

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА К ВАРИАЦИЯМ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

Сформулирована задача исследования параметрической чувствительности целевого функционала, характеризующего качество проектирования ракеты-носителя (РН), к отклонениям проектных параметров от номинальных значений. Оценено влияние вариаций проектных параметров на целевой функционал, определены диапазоны, в которых вариации исследуемых параметров не оказывают существенного влияния на эффективность выполнения целевой задачи. Классификация проектных параметров по степени их влияния на целевой функционал может быть использована при разработке эффективных методов оптимизации для решения задач начального этапа проектирования РН.

Сформульовано завдання дослідження параметричної чутливості цільового функціонала, який характеризує якість проектування ракети-носія (РН), щодо відхилень проектних параметрів від номінальних значень. Оцінено вплив варіацій проектних параметрів на цільовий функціонал, визначені діапазони, у яких варіації параметрів, що досліджуються, роблять істотний вплив на ефективність виконання цільового завдання. Класифікація проектних параметрів в залежності від їхнього впливу на цільовий функціонал може бути використана при розробці ефективних методів оптимізації для рішення завдань початкового етапу проектування РН.

The problem of studies on a parametric sensitivity of the criterion functional characterizing the design quality of the launch vehicle (LV) to project parameters deviation from nominal values is formulated. The influence of design parameters variations on the criterion functional is evaluated. Ranges in which variations in parameters under consideration do not exert considerable influence on the efficiency of the desired problem realization are determined. Classification of design parameters according to their influence on the criterion functional can be used to develop efficient methods of optimization for solution of problems of an initial phase of the LV design.

**Введение.** Проектирование, разработка и создание ракет-носителей (РН) связаны с большими затратами людских, материальных, финансовых и технических ресурсов. Необходимость учета этих факторов при проектировании предъявляет повышенные требования к качеству принимаемых проектных решений. Следует отметить, что неверные (нерациональные) проектные решения, принятые на начальном этапе проектирования РН, приводят в конечном итоге к снижению эффективности выполнения целевых задач, росту затрат на разработку и изготовление РН, увеличению сроков ее создания. С учетом выше изложенного, на начальном этапе проектирования является целесообразным проведение исследований чувствительности показателей эффективности, в частности целевого функционала, характеризующего качество проектирования РН, к вариациям проектных параметров. Такие исследования позволяют оценить влияние на эффективность выполнения конкретных целевых задач неизбежных при изготовлении РН погрешностей в реализации проектных параметров, а с другой стороны, – обеспечивают проектанта дополнительной информацией, используемой при принятии рационального проектного решения.

Под чувствительностью понимается [1] оценка способности исследуемого объекта (в рассматриваемом случае целевого функционала) реагировать определенным образом на малое воздействие (вариации проектных параметров относительно номинальных значений), а также количественная характеристика этой способности.

На начальном этапе проектирования РН целесообразно использовать математический аппарат теории параметрической чувствительности (чувствительность объекта к отклонениям параметров его основных частей от номинальных значений основных характеристик объекта), который собственно и

позволяет оценить чувствительность целевого функционала к вариациям проектных параметров.

При исследовании параметрической чувствительности вариации проектных параметров обычно известны с точностью до принадлежности к определенному классу, в частности, ограничены по модулю, что является характерным для начального этапа проектирования РН. Практический интерес при этом представляет определение допустимых диапазонов, вариации исследуемых параметров внутри которых не оказывают существенного влияния на эффективность выполнения конкретной целевой задачи.

**Постановка задачи.** В качестве целевого функционала, как одного из наиболее емких критериев, характеризующих эффективность РН, выбрана масса выводимого на требуемую орбиту полезного груза  $m_{nz} = m_{nz}(\bar{p})$ , которая зависит от вектора проектных параметров  $\bar{p} = (p_j), j = \overline{1, n}$ , оценка влияния вариаций которого на ее значение и является предметом дальнейших исследований.

В качестве компонент вектора  $\bar{p}$  далее рассматриваются: коэффициенты начальных тяговооруженностей  $i$ -х ступеней РН  $v_{ni}$ , относительные конечные массы ступеней  $\mu_{ki}$ , давления в камерах сгорания  $P_{ksi}^{MD}, P_{ksi}^{RD}$ , диаметры срезов  $D_{ai}^{MD}, D_{ai}^{RD}$ , а также углы полураствора на срезах сопел  $\beta_{ai}^{MD}, \beta_{ai}^{RD}$  маршевых (индекс «MD») и рулевых (индекс «RD») двигателей, соответственно.

Проектные параметры  $v_{ni}$  и  $\mu_{ki}$  определяются известными соотношениями [2 – 4]:

$$v_{ni} = \frac{m_{0i} \cdot g_0}{P_{\Sigma i}}, \quad \mu_{ki} = \frac{m_{ki}}{m_{0i}}, \quad (1)$$

где  $m_{0i}$  и  $m_{ki}$  – начальная и конечная массы  $i$ -й ступени РН, кг;  $g_0$  – ускорение свободного падения у поверхности Земли, м/с<sup>2</sup>;  $P_{\Sigma i}$  – суммарная тяга в пустоте маршевого и рулевых двигателей  $i$ -й ступени РН после выхода на основной режим работы, Н.

Исследование параметрической чувствительности целевого функционала проводится в предположении малости отклонения вектора  $\bar{p}$  от номинального значения  $\bar{p}_{nom}$ , что дает возможность использовать для оценки чувствительности первые производные целевого функционала  $m_{nz} = m_{nz}(\bar{p})$  по проектным параметрам  $p_j$  в окрестности номинальной точки

$$\Delta m_{nz} = (m_{nz} - m_{nz}^{nom}) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial m_{nz}}{\partial p_j} \cdot \Delta p_j, \quad (2)$$

где  $\Delta m_{nz}$  – реакция целевого функционала на отклонения (вариации) проектных параметров  $\Delta p_j, j = \overline{1, n}$  от номинальных значений;  $m_{nz}^{nom}$  – масса полезного груза, выводимого РН на орбиту при номинальном значении вектора проектных параметров  $\bar{p}_{nom}$ .

Максимально возможная реакция  $\Delta m_{nz}^{\max}$  целевого функционала на отклонения проектных параметров от номинальных значений определится соотношением

$$\Delta m_{nz}^{\max} = \left| m_{nz} - m_{nz}^{nom} \right| = \sum_{j=1}^n \left| \frac{\partial m_{nz}}{\partial p_j} \right| \cdot |\Delta p_j|. \quad (3)$$

Если предположить, что  $\Delta m_{nz}^{\max}$  – максимально допустимое отклонение выводимой массы полезного груза от номинального значения, то, задаваясь конкретной величиной  $\Delta m_{nz}^{\max}$  и используя математический аппарат теории параметрической чувствительности, можно определить требования к точности реализации проектных параметров на конкретном варианте РН и допустимый диапазон их изменения.

Влияние вариации проектного параметра  $p_j$  (с использованием принципа равноправности его воздействия на целевой функционал [5]) и ее допустимое значение  $\Delta p_j$  определяются соотношениями:

$$\Delta m_{nz j} = \frac{\Delta m_{nz}^{\max}}{n} = \left| \frac{\partial m_{nz}}{\partial p_j} \right| \cdot |\Delta p_j|, \quad (4)$$

$$\Delta p_j = \frac{\Delta m_{nz j}}{\left| \frac{\partial m_{nz}}{\partial p_j} \right|}. \quad (5)$$

Нижняя  $p_j^n$  и верхняя  $p_j^v$  границы допустимого диапазона изменения проектного параметра  $p_j$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} p_j^n &= p_{nom j} - \Delta p_j, \\ p_j^v &= p_{nom j} + \Delta p_j. \end{aligned} \quad (6)$$

Входящие в (2) – (5) значения частных производных определяются численным дифференцированием с использованием алгоритма, реализующего расчет целевого функционала на ПЭВМ [4]. При вычислении частной производной в номинальной точке используется параболическая аппроксимация сечения функциональной поверхности в направлении изменения проектного параметра  $p_j$

$$m_{nz}(p_j) = \sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_j^i, \quad (7)$$

где коэффициенты  $A_i$  определяются в результате решения линейной относительно коэффициентов  $A_i$  системы уравнений:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_{1j}^i &= m_{nz}(p_{1j}), \\
\sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_{nomj}^i &= m_{nz}^{nom}, \\
\sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_{2j}^i &= m_{nz}(p_{2j}).
\end{aligned} \tag{8}$$

Здесь  $p_{1j}$ ,  $p_{nomj}$ ,  $p_{2j}$  – значения  $j$ -го проектного параметра, при которых вычислены, соответственно, значения целевого функционала  $m_{nz}$ .

Частная производная целевого функционала по  $j$ -му проектному параметру, при полученных в результате решения системы уравнений (8) коэффициентах, определяется соотношением

$$\frac{\partial m_{nz}}{\partial p_j} = A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot p_{nomj}. \tag{9}$$

Если номинальное значение  $j$ -го параметра находится в окрестности оптимальной точки, то есть в рассматриваемом случае (при максимизации целевого функционала) выполняется условие

$$m_{nz}(p_{1j}) < m_{nz}^{nom} > m_{nz}(p_{2j}), \tag{10}$$

допустимый диапазон изменения проектного параметра  $p_j$  определяется в результате решения квадратного уравнения

$$\sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_j^i = m_{nz}^{nom} - \Delta m_{nzj}. \tag{11}$$

При этом нижней границе  $p_j^n$  допустимого диапазона изменения параметра  $p_j$  будет соответствовать меньший, а верхней границе  $p_j^v$  – больший корень уравнения (11). Допустимая вариация параметра  $p_j$  выбирается наименьшей из следующих соотношений:

$$\begin{aligned}
\Delta p_{j1} &= p_{nomj} - p_j^n, \\
\Delta p_{j2} &= p_j^v - p_{nomj}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Если условие (10) не выполняется, то дважды решается уравнение (11) (один раз со знаком «+», а второй раз со знаком «-» в правой части). Для каждого решения из двух корней уравнения выбирается физически корректный корень (наиболее близкий к номинальному значению проектного параметра). Выбранные таким образом корни уравнения (11) определяют нижнюю и верхнюю границы диапазона изменения проектного параметра  $p_j$ , а допустимая вариация параметра  $p_j$  выбирается наименьшей из соотношений (12).

Предложенный подход к определению допустимых вариаций проектных параметров и диапазонов их изменения позволяет учесть нелинейную зави-

симось целевого функционала от вектора  $\bar{p}$  и является более корректным, чем использование соотношений (5), (6).

В соответствии с (1), проектные параметры РН  $v_{ni}$  и  $\mu_{ki}$  зависят от стартовых  $m_{0i}$  и конечных  $m_{ki}$  масс  $i$ -х ступеней РН, а также от суммарных тяг в пустоте маршевых и рулевых двигателей. Используя рассмотренный выше подход, для определенных по (11), (12) допустимых вариаций проектных параметров  $v_{ni}$  и  $\mu_{ki}$  можно определить допустимые вариации и диапазоны изменения стартовых  $m_{0i}$  и конечных  $m_{ki}$  масс ступеней РН, а также суммарных тяг в пустоте маршевых и рулевых двигателей.

Максимально возможная реакция  $\Delta\mu_{ki}^{\max}$  проектного параметра  $\mu_{ki}$  на отклонения стартовой  $m_{0i}$  и конечной  $m_{ki}$  масс  $i$ -й ступени РН, а также допустимые вариации и диапазоны их изменения (для режима «худшего случая» [5]) могут быть получены из следующих соотношений:

$$\Delta\mu_{ki}^{\max} = \left| \mu_{ki} - \mu_{ki}^{nom} \right| = \left| \frac{1}{m_{0i}^{nom}} \cdot \Delta m_{ki} \right| + \left| \frac{m_{ki}^{nom}}{(m_{0i}^{nom})^2} \cdot \Delta m_{0i} \right|, \quad (13)$$

$$\Delta m_{ki} = \frac{\Delta\mu_{ki}^{\max}}{2} \cdot m_{0i}^{nom}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} m_{ki}^v &= m_{ki}^{nom} + \Delta m_{ki}, \\ m_{ki}^n &= m_{ki}^{nom} - \Delta m_{ki}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Delta m_{0i} = \frac{\Delta\mu_{ki}^{\max}}{2 \cdot m_{ki}^{nom}} \cdot (m_{0i}^{nom})^2, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} m_{0i}^v &= m_{0i}^{nom} + \Delta m_{0i}, \\ m_{0i}^n &= m_{0i}^{nom} - \Delta m_{0i}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $\Delta\mu_{ki}^{\max}$  – допустимое приращение относительной конечной массы  $i$ -й ступени РН, определенное с использованием соотношений (7) – (12);  $\mu_{ki}^{nom}$  – номинальное значение проектного параметра  $\mu_{ki}$ ;  $\Delta m_{0i}$ ,  $\Delta m_{ki}$  – допустимые вариации начальной и конечной масс  $i$ -й ступени РН;  $m_{0i}^n$ ,  $m_{0i}^v$ ,  $m_{ki}^n$ ,  $m_{ki}^v$  – нижняя и верхняя границы диапазонов изменения начальной  $m_{0i}$  и конечной  $m_{ki}$  масс,  $i$ -й ступени РН соответственно.

Коэффициент «2» в знаменателях соотношений (14), (16) указывает на равноправность влияния вариаций двух факторов стартовой  $m_{0i}$  и конеч-

ной  $m_{ki}$  масс  $i$ -й ступени РН на допустимую вариацию проектного параметра  $\mu_{ki}$ .

Максимально возможная реакция  $\Delta v_{ni}^{\max}$  проектного параметра  $v_{ni}$  на отклонения стартовой массы  $m_{0i}$  и суммарной тяги в пустоте маршевого и рулевых двигателей  $P_{\Sigma i}$   $i$ -й ступени РН, а также допустимые вариации и диапазоны их изменения (для режима «худшего случая» [5]) могут быть определены из следующих соотношений:

$$\Delta v_{ni}^{\max} = \left| v_{ni} - v_{ni}^{\text{nom}} \right| = \left| \frac{g_0}{P_{\Sigma i}^{\text{nom}}} \cdot \Delta m_{0i} \right| + \left| \frac{m_{0i}^{\text{nom}} \cdot g_0}{(P_{\Sigma i}^{\text{nom}})^2} \cdot \Delta P_{\Sigma i} \right|, \quad (18)$$

$$\Delta m_{0i} = \frac{\Delta v_{ni}^{\max} \cdot P_{\Sigma i}^{\text{nom}}}{2 \cdot g_0}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} m_{0i}^v &= m_{0i}^{\text{nom}} + \Delta m_{0i}, \\ m_{0i}^n &= m_{0i}^{\text{nom}} - \Delta m_{0i}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Delta P_{\Sigma i} = \frac{\Delta v_{ni}^{\max} \cdot (P_{\Sigma i}^{\text{nom}})^2}{2 \cdot m_{0i}^{\text{nom}} \cdot g_0}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} P_{\Sigma i}^v &= P_{\Sigma i}^{\text{nom}} + \Delta P_{\Sigma i}, \\ P_{\Sigma i}^n &= P_{\Sigma i}^{\text{nom}} - \Delta P_{\Sigma i}, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\Delta v_{ni}^{\max}$  – допустимое приращение коэффициента начальной тяговооруженности  $i$ -й ступени РН, определяемое с использованием соотношений (7) – (12);  $v_{ni}^{\text{nom}}$ ,  $P_{\Sigma i}^{\text{nom}}$  – номинальные значения проектного параметра  $v_{ni}$  и суммарной пустотной тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РН, соответственно;  $\Delta P_{\Sigma i}$  – допустимая вариация суммарной тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РН;  $P_{\Sigma i}^n$  и  $P_{\Sigma i}^v$  – нижняя и верхняя границы диапазона изменения  $P_{\Sigma i}$ .

Из двух вариаций начальной массы  $i$ -й ступени РН  $\Delta m_{0i}$ , вычисленных по (16) и (19), выбирается минимальная вариация, значение которой используется для определения допустимых вариаций других факторов. В частности, если  $\Delta m_{0i}$ , рассчитанное по (16), получилось меньше  $\Delta m_{0i}$ , рассчитанного по (19), то допустимая вариация суммарной тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РН  $\Delta P_{\Sigma i}$  будет определяться по формуле

$$\Delta P_{\Sigma i} = \frac{\left( \Delta v_{ni} - \frac{g_0}{P_{\Sigma i}^{nom}} \cdot \Delta m_{0i} \right) \cdot (P_{\Sigma i}^{nom})^2}{m_{0i}^{nom} \cdot g_0}, \quad (23)$$

а допустимая вариация конечной массы  $i$ -й ступени РН  $\Delta m_{ki}$  – по соотношению (14).

Если  $\Delta m_{0i}$ , рассчитанное по (16), получилось больше  $\Delta m_{0i}$ , рассчитанного по (19), то допустимая вариация конечной массы  $i$ -й ступени РН  $\Delta m_{ki}$  будет вычисляться по соотношению

$$\Delta m_{ki} = \left( \Delta \mu_{ki} - \frac{m_{ki}^{nom}}{(m_{0i}^{nom})^2} \cdot \Delta m_{0i} \right) \cdot m_{0i}^{nom}, \quad (24)$$

а допустимая вариация суммарной тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РН  $\Delta P_{\Sigma i}$  – по соотношению (21).

После вычисления по (21) или (23) допустимых значений вариаций фактора  $\Delta P_{\Sigma i}$  могут быть определены допустимые вариации тяг маршевого  $\Delta P_{MDi}$  и рулевого  $\Delta P_{RDi}$  двигателей  $i$ -й ступени РН.

Номинальная суммарная тяга двигательных установок  $i$ -й ступени РН определяется соотношением

$$P_{\Sigma i}^{nom} = P_{MDi}^{nom} + P_{RDi}^{nom}. \quad (25)$$

Допустимые вариации тяг маршевого и рулевых двигателей  $i$ -й ступени РН могут быть вычислены по формулам

$$\begin{aligned} \Delta P_{MDi} &= P_{MDi}^{nom} \cdot k_{pr}, \\ \Delta P_{RDi} &= P_{RDi}^{nom} \cdot k_{pr}, \end{aligned} \quad (26)$$

где коэффициент  $k_{pr}$  при вычисленном значении  $\Delta P_{\Sigma i}$  определяется из соотношения

$$k_{pr} = \frac{\Delta P_{\Sigma i}}{P_{MDi}^{nom} + P_{RDi}^{nom}}. \quad (27)$$

Нижняя  $P_{MDi}^n$ ,  $P_{RDi}^n$  и верхняя  $P_{MDi}^v$ ,  $P_{RDi}^v$  границы допустимых отклонений тяг маршевого и рулевых двигателей вычисляются по зависимостям:

$$\begin{aligned} P_{MDi}^n &= P_{MDi}^{nom} - \Delta P_{MDi}, \\ P_{MDi}^v &= P_{MDi}^{nom} + \Delta P_{MDi}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
P_{RD i}^n &= P_{RD i}^{nom} - \Delta P_{RD i}, \\
P_{RD i}^v &= P_{RD i}^{nom} + \Delta P_{RD i}.
\end{aligned}
\tag{29}$$

Тяга маршевого двигателя  $i$ -й ступени РН в пустоте  $P_{MD i}$  зависит от следующих факторов, характеризуемых компонентами вектора  $\bar{a} = (a_k)$ ,  $k = \overline{1,4}$ : давления в камере сгорания  $P_{ks i}^{MD}$ ; диаметра критического сечения сопла  $d_{kr i}^{MD}$ ; диаметра среза сопла  $D_{a i}^{MD}$  и угла полураствора на срезе сопла  $\beta_{a i}^{MD}$ .

Максимально возможная реакция  $\Delta P_{MD i}^{\max}$  тяги маршевого двигателя  $P_{MD i}$  на отклонения вектора  $\bar{a}$  от номинального значения для режима «худшего случая» [5] определится соотношением

$$\Delta P_{MD i}^{\max} = |P_{MD i} - P_{MD i}^0| = \sum_{k=1}^4 \left| \frac{\partial P_{MD i}}{\partial a_k} \right| |\Delta a_k|,
\tag{30}$$

соответственно допустимые вариации для этих факторов  $\Delta a_k$  определяются соотношениями, аналогичными (4), (5), в которых вместо целевого функционала  $m_{nz}$  подставлена тяга маршевого двигателя, а вместо компонент вектора  $\bar{p}$  – компоненты вектора  $\bar{a}$

$$\Delta a_k = \frac{\Delta P_{MD i}^{\max}}{4 \cdot \left| \frac{\partial P_{MD i}}{\partial a_k} \right|}.
\tag{31}$$

Диапазон допустимого изменения фактора  $a_k$  может быть определен по соотношениям, аналогичным (6).

После вычисления по (30), (31) допустимых вариаций давления в камере сгорания  $\Delta P_{ks i}^{MD}$ , диаметра среза сопла  $\Delta D_{a i}^{MD}$  и угла полураствора на срезе сопла  $\Delta \beta_{a i}^{MD}$ , от которых зависит тяга маршевого двигателя, производится их сравнение с допустимыми вариациями этих же факторов, полученными с использованием соотношений (3) – (12). Если в результате сравнения были выявлены меньшие значения допустимых вариаций, рассчитанных по (7) – (12), то допустимая вариация диаметра критического сечения сопла маршевого двигателя рассчитывается по соотношению

$$\Delta d_{kr i}^{MD} = \frac{\Delta P_{MD i} - \sum_j \left| \frac{\partial P_{MD i}}{\partial a_j} \right| \cdot \Delta a_j}{(4 - m) \cdot \left| \frac{\partial P_{MD i}}{\partial d_{kr i}^{MD}} \right|},
\tag{32}$$

где  $j$  – номера параметров, имеющих меньшие значения рассчитанных по (7) – (12) допустимых вариаций;  $m \leq 3$  – количество таких параметров.



Допустимые вариации и диапазоны изменения факторов, влияющих на тягу рулевых двигателей  $i$ -й ступени РН, рассчитываются по формулам, аналогичным (30) – (32), в которых вместо факторов, характеризующих маршевый двигатель, подставлены соответственно факторы, характеризующие рулевые двигатели.

**Метод решения.** Решение задачи исследования параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров производится в два этапа.

На первом этапе осуществляется оптимизация вектора проектных параметров  $\bar{p}$ , значение которого в дальнейшем принимается за номинальное  $\bar{p}_{ном}$ .

На втором этапе с использованием соотношений (1) – (32) производится исследование параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям вектора  $\bar{p}$ , определяются допустимые вариации проектных параметров и диапазоны их изменения.

Обобщенный алгоритм решения задачи исследования параметрической чувствительности реализован следующим образом.

1. Производятся расчеты целевого функционала для номинального значения вектора  $\bar{p}_{ном j}$  и для каждого из проектных параметров РН слева  $m_{nz}(p_{1 j})$  и справа  $m_{nz}(p_{2 j})$  от номинальной точки.

2. Задается значение номера ступени РН  $i = 1$ .

3. С использованием соотношений (8) – (12) определяются допустимые вариации и диапазоны варьирования вектора проектных параметров  $\bar{p}$ .

4. По соотношениям (14) – (17) и (19) – (22) вычисляются допустимые вариации и диапазоны изменения стартовой и конечной масс, а также суммарной тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РН.

5. Производится сравнение допустимых вариаций стартовых масс, рассчитанных по соотношению (16)  $(\Delta m_{0 i})_{16}$  и соотношению (19)  $(\Delta m_{0 i})_{19}$ .

Если  $(\Delta m_{0 i})_{16} < (\Delta m_{0 i})_{19}$ , то допустимая вариация суммарной тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РН  $\Delta P_{\Sigma i}$  определяется по (23), а допустимая вариация конечной массы  $i$ -й ступени РН  $\Delta m_{k i}$  – по соотношению (14).

Если  $(\Delta m_{0 i})_{16} > (\Delta m_{0 i})_{19}$ , то допустимая вариация конечной массы  $i$ -й ступени РН  $\Delta m_{k i}$  вычисляется по (24), а допустимая вариация суммарной тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РН  $\Delta P_{\Sigma i}$  – по соотношению (21).

6. По соотношениям (26) – (29) вычисляются допустимые вариации и диапазоны изменения тяг маршевого и рулевых двигателей  $i$ -й ступени РН.

7. По соотношению (31) для  $i$ -й ступени РН вычисляются допустимые вариации и диапазоны изменения факторов, от которых зависит тяга маршевого двигателя (давления в камере сгорания  $P_{ks i}^{MD}$ , диаметра среза сопла  $D_{a i}^{MD}$  и угла полураствора на срезе сопла  $\beta_{a i}^{MD}$ ). Входящие в (31) частные производные численно могут быть определены по соотношениям, аналогичным (7) – (12), в которых вместо массы полезного груза  $m_{nz}$  и вектора  $\bar{p}$  подставлены, соответственно, тяга маршевого двигателя и вектор  $\bar{a}$ .

8. Производится сравнение допустимых вариаций давления в камере сгорания  $P_{ksi}^{MD}$ , диаметра среза сопла  $D_{ai}^{MD}$  и угла полураствора на срезе сопла  $\beta_{ai}^{MD}$ , полученных по соотношениям (7) – (12) и (30), (31). Если в результате сравнения были выявлены меньшие значения допустимых вариаций, рассчитанных по (7) – (12), то допустимая вариация диаметра критического сечения сопла маршевого двигателя рассчитывается по соотношению (32).

9. Аналогично п.п. 7, 8 рассчитываются допустимые вариации и диапазоны изменения факторов, от которых зависит тяга рулевого двигателя  $i$ -й ступени РН.

10. Вычисления по п.п. 4 – 9 производятся для всех ступеней РН.

В результате расчетов по приведенному алгоритму определяются допустимые диапазоны изменения проектных и конструктивных параметров, а также характеристик РН, таких как стартовая и конечная массы ступеней, диаметры критических сечений сопел маршевых и рулевых двигателей.

**Иллюстративный пример.** Проведено исследование параметрической чувствительности целевого функционала (массы полезного груза) к вариациям проектных параметров  $\bar{p}$  для двухступенчатой РН со стартовой массой  $M_0 = 16,0$  т. Ракета-носитель обеспечивает выведение космического аппарата (КА) массой  $m_{nz} \approx 104$  кг на круговую орбиту высотой  $H_{kr} = 700$  км и наклонением  $i = 90$  град. При выведении КА использовался пассивный участок движения по переходной орбите с высотой перигея  $H_{pe} = 160$  км и высотой апогея  $H_{ap} = 700$  км. Максимально допустимое отклонение выводимой массы полезного груза  $\Delta m_{nz}^{\max}$  принято равным 20 кг. В качестве силовых установок на 1-й ступени РН используется 4-х камерный маршевый двигатель и 4 рулевых двигателя, на 2-й ступени – только однокамерный маршевый двигатель.

Кроме перечисленных выше, использовались следующие данные:

- широта точки старта  $\varphi_{cm} = 0,0$  град (старт РН с экватора);
- компоненты ракетного топлива (КРТ) на первой и второй ступенях РН - керосин и жидкий кислород
- для подачи КРТ в камеры сгорания маршевых и рулевых ДУ применена турбонасосная система.

Ограничения, накладываемые на траекторию движения РН:

- окончание вертикального участка движения РН осуществляется при достижении высоты полета  $H_{vert} = 150$  м;
- выход на нулевой угол атаки  $\alpha = 0$  происходит при достижении скорости движения РН, соответствующей числу Маха  $M = 0,8$ ;
- программа управления движением, запас топлива и полное время работы последней (второй) ступени РН выбираются из условия обеспечения требуемых значений кинематических параметров движения в конце активного участка траектории.

Номинальные значения проектных параметров и результаты исследований параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров приведены в таблице.

Параметр	Размерность	Номинальное значение	Допустимый диапазон		Допустимая вариация	% от номинала
$v_{n1}$	-	0,42	0,4137	0,4257	0,0057	1,362
$v_{n2}$	-	1,3337	1,3328	1,3348	0,0009	0,067
$\mu_{k1}$	-	0,2718	0,2715	0,2722	0,0003	0,093
$\mu_{k2}$	-	0,2453	0,2448	0,2458	0,0005	0,193
$P_{ks1}^{MD}$	кгс/см <sup>2</sup>	55,0	52,8765	57,1235	2,1235	3,861
$P_{ks2}^{MD}$	кгс/см <sup>2</sup>	30,0	29,762	30,2379	0,2379	0,793
$D_{a1}^{MD}$	м	0,3183	0,3132	0,3234	0,0051	1,598
$D_{a2}^{MD}$	м	0,80	0,7940	0,8060	0,0060	0,756
$\beta_{a1}^{MD}$	град	12,0	10,9905	13,0095	1,0095	8,412
$\beta_{a2}^{MD}$	град	10,0	9,6405	10,3595	0,3595	3,595
$P_{ks1}^{RD}$	кгс/см <sup>2</sup>	50,0	48,1772	51,8228	1,8228	3,646
$D_{a1}^{RD}$	м	0,150	0,1444	0,1556	0,0056	3,736
$\beta_a^{RD}$	град	10,0	6,1215	13,8785	3,8785	38,785
$m_{01}$	кг	16000,0	15990,7	16009,3	9,3	0,06
$m_{02}$	кг	3077,8	3076,8	3078,8	1,0	0,03
$m_{k1}$	кг	3500,0	3498,0	3502,0	2,03	0,06
$m_{k2}$	кг	500,0	499,3	500,7	0,73	0,15
$d_{kr1}^{MD}$	м	0,1009	0,0944	0,1074	0,006507	6,449
$d_{kr2}^{MD}$	м	0,0701	0,0701	0,0701	0,000029	0,042
$d_{kr1}^{RD}$	м	0,0533	0,0172	0,0894	0,036096	67,72

**Выводы.** Как показали результаты исследований (см, табл.), целевой функционал наиболее чувствителен к вариациям следующих проектных параметров и факторов:  $v_{n2}$ ,  $\mu_{k1}$ ,  $m_{01}$ ,  $m_{02}$ ,  $m_{k1}$ ,  $d_{kr2}^{MD}$ , допустимый процент отклонения которых от номинального значения составляет менее 0,1%. При изготовлении РН к этим параметрам и факторам должны предъявляться повышенные требования к точности их реализации.

К таким проектным параметрам и факторам, как  $P_{ks1}^{MD}$ ,  $\beta_{a1}^{MD}$ ,  $\beta_{a2}^{MD}$ ,  $P_{ks1}^{RD}$ ,  $D_{a1}^{RD}$ ,  $\beta_a^{RD}$ ,  $d_{kr1}^{MD}$ ,  $d_{kr1}^{RD}$ , целевой функционал менее чувствителен (допустимый процент отклонения которых от номинального значения составляет более 3%), что дает определенную свободу при реализации этих параметров на конкретном варианте РН.

Предложенная методика оценки параметрической чувствительности может быть использована для выявления сильно и слабо влияющих на целевой

функционал проектных параметров, что может быть использовано при разработке эффективных методов решения задач начального этапа проектирования РН. Кроме того, результаты оценки параметрической чувствительности целевого функционала позволяют выработать требования к точности реализации проектных и некоторых конструктивных параметров при создании РН. Проведение исследований параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров и конструктивных факторов целесообразно включить как один из необходимых элементов в начальный этап проектирования ракет-носителей различных классов.

1. *Томович Р.* Общая теория чувствительности / *Р. Томович, М. Вукобратович.* – М. : Сов. радио, 1972. – 240 с.
2. *Тарасов Е. В.* Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата / *Е. В. Тарасов.* – М. : Машиностроение, 1970. – 364 с.
3. *Сенькин В. С.* Оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта / *В. С. Сенькин* // *Техническая механика.* – 2000. – № 1. – С. 46 – 50.
4. *Сенькин В. С.* Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса / *В. С. Сенькин* // *Техническая механика.* – 2009. – № 1. – С. 80 – 88.
5. *Петренко А. И.* Основы автоматизации проектирования / *А. И. Петренко.* – Киев : Техніка, 1982. – 295 с.

Институт технической механики  
НАН Украины и НКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 25.07.10,  
в окончательном варианте 25.07.10