

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ПАСТООБРАЗНЫХ  
ТОПЛИВНЫХ КОМПОЗИЦИЙ В СТУПЕНЧАТЫХ КАНАЛАХ**

На основе уравнений Навье–Стокса разработана математическая модель течения пастообразного топлива в фильерах и вискозиметрах. Создана программа расчета и проведены вычисления гидродинамических параметров течения. Показано удовлетворительное совпадение полученных численных значений с экспериментальными результатами.

На основі рівнянь Нав'є–Стокса розроблена математична модель течії пастоподібного палива у філь'єрах та вискозиметрах. Створена програма розрахунку і проведені обчислення гідродинамічних параметрів течії. Показано задовільне узгодження отриманих чисельних значень з експериментальними результатами.

A mathematical model of the flow of pasty fuel in draw dies and viscometers is developed, based on the Navier-Stokes equations. The calculated program is derived, and hydrodynamical parameters of the flow are calculated. It is shown that agreement of the numerical obtained values with the experimental data is satisfactory.

**Введение.** На современном этапе научно-технического прогресса большое внимание уделяется разработке и усовершенствованию ракетно-космической техники и, в частности, реактивному двигателестроению. За последние 10 – 15 лет на Украине и за рубежом возрос интерес к применению в энергетических установках различного назначения (ракетные двигательные установки и газогенераторы) унитарных пастообразных топлив. По энергетическим характеристикам пастообразные топлива практически не уступают лучшим жидкостным ракетным топливам, а по эксплуатационным – значительно превышают их. Применение пастообразных ракетных топлив вызывает в настоящее время значительный интерес и в связи с технологичностью их изготовления, большей безопасностью хранения и более широкими возможностями для регулирования подачи в камеры сгорания [1, 2].

Вследствие этого, разработка пастообразных ракетных топлив для регулируемых двигателей и газогенераторов является актуальной задачей при разработке управляемых двигателей летательных аппаратов. Создание реактивных двигательных установок на пастообразных топливах с регулируемой тягой является сложной комплексной проблемой, которая, кроме всего прочего, включает необходимость проведения расчетно-теоретических, экспериментальных и проектно-конструкторских исследований с целью разработки топлив, выбора компонентов, отработки технологии их изготовления и снаряжения, а также исследования теплофизических, реологических и эксплуатационных характеристик.

Известно, что концентрированные суспензии, которые и составляют основу для топливных паст, являются неньютоновскими жидкостями. Они обладают вязко-упругими свойствами, однако в практических случаях достаточно рассматривать их свойства в рамках аномально вязких сред. Топливные пасты являются как раз той средой, которую удобно описывать в рамках модели вязкой степенной жидкости, характеризуемой постоянной консистенции и индексом течения [3]. Установление этих параметров является важной составляющей для изучения возможности регулирования подачи топлива в камеру сгорания двигателя. Эти вопросы являются одним из наиболее важных аспектов при создании ракетных двигателей (РД) и ракетных топлив. В качестве наиболее подходящих рецептов пастообразного ракетного

топлива рассматриваются смеси на основе высоковязкого неотверждённого горючего-полимера, наполненного порошкообразным кислородосодержащим окислителем, например таким, как перхлорат аммония. В качестве энергетических добавок возможно применение порошков алюминия, магния, титана, бора. Кроме того, используются технологические добавки, которые обеспечивают необходимые реологические характеристики и скорость горения.

Как показано в [1], ввиду нелинейной зависимости расхода топливной смеси от перепада давления и диаметра канала, по которому подается пастообразное топливо (ПТ), ракетные двигатели на ПТ превосходят жидкостные ракетные двигатели (ЖРД) по диапазону регулирования тяги. Конструкция ракетных двигателей на ПТ с регулируемой тягой или изменяемым расходом рабочего тела, в качестве которого используется пастообразное топливо, позволяет осуществлять приблизительно 80-кратный диапазон регулирования энергетических параметров РД [1]. В связи с этим представляет интерес создание пастообразного топлива с наперед заданными реологическими характеристиками и, соответственно, выбор из этих композиций нужного варианта топлива. Методы создания топливных паст, разработанные в [4], основываются на модельных представлениях взаимодействия полимерной массы с наполнителем [5]. Работы [5, 6], посвященные установлению связей реологических характеристик с внутренними структурами, показывают, что, ввиду сложных физико-химических взаимодействий матричной массы с дисперсной средой, основой определения реологических законов является эксперимент. Существенным в использовании пастообразных материалов также является определение расходных характеристик для конкретных условий при подаче топлива через трубопроводные системы и, в частности, через фильерные блоки (устройства для равномерного распределения пастообразного топлива, подающегося из бака в камеру сгорания).

**Целью данной работы** является создание математической модели расчета параметров течения степенной жидкости в каналах с внезапным сужением.

**Математическая постановка задачи. Стабилизированное течение в осесимметричном канале.** Из теории неньютоновских жидкостей [3] известно, что вязкость жидкости связана с градиентами скоростей. В частности, для степенной жидкости динамический коэффициент вязкости выражается следующим образом

$$\mu = K(I_2/2)^{\frac{m-1}{2}}, \quad (1)$$

где  $K$  ( $\text{Нс}^m/\text{м}^2$ ) и  $m$  – постоянные величины;  $I_2$  – второй инвариант тензора скоростей. В цилиндрических координатах для осесимметричного течения он представляется в виде [7]:

$$\frac{I_2}{2} = 2 \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{v}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2, \quad (2)$$

где  $x$  – осевая координата;  $r$  – радиус;  $u$ ,  $v$  – проекции скорости соответственно на оси  $x$  и  $r$ . Для стабилизированного течения производные от скорости по  $x$  и поперечная скорость равны нулю. Тогда уравнение движения в канале записывается в виде:

$$K \frac{d}{rdr} \left( r \left| \frac{du}{dr} \right|^{m-1} \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx}, \quad (3)$$

где  $p$  – давление в жидкости.

Решением этого уравнения служит соотношение [3]:

$$\bar{u} = \frac{u}{U} = \frac{m}{1+m} \left( \frac{1}{2} \left| \frac{dP}{d\zeta} \right| \right)^{\frac{1}{m}} \left( 1 - n^{\frac{1+m}{m}} \right), \quad (4)$$

где  $U$  – масштаб скорости;  $n = \frac{r}{R_f}$ ;  $\frac{dP}{d\zeta} = \frac{R_f^2 \Delta p}{UK} \left( \frac{R_f}{U} \right)^{m-1}$  – безразмерный комплекс;  $R_f$  – радиус фильеры;  $\zeta = \frac{x}{R_f}$ ;  $\Delta p$  – перепад давления на фильере.

Из (4) можно найти объемный расход:

$$Q = 2\pi UR_f^2 \int_0^1 \bar{u} n dn = \pi \frac{m}{(1+3m)} UR_f^2 \left( \frac{1}{2} \left| \frac{dP}{d\zeta} \right| \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (5)$$

Принимая  $U$  равной средней по площади фильеры скорости  $U_{sr}$ , получаем удобные для сравнительных оценок выражения:

$$\frac{m}{(1+3m)} \left( \frac{1}{2} \left| \frac{dP}{d\zeta} \right| \right)^{\frac{1}{m}} = 1, \quad \frac{u_s}{U_{sr}} = \frac{(1+3m)}{(1+m)}, \quad (6)$$

где  $u_s$  – скорость на оси канала.

Для ньютоновской жидкости  $m = 1$  и отношение скоростей  $\frac{u_s}{U_{sr}}$  равно 2.

Приведенное решение удовлетворительно описывает стабилизированное движение степенной жидкости, и по выписанному соотношению (5) для длинных трубок можно определить расходную характеристику степенной жидкости и установить реологический закон, т. е. найти постоянную  $m$  [3]. Однако, полученные соотношения не полностью учитывают особенности течения в исследуемых каналах; в технических приложениях необходимы данные, требующие расширения данной задачи. В первую очередь это связано, как это отмечалось выше, с течением в каналах с внезапным сужением или расширением. Поэтому для рассмотрения течения через фильерный блок и для более точного понимания экспериментальных результатов, необходима общая постановка задачи. В [3, 7] показано, что при входе степенной жидкости в фильеру давление в жидкости резко падает, в результате чего его величину на начальном срезе фильеры нельзя принимать равной давлению в камере. С учетом сказанного для выполнения поставленной задачи требуется решение полных уравнений Навье–Стокса.

**Постановка общей задачи.** Фильерный блок представляет собой многоканальный пастопровод, состоящий из ступенчатых каналов конечной длины. Рабочая часть технического вискозиметра, на котором получены реоло-

гические характеристики паст ГП «НПО «ПХЗ», также представляет собой такой же канал. На рис. 1 приведены фотографии оснастки прибора в рабочем состоянии и в раздеталированном виде, разработанного специалистами ГП «НПО «ПХЗ» на основе машины Lloyd 05 и предназначенного для определения реологических параметров пастообразных композиций. На этом приборе были сделаны проливки нескольких вариантов паст, из которых после обработки и анализа реологических характеристик были выбраны рабочие экспериментальные ракетные пастообразные топливные композиции, в частности ЭПТ-111 и ЭПТ-111-Д. Выбранные композиции удовлетворяли необходимым требованиям и послужили рабочим материалом для данной статьи. Математические модели расчета характеристик течения топливных паст как неньютоновских жидкостей в подобных каналах, по известным авторам источникам, в настоящее время не разработаны.



Рис. 1

На рис. 2 А показан разрез фильерного блока в камере двигателя. Для рассмотрения течения в фильере и предфильерной зоне выделим из этого рисунка отдельный элемент, содержащий одну фильеру и примыкающую к ней область (схема показана на рис. 2 Б).

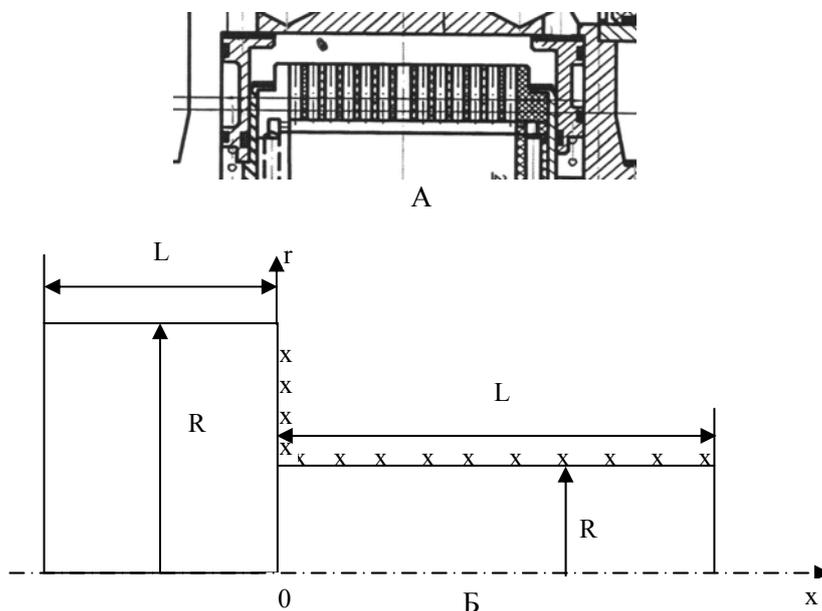


Рис. 2

Выпишем основные уравнения движения несжимаемой жидкости в осесимметричном канале:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial(r\tau_{xr})}{r\partial r}, \quad (7)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{xr}}{\partial x} + \frac{\partial(r\tau_{rr})}{r\partial r} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r},$$

$$\frac{\partial ru}{\partial x} + \frac{\partial rv}{\partial r} = 0,$$

где  $\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\tau_{xr} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$ ,  $\tau_{rr} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial r}$ ,  $\tau_{\theta\theta} = 2\mu \frac{v}{r}$  –

соответствующие компоненты тензора напряжений.

Одним из направлений численного решения уравнений Навье–Стокса является преобразование уравнений (7) в уравнения “вихрь – функция тока” с последующим переходом к конечноразностным уравнениям. Продифференцировав первое уравнение по  $r$ , а второе по  $x$  и вычитая одно из другого, получим уравнение для вихря ( $\Omega = \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial x}$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial r} &= \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{\partial \Omega}{r\partial r} - \frac{\Omega}{r^2} \right) - \\ &- 2 \frac{\partial \mu}{\rho \partial x} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{r\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) + 2 \frac{\partial \mu}{\rho \partial r} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{r\partial r} - \frac{\Omega}{2r} \right) + \\ &+ 2 \frac{\partial^2 \mu}{\rho \partial x \partial r} \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Вторым уравнением является уравнение для функции тока ( $u = \frac{\partial \psi}{r\partial r}$ ,  $v = -\frac{\partial \psi}{r\partial x}$ ), которое можно записать в виде:

$$\beta \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{\partial \psi}{r\partial r} - r\Omega, \quad (9)$$

где  $\beta$  – некоторый искусственно вводимый коэффициент для получения установившегося решения. Граничными условиями для выписанных уравнений являются следующие выражения:

$$\text{при } r=0 \quad \psi = 0, \quad \Omega = 0;$$

$$\text{при } r = R_f \text{ и } r = R_c \quad \psi = \Psi_C, \quad \Omega = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \psi}{r\partial r} \right) \Big|_{r=R_f; R_c}$$

$$\text{при } x=0 \quad \psi = \frac{r^2}{R_c^2} \Psi_C, \quad \Omega = 0; \quad (10)$$

$$\text{при } x = X_c \quad (R_f \leq r \leq R_c) \quad \psi = \Psi_C, \quad \Omega = -\frac{\partial}{r \partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \Big|_{x=X_c};$$

$$\text{при } x \rightarrow \infty \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0.$$

Обезразмерим теперь выписанные уравнения, введя следующие масштабы и безразмерные величины:  $\tau = t/T$ ,  $\zeta = x/R_f$ ,  $n = r/R_f$ ,  $\bar{\Omega} = \Omega/\Omega_*$ ,  $\bar{\psi} = \psi/\Psi_*$ ,  $\bar{\mu} = \mu/\mu_*$ , где  $T$  – масштаб времени,  $\Omega_*$  – масштаб вихря,  $\Psi_*$  – масштабный параметр для функции тока,  $\mu_*$  – масштабный параметр для динамической вязкости. Свяжем эти масштабные величины с основными масштабами, которыми являются  $R_f$  и  $U_{sr}$  – средняя по радиусу скорость. Из определения функции тока и вихря следует  $\Psi_* = R_f^2 U_{sr}$ ,  $\Omega_* = U_{sr}/R_f$ , а из (1) и (2)  $\mu_* = K \left( U_{sr}/R_f \right)^{n-1}$ . Положив теперь  $T = \rho R_f^2 / \mu_*$ , перепишем уравнения (8), (9) в безразмерном виде (черточки над безразмерными величинами для упрощения записи отброшены):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \text{Re} \left[ \frac{\partial(u\Omega)}{\partial \zeta} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial n} \right] &= \mu \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial n^2} + \frac{\partial \Omega}{n \partial n} - \frac{\Omega}{n^2} \right) - \quad (11) \\ - 2 \frac{\partial \mu}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} + \frac{\partial v}{n \partial n} - \frac{v}{n^2} \right) &+ 2 \frac{\partial \mu}{\partial n} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} + \frac{\partial u}{n \partial n} - \frac{\Omega}{2n^2} \right) + \\ + 2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial \zeta \partial n} \left( \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \frac{\partial v}{\partial n} \right) &+ \left( \frac{\partial^2 \mu}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial \zeta^2} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right), \end{aligned}$$

$$\beta \frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2} - \frac{\partial \psi}{n \partial n} - n \Omega, \quad (12)$$

где  $\text{Re} = \frac{\rho R_f U_{sr}}{\mu_*}$  – число Рейнольдса.

Используя разработанный в [8] численный метод переменных направлений, перепишем уравнения (11), (12) в безразмерном конечно-разностном виде:

$$\text{на полушаге } \tau_{j+1/2} = \tau_j + \frac{1}{2} \Delta \tau$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Omega_{m,k}^{n+1/2} - \Omega_{m,k}^n}{0.5 \cdot \Delta \tau} + \operatorname{Re} \left\{ s \left[ u_{m,k}^n \frac{\Omega_{m+1,k}^{n+1/2} - \Omega_{m-1,k}^{n+1/2}}{2 \cdot \Delta \zeta} + \frac{u_{m+1,k}^n - u_{m-1,k}^n}{2 \cdot \Delta \zeta} \Omega_{m-1,k}^{n+1/2} \right] + \right. \\
& + (1-s) \left[ u_{m,k}^n \frac{\Omega_{m+1,k}^n - \Omega_{m-1,k}^n}{2 \cdot \Delta \zeta} + \frac{u_{m+1,k}^n - u_{m-1,k}^n}{2 \cdot \Delta \zeta} \Omega_{m-1,k}^n \right] + v_{m,k}^n \frac{\Omega_{m,k+1}^n - \Omega_{m,k-1}^n}{2 \cdot \Delta n} + \\
& \left. + \frac{v_{m,k+1}^n - v_{m,k-1}^n}{2 \cdot \Delta n} \Omega_{m,k}^n \right\} = \frac{\Omega_{m+1,k}^{n+1/2} - 2\Omega_{m,k}^{n+1/2} + \Omega_{m-1,k}^{n+1/2}}{(\Delta \zeta)^2} + \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Omega_{m,k+1}^n - 2\Omega_{m,k}^n + \Omega_{m,k-1}^n}{(\Delta n)^2} + \frac{\Omega_{m,k+1}^n - \Omega_{m,k-1}^n}{2n\Delta n} - \frac{\Omega_{m,k}^n}{n^2} + f_{m,k}^n, \\
& \beta \frac{\psi_{m,k}^{n+1/2} - \psi_{m,k}^n}{0.5 \cdot \Delta \tau} = \frac{\psi_{m+1,k}^{n+1/2} - 2\psi_{m,k}^{n+1/2} + \psi_{m-1,k}^{n+1/2}}{(\Delta \zeta)^2} + \quad (14) \\
& + \frac{\psi_{m,k+1}^n - 2\psi_{m,k}^n + \psi_{m,k-1}^n}{(\Delta n)^2} - \frac{\psi_{m,k+1}^n - \psi_{m,k-1}^n}{2n\Delta n} - n\Omega_{m,k}^n;
\end{aligned}$$

на полушаге  $\tau_{j+1} = \tau_{j+1/2} + \frac{1}{2} \Delta \tau$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Omega_{m,k}^{n+1} - \Omega_{m,k}^{n+1/2}}{0.5 \cdot \Delta \tau} + \operatorname{Re} \left\{ s \left[ v_{m,k}^{n+1/2} \frac{\Omega_{m,k+1}^{n+1} - \Omega_{m,k-1}^{n+1}}{2 \cdot \Delta n} + \frac{v_{m,k+1}^{n+1/2} - v_{m,k-1}^{n+1/2}}{2 \cdot \Delta n} \Omega_{m,k}^{n+1/2} \right] + \right. \\
& + (1-s) \left[ v_{m,k}^{n+1/2} \frac{\Omega_{m,k+1}^{n+1/2} - \Omega_{m,k-1}^{n+1/2}}{2 \cdot \Delta n} + \frac{v_{m,k+1}^{n+1/2} - v_{m,k-1}^{n+1/2}}{2 \cdot \Delta n} \Omega_{m,k}^{n+1/2} \right] + u_{m,k}^{n+1/2} \frac{\Omega_{m+1,k}^{n+1/2} - \Omega_{m-1,k}^{n+1/2}}{2 \cdot \Delta \zeta} + \\
& \left. + \frac{u_{m+1,k}^{n+1/2} - u_{m-1,k}^{n+1/2}}{2 \cdot \Delta \zeta} \Omega_{m,k}^{n+1/2} \right\} = \frac{\Omega_{m+1,k}^{n+1/2} - 2\Omega_{m,k}^{n+1/2} + \Omega_{m-1,k}^{n+1/2}}{(\Delta \zeta)^2} + \quad (15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Omega_{m,k+1}^{n+1} - 2\Omega_{m,k}^{n+1} + \Omega_{m,k-1}^{n+1}}{(\Delta n)^2} + \frac{\Omega_{m,k+1}^{n+1} - \Omega_{m,k-1}^{n+1}}{2n\Delta n} - \frac{\Omega_{m,k}^{n+1}}{n^2} + f_{m,k}^{n+1/2}, \\
& \beta \frac{\psi_{m,k}^{n+1} - \psi_{m,k}^{n+1/2}}{0.5 \cdot \Delta \tau} = \frac{\psi_{m+1,k}^{n+1/2} - 2\psi_{m,k}^{n+1/2} + \psi_{m-1,k}^{n+1/2}}{(\Delta \zeta)^2} + \quad (16) \\
& + \frac{\psi_{m,k+1}^{n+1} - 2\psi_{m,k}^{n+1} + \psi_{m,k-1}^{n+1}}{(\Delta n)^2} - \frac{\psi_{m,k+1}^{n+1} - \psi_{m,k-1}^{n+1}}{2n\Delta n} - n\Omega_{m,k}^{n+1/2},
\end{aligned}$$

где  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\zeta$  и  $\Delta n$  – шаги интегрирования;  $f_{m,k}^n$ ,  $f_{m,k}^{n+1/2}$  – члены, содержащие производные по вязкости;  $s$  – параметр, задаваемый в пределах от нуля до единицы. При соответствующих преобразованиях уравнения (13) – (16) сводятся к уравнениям для трех неизвестных вида:

$$A_k^n g_{m+1,k}^{n+1/2} + B_k^n g_{m,k}^{n+1/2} + C_k^n g_{m,k-1}^{n+1/2} = G_k^n ,$$

$$A_m^{n+1/2} g_{m,k+1}^{n+1} + B_m^{n+1/2} g_{m,k}^{n+1} + C_m^{n+1/2} g_{m,k-1}^{n+1} = G_m^{n+1/2} , \quad (17)$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $G$  являются известными величинами. Такая форма уравнений удобна для использования метода прогонки, поэтому будем решать систему (13) – (16), записанную в форме (17), этим методом отдельно в области ( $0 \leq r \leq R_f$ ,  $0 \leq x \leq L$ ) и в области ( $0 \leq r \leq R_c$ ,  $0 \leq x \leq X_c$ ).

Величину давления будем определять по несколько упрощенной схеме. Так как нас интересует перепад давления на фильерном блоке, будем определять его как среднюю величину по радиусу фильеры. Используя первое уравнение системы (7), умножим его на текущий радиус и проинтегрируем от нуля до радиуса фильеры, тогда перепад осредненного по площади фильеры давления будет определяться из формулы:

$$\frac{R_f}{K(U/R_f)^{n-1}} \Delta p = -2 \operatorname{Re} \left[ \int_0^l (vu)_{n=1} d\zeta + \left( \int_0^1 nu^2 dn \right)_{\zeta=l} - \left( \int_0^1 nu^2 dn \right)_{\zeta=0} \right] +$$

$$+ 4 \left[ \left( \int_0^1 \mu n \frac{\partial u}{\partial \zeta} dn \right)_{\zeta=l} - \left( \int_0^1 \mu n \frac{\partial u}{\partial \zeta} dn \right)_{\zeta=0} \right] + 2 \int_0^l \mu \left( \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right)_{n=1} d\zeta . \quad (18)$$

Решение приведенных уравнений проводится следующим образом: задаются среднее значение скорости в фильере и геометрические размеры всей области, с помощью итерационных проходов определяются параметры течения, а затем по формуле (18) находится перепад давления на фильере.

**Результаты расчетов.** Ниже приводятся результаты расчетов по разработанной математической модели для течения пастообразного топлива через модель фильерного блока, в качестве которого использовался технический вискозиметр ГП «НПО «ПХЗ» с размерами:  $R_f = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_c = 2 \cdot 10^{-2}$  м,  $L_f = 5 \cdot 10^{-2}$  м. Расчеты проведены для экспериментальных ракетных пастообразных топливных композиций ЭПТ-111 с  $m = 0,32$ ,  $K = 3132,5$  и ЭПТ-111-Д с  $m = 0,282$  и  $K = 4846,8$ .

На рис. 3, 4 показаны кривые профилей скорости течения пасты ЭПТ-111 для  $U_{sr} = 0,167$  м/с. На рис. 3 приведены распределения относительной скорости по радиусу в широкой части канала (кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6 относятся к  $x/R_f = -10; -5; -2; -0,5; -0,1$  соответственно). На рис. 4 показаны кривые относительных скоростей в узком канале (здесь 1, 2, 3, 4, относятся к

$x/R_f = 0; 0,2; 1; 2,5$  соответственно). Из графиков видно, что при входе в узкий канал скорость в центральной части широкого участка увеличивается, однако максимальная скорость, характерная для узкого канала, здесь не достигается. В узкой же части профиль скорости быстро достигает своей формы при стабилизированном течении (кривые 3, 4 практически совпадают). Это также хорошо видно на рис. 5, на котором показаны кривые скоростей  $u_s / U_{sr}$  для обеих паст вдоль канала (1 – ЭПТ-111; 2 – ЭПТ-111-Д). Из рисунка следует, что стабилизированное течение для рассматриваемых определяющих параметров устанавливается уже на двух калибрах по радиусу.

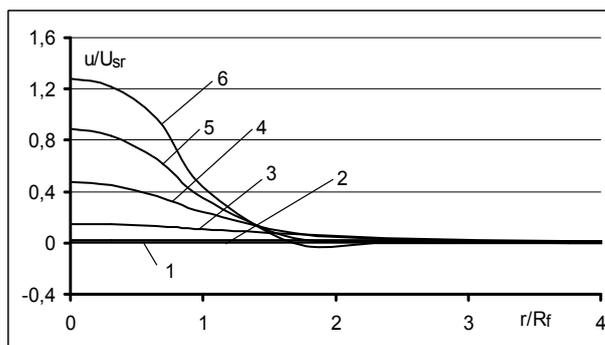


Рис. 3

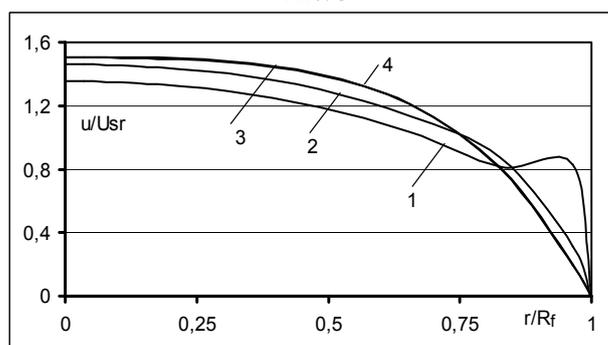


Рис. 4

На рис. 6. приведен характер изменения давления вдоль канала для тех же паст (1 – ЭПТ-111; 2 – ЭПТ-111-Д). Здесь показаны кривые  $\Pi = (p - p_{cam}) / p_a$  ( $p_{cam}$  – давление в камере,  $p_a$  – атмосферное давление) для рассматриваемых двух паст. Из рисунка видно, что в районе перехода из широкой части в узкую давление заметно снижается. Это указывает на необходимость учета этого эффекта при расчете гидравлических характеристик каналов и фильер. В технических задачах этот эффект учитывается с помощью поправки Бэгли  $n_B$  [3].

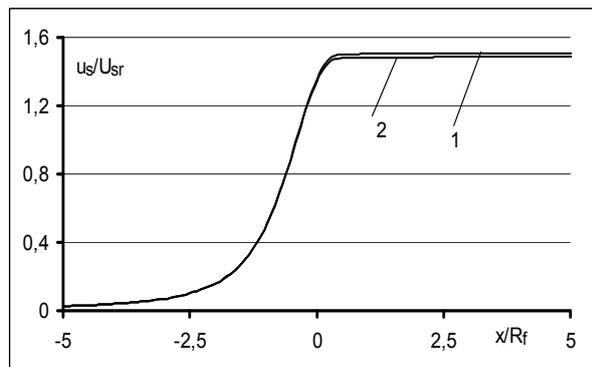


Рис. 5

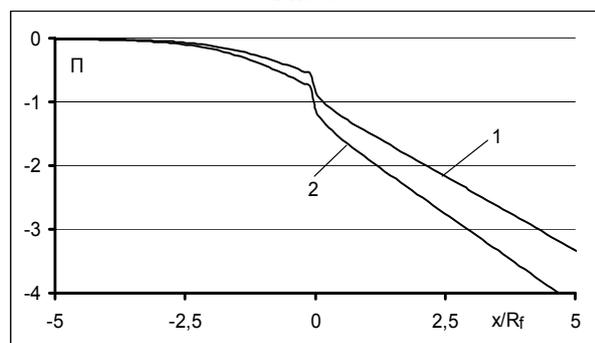


Рис. 6

Сравнение полученных результатов расчетов с известными решениями [3] показывает следующее. Найденные профили скоростей (кривые 3, 4 на рис. 4) практически совпадают с соответствующими стабилизированными профилями из формулы (4). О точности можно судить по второму выражению (6): для ЭПТ-111 по проделанным расчетам имеем  $u_s/U_{sr} = 1,509$ , а по формуле (6) – 1,484; соответственно для ЭПТ-111-Д – 1,484 и 1,44, что указывает на вполне удовлетворительное их совпадение.

О точности расчета давления можно судить по величине перепада давления в камере и на выходе из фильеры. Из экспериментов при установлении реологических характеристик исследуемых паст получено, что для  $U_{sr} = 0,167$  м/с поршень развивает нагрузку для ЭПТ-111  $P = 1430$  Н, для ЭПТ-111-Д  $P = 1766$  Н. Для приведенных выше постоянных консистенции  $K$  (они получены в эксперименте без учета поправки Бэгли) имеем соответственно  $P = 1580$  Н и  $P = 1964,5$  Н. С помощью разработанной математической модели можно скорректировать найденные  $K$  для уменьшения погрешности в вычислении нагрузок до вполне удовлетворительной величины.

**Выводы.** Разработаны математическая модель и метод расчета параметров течения пастообразного топлива в осесимметричном канале с внезапным сужением. Получены параметры течения исследуемого топлива в ступенчатых каналах с формой, характерной для фильерного блока системы подачи пасты в РД. Полученные результаты могут лечь в основу установления и уточнения реологических параметров ракетных пастообразных топливных композиций, а также могут быть использованы при проектировании перспективных ракетных двигательных установок на пастообразном топливе.

1. Призваны временем. Ракеты и космические аппараты Конструкторского бюро «Южное» / Под общ. ред. С. Н. Конохова. – Днепропетровск : АРТ-ПРЕСС, 2004. – 232 с.
2. *Иванченко А. Н.* Состояние разработки дросселируемых ракетных двигательных установок на унитарном пастообразном топливе / *А. Н. Иванченко, С. Г. Бондаренко* // Проблемы высокотемпературной техники. – 2007. – С. 40 – 50.
3. *Чанг Дей Хан* Реология в процессах переработки полимеров / *Чанг Дей Хан*. – М. : Химия, 1979. – 368 с.
4. *Третьяков К. О.* Залежність реологічних характеристик пастоподібного ракетного палива від дисперсності наповнювача, концентрації наповнювача і ПАР / *К. О. Третьяков, О. В. Потапа, С. Г. Огинський, О. Ф. Курочкин, О. Б. Суровцев* // Вопросы химии и химической технологии. – 2006. – № 3. – С. 158 – 163.
5. *Липатов Ю. С.* Физико-химия наполненных полимеров / *Ю. С. Липатов*. – М.-Л. : Химия, 1977. – 304 с.
6. *Урьев Н. Б.* Текучесть суспензий и порошков / *Н. Б. Урьев, А. А. Потанин*. – М. : Химия, 1992. – 256 с.
7. *Янков В. И.* Процессы переработки волокнообразующих полимеров (методы расчета) / *В. И. Янков, В. П. Первадчук, В. И. Боярченко*. – М. : Химия, 1989. – 320 с.
8. *Пасконов В. М.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена / *В. М. Пасконов, В. И. Полежаев, Л. А. Чудов*. – М. : Наука, 1984. – 288 с.

Днепропетровский национальный университет,  
Днепропетровск;  
Государственное предприятие  
«НПО «Павлоградский химический завод»,  
Павлоград

Получено 28.03.11,  
в окончательном варианте 28.07.11