УДК 517.538.72

В.Ф. ПОЖИДАЕВ, Д.Н. МАРЧЕНКО, П.В. МЕЛЬНИК

ФРАКТАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЧАСТИЦ ИЗНОСА

Приведены экспериментальные результаты по исследованию фрактальности отделяющихся частиц износа поликристаллической меди при сухом трении ее по стали. На основе этих данных рассмотрены особенности образования трещин при трении.

Приведені експериментальні результати по дослідженню фрактальності частинок зносу полікристалічної міді, що відділяються, при сухому терті її по сталі. На основі цих даних розглянуті особливості утворення тріщин при терті.

Experimental results on research of fractality of separated wear particles of polycrystal copper with a dry friction on steel are presented. Based on these data, the special features of formation of cracks with friction are considered.

Постановка задачи

Детальное исследование изнашивания представляет большой научный и практический интерес. Однако отсутствие доступа к поверхностям контакта в процессе изнашивания существенно ограничивает возможности непосредственного изучения поверхностного разрушения.

Единственно доступными материальными объектами, по которым можно судить о процессе разрушения поверхности непосредственно в процессе трения, являются частицы износа.

Частицы износа образуются в результате объединения разных типов приповерхностных трещин. Поэтому поверхность частицы износа является поверхностью разрушения и ее исследование может дать богатую экспериментальную информацию о развитии разрушения. Очевидно, что гранулометрический состав поверхностного слоя измельчаемого в процессе трения материала в значительной мере определяет динамику износа соприкасающихся поверхностей.

Целью настоящей работы являлось изучение закономерностей измельчения частиц твердой фазы, возникающих при сухом трении в трибологических системах.

Решение задачи

Поскольку, кроме двух контактирующих поверхностей, существенную роль в процессе трения играет статистическая совокупность измельченных зерен их материала, необходимо найти теоретическим путем закон распределения по крупности частиц, образованных в процессе самоизмельчения. Эта структура всегда присутствует в промежуточном слое между соприкасающимися поверхностями. Она может, в зависимости от условий эксплуатации, играть роль дополнительного абразива или, в сочетании со специально подобранным смазочным материалом, выступать в роли «третьего тела», которое, наоборот, способно препятствовать дополнительному разрушению. В этом случае продолжающегося процесса откола микрочастиц, пополняющих так называемое «третье тело», запускается механизм самовосстановления, который обеспечивается диффузией молекул вещества назад, в материал поверхностей трения. Таким образом, два одновременно протекающих процесса, диффузии трещин и протекающей в противоположном направлении диффузии вещества, обеспечивают такую самоорганизацию массопереноса вещества в слое контакта, которая способна поддерживать процесс самовосстановления достаточно долго.

Для теоретического анализа закономерностей процессов разрушения и формирования функции распределения частиц по размерам необходимо использование методов статистического моделирования механических смесей. Суть статистического моделирования заключается в описании совокупных характеристик ансамбля частиц и в установлении связи этих характеристик с законами распределения индивидуальных свойств частиц.

Рассмотрим механическую смесь. Каждый элемент этой смеси состоит из частиц, каждая из которых имеет следующие характеристики: x_i – крупность, y_i – плотность (удельный вес), k_{2i}, k_{3i} – коэффициенты формы, относящиеся к поверхности и объему соответственно. Это значит, что $S = k_{2i}x_i^2$, $V = k_{3i}x_i^3$. Допустим, что с точки зрения механической смеси, описанная четверка параметров x_i, y_i, k_{2i}, k_{3i} характеризует данную частицу. Если этого недостаточно, то их количество может быть и больше, чем четыре. Так, например, в качестве параметров могут быть рассмотрены электрическая или магнитная проницаемость и вообще любые параметры, которые необходимо знать для описания некоторого технологического процесса.

Допустим, что мы будем рассматривать только массу, объем и поверхность. С этой точки зрения можно рассмотреть совокупные характеристики M, V и S. Если x_i, y_i, k_{2i}, k_{3i} – индивидуальные характеристики частиц, описывающие некоторую частицу, то совокупные характеристики частиц T_1, T_2, T_3, … описывают механическую смесь в целом. Например, это совокупная масса всех частиц M, совокупный объем V, совокупная поверхность S, общее число частиц N, суммарная магнитная или электрическая проницаемость и т.д.

Из множества совокупных характеристик всегда можно выделить подмножество. Например, рассмотрим объем V и поверхность S. Назовем две смеси VS-эквивалентными, если совокупные характеристики поверхности и объема у одной и другой смеси совпадают. В этом смысле мы можем утверждать, что смеси разбиваются на классы эквивалентности. Например, это класс V-эквивалентности с совпадающим совокупным объемом, S-эквивалентности с совпадающей совокупной поверхностью, M-эквивалентности с совпадающей совокупной массой, VS - эквивалентности с совпадающими совокупными объемом и поверхностью, MVS-эквивалентности с совпадающими совокупными массой, объемом и поверхностью и т.д. Нами доказано, что имеет смысл рассматривать только MVS-эквивалентности.

Допустим, рассматривается некоторый класс эквивалентности $T_1\,T_2\,T_3$. Пусть в этом классе эквивалентности существует произвольная механическая смесь, которая состоит из частиц, не отличимых друг от друга, т.е. индивидуальные характеристики частиц, входящих в эту смесь, одинаковы. Тогда эти характеристики мы назовем представительными для всего класса эквивалентности. Точнее, мы назовем их средними характеристиками класса эквивалентности. Это такие средние, которые сохраняют данные фиксированные совокупные характеристики.

Тогда, если рассматривать только V-эквивалентность, легко видеть, что в этом классе будет бесконечно много простейших смесей, которые состоят из частиц одного и того же объема. Однозначно средние в данном случае определить невозможно. Следовательно, класс V-эквивалентности является неопределенным. То же самое можно сказать и про VS-, и MV-эквивалентность.

Если рассмотреть класс эквивалентности $VMSN$, то легко видеть, что данный класс переопределен. В таком классе эквивалентности не содержится простейшей смеси. Таким образом, понятие среднего для таких классов отсутствует.

Нами доказано, что единственный класс, который является однозначно определенным, – это класс MVS-эквивалентности. Исходя из этого, можно определять простейшую смесь и определять среднее такое, которое сохраняет совокупные характеристики. Для задач истирания, разрушения, очевидно, что объем частиц, их суммарная поверхность определяют контакт между частицами и контакт между трущимися поверхностями. Масса отколовшихся частиц также несет необходимую информацию. Естественно, что мы должны требовать их сохранения при моделировании. Поэтому средние характеристики для нас существенны. В частности, нас будет интересовать распределение частиц по размерам как случайных величин и некоторые средние характеристики, сохраняющие совокупные.

Также доказано, что если есть некоторая механическая смесь (ансамбль этих частиц), то подсчет среднего x_{MVS} задается очень простой формулой

$$x_{MVS} = \frac{\sum x_i^3}{\sum x_i^2}.$$

Она не является конструктивной в том смысле, что практически невозможно получить информацию о каждой частице, входящей в смесь. Нас будут интересовать частицы, крупность которых как угодно близка к нулю. А. Н. Колмогоровым доказана теорема о том, что независимо от способа измельчения частиц закон распределения по их крупности в пределе стремится к логарифмическому нормальному закону.

Логарифмический нормальный закон имеет различные представления. Мы будем пользоваться таким:

$$F(x) = \Phi\left(\frac{1}{\sigma}\ln\frac{x}{\mu}\right),$$

где x – случайная величина, размер частицы, μ – определяет моду распределения. Для тонкозернистых смесей мода распределения очень близко располагается к нулю. Пик распределения также расположен очень близко к нулю.

Для очень мелких классов частиц проводится седиментационный анализ: по скоростям осаждения частиц твердой фазы в специально созданных суспензиях определяют долю частиц тех или иных классов в общей совокупности смеси. Однако при проведении таких экспериментов возможно, что пик распределения наблюдаться не будет ввиду его близости к нулю. Первоначально считали, что распределение по крупности частиц подчиняется закону Вейбулла. Однако показано, что при $x \to 0$ закон Вейбулла как угодно близко приближается к логарифмическому нормальному закону. Тем не менее, строго здесь «работает» логарифмический нормальный закон. Он характеризуется двумя параметрами: μ и σ. μ – мода распределения, σ^2 – дисперсия $\ln\frac{x}{\mu}$, т.е. $\frac{x}{\mu}$ – безразмерная величина, а логарифм как преобразованная случайная величина имеет некоторую дисперсию.

Рассмотрим средний размер класса и параметры логарифмического нормального закона. Покажем, что межу ними существует связь. Для этого были проведены численные эксперименты. При помощи программы по заданному распределению был получен массив чисел наперед заданного объема. Объем выборок составлял $N = 10000$. Это достаточно представительная выборка с точки зрения проверки гипотез, т.е. репрезентативность обеспечивалась в начале проведения численных экспериментов.

Смысл их в следующем: по заданным значениям μ и σ мы получали выборку и из нее среднее, сохраняющее MVS. Затем смотрели, как это среднее меняется в зависимости от изменений μ и σ. Параллельно теоретически нами было показано, что величина x_{MVS}, которая пропорциональна дроби $\frac{V}{S}$, является функцией с разделяющимися переменными, т.е. это есть произведение некоторой функции от μ на некоторую функцию от σ. Более того, это просто

$$x_{MVS} = \mu f(\sigma).$$

Таким образом, чтобы найти связь между x_{MVS} и параметрами логарифмического нормального закона, нужно найти некоторую функцию $f(\sigma)$. Построенный по экспериментам график $f(\sigma)$ позволяет получить достаточно простую аппроксимацию данной величины.

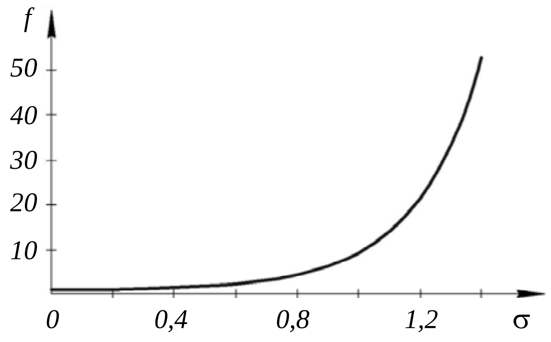

Рис. 1

Эта функция достаточно проста

$$f(\sigma) = \frac{e^{2,5\sigma^2}}{1+\sigma^{1,69}e^{3,35\sigma-4,56}}.$$

Как видно из рисунка 1, где представлен график функции $f(\sigma)$ и ее аппроксимация, результат очень точен.

Далее для каждого значения сигма повторяли результаты первого эксперимента. Очевидно, что если повторить численный эксперимент, т.е. сформировать еще одну выборку, содержащую 10000 элементов и те же μ и σ, то мы получим смесь, состоящую из частиц других размеров. При обработке выборок $f(\sigma)$ из разных экспериментов не совпадут. Поэтому в каждом сечении было произведено по 30 экспериментов. Т.е. в каждом сечении $f(\sigma)$ мы получали случайную величину на графике. Затем по этим данным находили функцию распределения значений f при фиксированном σ.

Было доказано, что закон распределения внутри каждого сечения равномерный. Это доказано статистически, т.е. гипотеза об этом не отвергается. Из этого следует, что при проведении сколь угодно большого числа дублирующих друг друга экспериментов, в качестве представительного значения $f(\sigma)$ мы должны выбрать среднее арифметическое. Это повлияло на подбор окончательных параметров функции $f(\sigma)$. Тем самым, зная параметры μ и σ, мы смогли получить выражение для среднего x_{MVS}. Необходимо обратить внимание на то, что если из физических соображений мы знаем, какой характерный размер имеет совокупность отколовшихся частиц в результате каких-то разрушений, то тем самым параметры μ и σ связаны между собой некоторым уравнением. Из литературных источников известны реальные значения характерных размеров частиц, которые мы можем в дальнейшем использовать для соответствующих расчетов.

До аналитического вывода средних значений размеров класса, мы поставили задачу физического содержания: определение среднего, которое вытекает из законов сохранения совокупных характеристик. Т.е. для определения среднего не берется какое-либо известное среднее такое, например, как среднее арифметическое, а ставится задача о физическом смысле среднего, а потом находится это среднее, удовлетворяющее требуемым условиям.

Если произвольная функция распределения задана, то она порождает бесконечную совокупность моментов. Начальные моменты целого порядка $\nu_1, \nu_2, ..., \nu_k$

$$\nu_k = \int x^k dF(x).$$

Совокупность моментов однозначно определяет функцию распределения и наоборот. Какова связь величины x_{MVS} с этими моментами?

Пусть есть функция $\nu(k) = \nu_k^{\frac{1}{k}}$. Эта величина имеет ту же размерность, что и величина x. Оказывается что если $k_1 < k_2$, то и $\nu(k_1) < \nu(k_2)$. Т.е. $\nu(k) = \nu_k^{\frac{1}{k}}$ определена не только для целых k, но и для любых вообще $k \in (-\infty; +\infty)$ и она монотонно возрастающая. Определим, какому k соответствует x_{MVS}. Эта задача решена следующим образом. Были найдены μ и σ. И для каждого численного эксперимента с μ и σ подбиралось такое k, при котором $\nu(k) = \nu_k^{\frac{1}{k}}$ наименее уклонялось бы от x_{MVS}. Подбиралась такая функция, зависящая от σ, которая соответствовала бы поставленным условиям.

$k(\sigma)$ методологически находилось тем же способом. Для каждого значения σ 30 раз дублировались выборки, находили закон распределения. Была найдена точная нижняя граница для k. Оказалось, что это $k \geq 5$. При возрастании неоднородности σ, k также возрастает. Закон изменения $k(\sigma)$ показан на рисунке 2 (по оси абсцисс – σ; по оси ординат – $\overline{k}$).

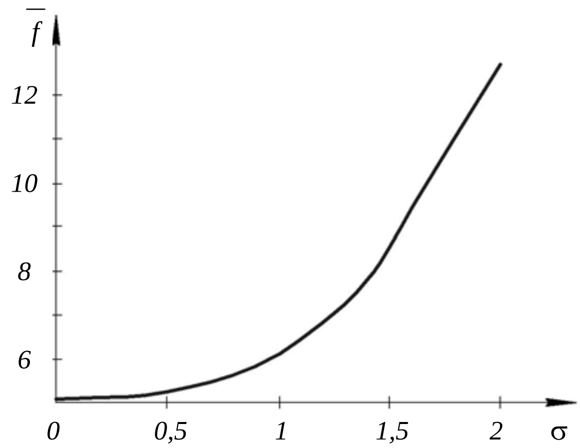

Рис. 2

Обработка экспериментальных данных была проведена аналогично предыдущей.

Доказано, что известные средние (арифметическое, геометрическое и т.д.) размеров зерен не имеют отношения к физическому смыслу среднего. Показано, что порядок средних должен быть не менее 5. В явном виде можно получить значение x_{MVS} от параметров μ и σ. Показана связь параметров μ и σ через эквивалентный размер смеси частиц, определяющийся из физических посылок. Этот размер, возможно, определяет степень абразивности, интенсивность разрушения. Вопрос будет рассматриваться в дальнейшем. Следует заметить, что сами значения μ и σ этим уравнением не определяются. Нужна дополнительная информация, позволяющая однозначно находить параметры μ и σ. Оказалось, что этот вопрос может быть теоретически решен.

Рассмотрим частицы, которые образовались в результате разрушения поверхностного слоя. К настоящему времени известно, что поверхности разрушения фрактальны [1], т. е. соответствующие геометрические элементы имеют дробную размерность поверхности или длины. Они образуют некоторую смесь, которая подчиняется некоторому закону распределения (логарифмический нормальный закон). Смесь оставляет следы на поверхности. В тех местах, где появились отколовшиеся частицы, в сечении, перпендикулярном плоскости истирания, можно обнаружить изрезанную «картину». Известно, что эта «картина» обладает свойством фрактальности. Фрактальная размерность сечения, перпендикулярного плоскости истирания, на наш взгляд не представляет практического интереса. Знание этой размерности не позволяет нам предложить нечто конструктивное. Мы считаем, что к этому должен быть другой подход.

Рассмотрим поверхность, полученную в результате откалывания частиц. Она образует некоторую пористую структуру с микротрещинами. Если считать, что совокупная поверхность S эквивалентна или, по крайней мере, пропорциональна поверхности отколовшихся частиц, то, как показано выше, задавшись параметрами μ и σ, можно определить суммарную поверхность отколовшихся частиц. Для любых заданных параметров μ и σ возможно вычислить интеграл

$$\int_{\varepsilon}^{\infty} x^2 dF(x) \sim S \, .$$

Если нас интересует фрактальная размерность, то эту поверхность достаточно рассмотреть с точностью до коэффициента пропорциональности. Аналогично построению кривых Ричардсона, интеграл зависит от нижнего предела интегрирования ε. ε – степень масштабирования (разрешающая возможность микроскопа), точность, с которой мы можем измерить выпуклости, впадины и т.д. Следовательно, поверхность $S = S(\varepsilon)$ является функцией от нижнего предела. С этой точки зрения мы должны также, как и в кривых Ричардсона, построить $S = S(\varepsilon)$ в двойных логарифмических координатах: по оси абсцисс $\ln \varepsilon$, по оси ординат $\ln S(\varepsilon)$. Причем коэффициент пропорциональности нас не интересует, так как при скейлинговых преобразованиях тангенс угла наклона и характер кривой не меняется, а фрактальная размерность определяется тангенсом угла наклона. На рисунке показан точный график зависимости $S = S(\varepsilon)$, представленный в двойных логарифмических координатах. Это кривая, имеющая выпуклость вверх, которая очень близко прилегает к прямой, т.е. она аппроксимируется прямой. По этому графику можно получить точную верхнюю оценку. Как оказалось, эта точная верхняя оценка не может быть улучшена. Т.е. она строго показывает, что может служить точной верхней оценкой для величины $S = S(\varepsilon)$. Т.е. для каждого ε функция $S = S(\varepsilon)$ не может быть выше полученной прямой линии. Величина фрактальной размерности оказалась близкой к величине 2,64 в рассматриваемых численных экспериментах. Это согласуется с физическим смыслом. Предположим, что выбран некоторый способ определения фрактальной размерности по результатам лабораторного анализа шлифа или образца металла. Это принципиально дает нам второе уравнение типа $S(\varepsilon) = S_D \delta^{2-D}$ (D – фрактальная размерность), связывающее μ и σ. Фрактальная размерность – это обобщающая характеристика способа разрушения, нагружения и смазки и т.д., которая должна определять в результате некую глобальную характеристику. Например, в данном случае фрактальная размерность характеризует особенность структуры отколовшихся частиц. Два этих уравнения образуют систему, содержащую два неизвестных параметра μ и σ.

Естественно, что фрактальная размерность получена с некоторой погрешностью, однако это касается любых данных, полученных при помощи эксперимента. Данная система получена корректным способом и может быть решена. Тем самым получен способ определения параметров функции распределения частиц по размерам при разрушении в процессе эксплуатации в поверхностном слое металла. Таким образом, в результате проведенных исследований теоретически получен метод построения параметров распределения, при котором объем экспериментальных исследований доведен до минимально возможно и доведен до стоимости, которую нельзя уменьшить.

Выводы

Трибологический контакт – это открытая диссипативная структура, описываемая нелинейными дифференциальными уравнениями. Фрактальная размерность сечений может дать важную информацию о механизмах процесса трещинообразования в микроскопических окрестностях точек наблюдения в моменты времени, непосредственно предшествующие отделению частицы.

Необходимо исследовать фрактальную структуру не сечений, перпендикулярных плоскости контакта, а всей совокупности сечений, сканирование которых позволяет определить свойства контактирующих поверхностей со своими особенностями «рельефа».

1. *Mandelbrot B. B. / Mandelbrot B. B., Passoja D. E., Paullay A. J.* // Nature. – 1984. – V. 308, N 5961. – P. 721 – 722.

Восточноукраинский
национальный университет
имени Владимира Даля,
Луганск

Получено 05.04.10,
в окончательном варианте 11.05.10