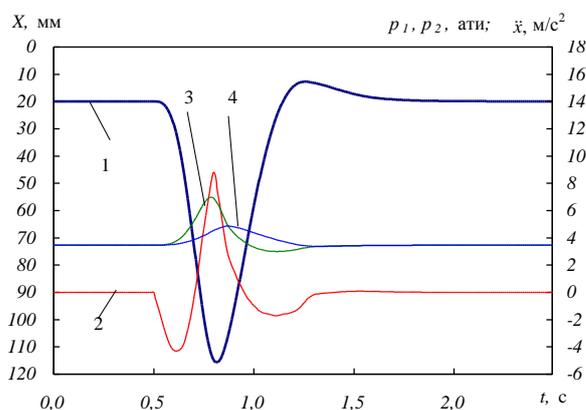


Рис. 9

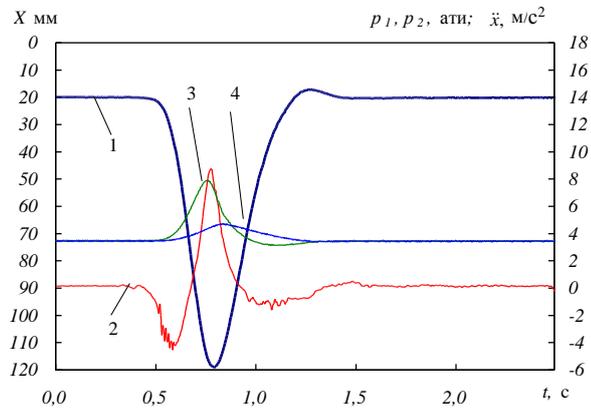


Рис. 10

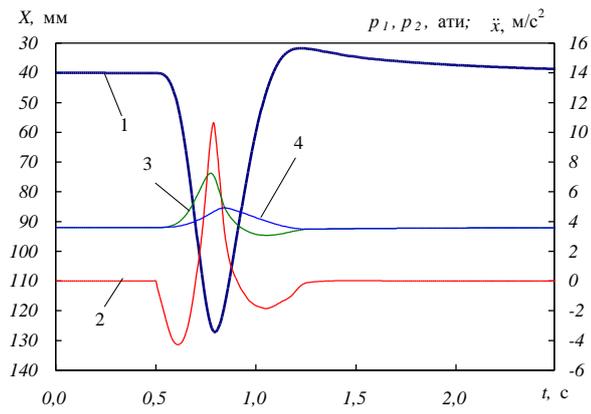


Рис. 11

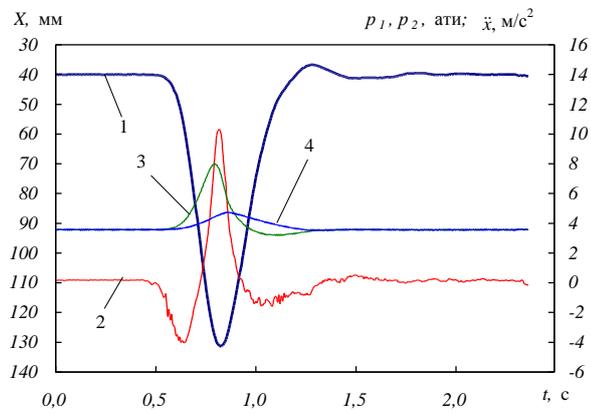


Рис. 12

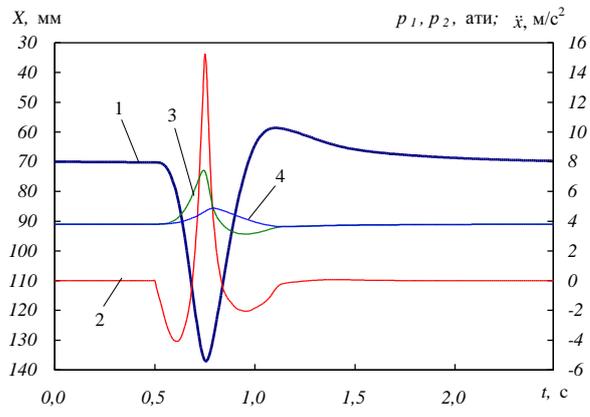


Рис. 13

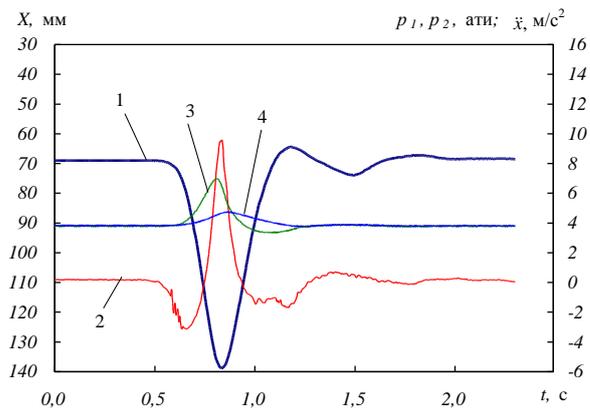


Рис. 14

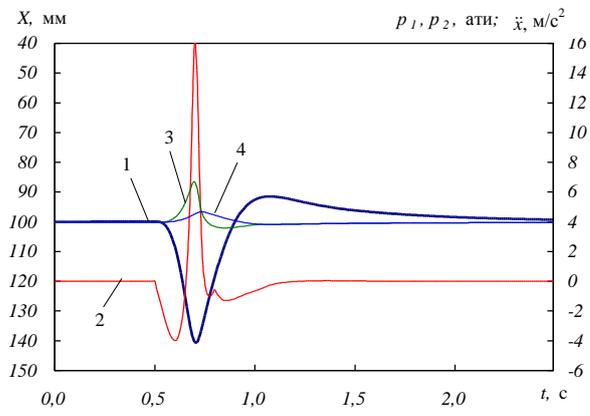


Рис. 15

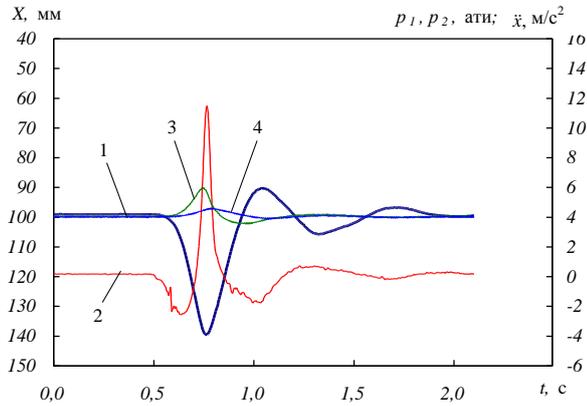


Рис. 16

2. С уменьшением высоты расположения подвески с 20 мм до 40 мм переходной процесс остается практически аperiodическим по перемещению  $X$ , а максимальное ударное ускорение достигает  $11,5 \text{ м/с}^2$ .

Закономерности изменения давления в объемах  $V_1$  и  $V_2$  такие же, как и при  $X_n = 20 \text{ мм}$  (см. рис.11, 12).

3. С дальнейшим уменьшением высоты расположения подвески с 40 мм до 100 мм наблюдается существенное увеличение ударного ускорения при  $X_n = 70 \text{ мм}$  до  $15 \text{ м/с}^2$ , а при  $X_n = 100 \text{ мм}$  до  $16 \text{ м/с}^2$ .

При этом переходной процесс по перемещению отличается от аperiodического, но значений коэффициентов аperiodичности ( $\xi_0$ ) достаточно для эффективного гашения колебаний, вызванных ударными нагрузками, для номинальных положений  $X_n = 70 \text{ мм}$  и  $X_n = 100 \text{ мм}$  (см. рис. 13, 14 и рис. 15, 16).

4. Наблюдается, в основном, удовлетворительное согласование теоретических и экспериментальных переходных процессов для различных положений подвески. В то же время следует отметить, что несколько большее расхождение теоретических и экспериментальных результатов наблюдается с уменьшением высоты расположения подвески сиденья.

1. Дербаремдикер А.Д. Амортизаторы транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1985. – 200 с.
2. Рампель Й. Шасси автомобиля. Элементы подвески. – М.: Машиностроение, 1987. – 288 с.
3. Пилипенко М.В. Определение основных свойств пневматической подвески // Техническая механика. – 2006. – №1. – С. 171 – 185.
4. Пилипенко М.В., Пайдем Р.А. Методика определения основных свойств пневматической подвески по результатам статических испытаний // Техническая механика. – 2005. – №2. – С. 147 – 157.
5. Пилипенко М.В. Методика определения профиля плунжера пневматической подвески // Техническая механика. – 2006. – №2. – С. 158 – 166.

Институт технической механики  
НАН Украины и НКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 31.03.08,  
в окончательном варианте 14.04.08