

В. И. ТИМОШЕНКО, А. Е. ДЕШКО, И. С. БЕЛОЦЕРКОВЕЦ

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГРАНИЦЫ ВЯЗКОЙ СТРУИ СЖИМАЕМОГО ГАЗА В СПУТНОМ ПОТОКЕ

Предложен алгоритм расчета асимптотической границы струи в рамках модели «узкого канала» при истечении турбулентной изобарической струи сжимаемого газа в спутный поток или затопленное пространство. Проведена верификация, подтверждающая работоспособность предложенного алгоритма.

Запропоновано алгоритм розрахунку асимптотичної межі струменя в рамках моделі «вузького каналу» при витіканні турбулентного ізобаричного струменя стисливого газу в супутній потік або затоплений простір. Проведено верифікацію, що підтверджує працездатність запропонованого алгоритму.

An algorithm for calculating an asymptotic jet boundary for a narrow channel model when outflowing a turbulent isobaric jet of a compressed gas into a cocurrent flow or a flooded space is proposed. The proposed algorithm is verified for the serviceability.

Струйные течения очень широко используются в различных технологических процессах. Их исследованиям посвящено много работ, накоплено множество экспериментальных данных, разработаны инженерные методики, позволяющие проводить расчет параметров при истечении струи. Подробный обзор и анализ обширных теоретических и экспериментальных исследований струйных течений содержится в [1, 2]. Однако при исследовании струй с горением задача значительно усложняется. Численное моделирование таких течений на основе полной системы уравнений Навье–Стокса является не всегда оправданным в силу очень больших затрат вычислительных ресурсов. Хорошей математической моделью для описания изобарических струй с прямолинейной осью является приближение «узкого канала», которое использовалось многими исследователями при решении задач внутренней газодинамики [3].

При численном моделировании течения с горением задача точного определения границы струи становится особенно актуальной в связи с необходимостью минимизации размеров расчетной области и, соответственно, уменьшения количества вычислений. При расчете течения в турбулентной изобарической струе в рамках модели «узкого канала» положение ее асимптотической границы является дополнительным параметром задачи. В процессе решения от точности расчета этого параметра зависит точность расчета поля течения в струе в целом. При значительном завышении размеров расчетной области необоснованно увеличивается размер шага интегрирования в поперечном направлении, а занижение значения расчетной границы струи напрямую приводит к искажению параметров течения.

Целью данной статьи является разработка алгоритма построения асимптотической границы струи и его верификация при расчете истечения турбулентных изобарических струй в рамках модели «узкого канала».

**Математическая постановка задачи и алгоритм ее решения.** Для описания параметров течения в турбулентной изобарической струе, представляющей собой смесь совершенных газов, используются уравнения «узкого канала» без учета химического взаимодействия. Эти уравнения, записанные в безразмерном виде в цилиндрических координатах, имеют вид:

уравнение неразрывности для смеси газов

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{y^v} \frac{\partial (y^v \rho v)}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

уравнение количества движения в проекции на ось  $x$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left( y^v \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial y} \right); \quad (2)$$

уравнение энергии

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left( y^v \left( \frac{\mu}{\text{Pr}} \right)_{ef} \frac{\partial H}{\partial y} \right) - \\ - \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left[ y^v \left( \left( \frac{\mu}{\text{Pr}} \right)_{ef} - \mu_{ef} \right) u \frac{\partial u}{\partial y} \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

уравнения диффузии для  $N_C$  компонентов смеси

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial c_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left( y^v \left( \frac{\mu}{\text{Sc}} \right)_{ef} \frac{\partial c_i}{\partial y} \right), \quad (i = \overline{1, N_C - 1}), \\ \sum_{i=1}^{N_C} c_i = 1; \end{aligned} \quad (4)$$

уравнение переноса характеристик турбулентности, записанное в обобщенном виде

$$\rho u \frac{\partial f_T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial f_T}{\partial y} = \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left[ y^v A \frac{\partial f_T}{\partial y} \right] + S, \quad (5)$$

где  $u, v$  – составляющие вектора скорости вдоль координат  $x, y$  соответственно (координата  $x$  направлена вдоль оси струи, а координата  $y$  – перпендикулярно ей);  $\rho$  – плотность смеси;  $P$  – статическое давление;  $c_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты смеси;  $H = h + u^2/2$  – полная энтальпия газовой смеси;  $h$  – удельная статическая энтальпия газовой смеси;  $\text{Re} = u_0 y_0 / (\mu_0 / \rho_0)$  – характерное число Рейнольдса, вычисленное по параметрам газа в начальном сечении струи;  $\mu, \mu_t$  – коэффициенты динамической молекулярной и турбулентной вязкости соответственно;

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t, \quad \frac{\mu_{ef}}{\text{Pr}_{ef}} = \frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t}, \quad \frac{\mu_{ef}}{\text{Sm}_{ef}} = \frac{\mu}{\text{Sm}} + \frac{\mu_t}{\text{Sm}_t};$$

$\text{Pr}, \text{Sm}_i = \mu / \rho D_i$  – молекулярные числа Прандтля и Шмидта;  $\text{Pr}_t, \text{Sm}_t$  – турбулентные числа Прандтля и Шмидта;  $\text{Pr}_{ef}, \text{Sm}_{ef}$  – эффективные числа Прандтля и Шмидта;  $A$  – диффузионный коэффициент;  $S$  – член типа источника;  $v = 0$  для плоского течения,  $v = 1$  для осесимметричного течения.

Для замыкания системы уравнений (1) – (5) используются термическое (6) и калорическое (7) уравнения состояния газовой смеси совершенных газов

$$P = \frac{R_o}{m} \rho T, \quad (6)$$

$$h = \sum_{i=1}^{N_c} c_i(T, P) h_i(T), \quad (7)$$

где  $m = \left( \sum_{i=1}^{N_c} \frac{c_i}{m_i} \right)^{-1}$  – молекулярный вес газовой смеси;  $R_o$  – универсальная газовая постоянная;  $h_i$  – статическая энтальпия  $i$ -й компоненты смеси;  $m_i$  – молекулярная масса  $i$ -й компоненты смеси.

В настоящей работе характеристики турбулентности описываются при помощи дифференциальных однопараметрических моделей Секундова [2] и SALSA [4].

Задача решается при следующих начальных и граничных условиях.

В начальном сечении  $x = 0$  задаются начальные распределения параметров потока:

$$\begin{aligned} u(0, y) = u_0(y); \quad v(0, y) = 0; \quad T(0, y) = T_0(y); \\ P(0, y) = P_0(y); \quad v_t(0, y) = v_{t0}(y); \quad c_i(0, y) = c_{i0}(y), \end{aligned}$$

где  $u_0(y)$ ,  $T_0(y)$ ,  $P_0$ ,  $v_{t0}(y)$ ,  $c_{i0}(y)$  – исходные распределения значений параметров потока в начальном сечении.

Согласованные начальные распределения других газодинамических параметров находятся по формулам

$$\rho_0 = \frac{P_0}{T_0} \frac{m_0}{R_o}; \quad h_{i0} = h_i(T_0); \quad h_0 = \sum_{i=1}^{N_c} c_{i0} h_{i0}; \quad H_0 = \frac{u_0^2}{2} + h_0.$$

На оси струи, что соответствует значению  $y = 0$ , задаются условия симметрии течения:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial H}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial c_i}{\partial y} = 0; \quad v = 0; \quad \frac{\partial v_T}{\partial y} = 0.$$

На асимптотической границе струи  $y = q(x)$  ставятся следующие граничные условия:

$$u = u_\infty; \quad H = H_\infty; \quad c_i = c_{i\infty}; \quad v_T = v_{T\infty},$$

где индексом  $\infty$  помечены значения параметров в невозмущенном спутном потоке или в покоящейся среде.

Интегрирование уравнений «узкого канала» осуществляется в нормированных переменных со сгущением сетки с использованием схемы типа Кранка–Николсона первого порядка точности по продольной переменной  $\xi$  и второго порядка точности по поперечной переменной  $\eta$  [5, 6].

При расчете истечения изобарической струи в приближении «узкого канала» необходимо в процессе решения определять асимптотическую границу струи  $q(\xi)$ . Под этой границей подразумевается поверхность, на которой

скорости в струе и в спутном потоке отличаются на некоторую малую величину  $\varepsilon_q$ . Условием для определения этой границы служит требование гладкого сопряжения скорости в струе и в спутном потоке или затопленном пространстве, т.е.  $\partial u / \partial \eta = 0$ .

Таким образом, на внешней границе расчетной области задано два граничных условия для продольной скорости

$$u = u_\infty, \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0 \quad \text{при } \eta = 1. \quad (8)$$

Первое условие в (8) используется в качестве граничного условия для продольной компоненты скорости  $u$ , второе – удовлетворяется благодаря специальному подбору значения функции  $q(\xi)$ .

Продольная скорость  $u$  определяется из уравнения количества движения в проекции на ось  $x$  системы уравнений «узкого канала». Это уравнение, записанное в унифицированном стандартном виде в безразмерных нормированных переменных, имеет вид [5]

$$\alpha \frac{\partial}{\partial \eta} \left( A^u \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right) + \beta \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \gamma u = \phi \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right), \quad (9)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{\theta'(\eta)(q(\xi) - b(\xi))y^v}, \quad \beta = -\frac{\rho v_n}{\theta'(\eta)(q(\xi) - b(\xi))};$$

$$\gamma = 0, \quad \phi = \rho u, \quad A^u = \frac{y^v}{\theta'(\eta)(q(\xi) - b(\xi))} \mu_{ef}; \quad (10)$$

$$v_n = v - u[b'(\xi) + \theta(\eta)(q'(\xi) - b'(\xi))];$$

$b(\xi)$  – нижняя граница расчетной области;  $\theta = \frac{y - b(\xi)}{q(\xi) - b(\xi)}$ ;  $\theta'(\eta)$  – параметр

сгущения расчетной сетки в поперечном направлении.

Уравнение (9) является дифференциальным уравнением второго порядка с переменными коэффициентами. При его численном решении используется метод запаздывающих коэффициентов в цикле тела итераций по нелинейности [7].

Ниже предлагается два способа определения асимптотической границы изобарической струи при решении уравнений «узкого канала».

Способ 1. При численном решении задачи значение  $q(\xi)$  подбирается таким образом, чтобы в некотором узле  $j_N$  разностной сетки, отстоящем на  $N_q$  узлов от границы расчетной области  $j_N = j_E - N_q$  (где  $j_E$  – номер узла расчетной сетки на границе расчетной области), выполнялось условие

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{j_N} = \varepsilon_q, \quad (11)$$

где  $\varepsilon_q \ll 1$ .

При этом, т.к. на границе области  $u_{j_E} = u_\infty$ , полагаем а priori, что на всей поверхности  $\eta = \eta_{j_N}$  будет выполняться условие

$$u_{j_N}^{n+1} = u_{j_N}^n \quad \text{т.е.} \quad \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{j_N} = 0. \quad (12)$$

Уравнение (9), записанное в узле  $j_N$ , в текущем маршевом сечении  $\xi_n$  при выполнении условий (11) и (12) примет вид

$$\alpha_{j_N}^{(s-1)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( A_{j_N}^{u^{(s-1)}} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{j_N}^{(s)} \right) + \beta_{j_N}^* \varepsilon_q + \gamma_{j_N}^{(s-1)} u_{j_N}^{(s)} = 0, \quad (13)$$

где верхний индекс  $(s)$  показывает номер итерации по нелинейности.

Здесь  $\beta_{j_N}^*$  определим таким образом, чтобы выражение (13) было удовлетворено на каждом цикле итераций по нелинейности.

$$\beta_{j_N}^* = \frac{-\gamma_{j_N}^{(s-1)} u_{j_N}^{(s)} - \alpha_{j_N}^{(s-1)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( A_{j_N}^{u^{(s-1)}} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{j_N}^{(s)} \right)}{\varepsilon_q}. \quad (14)$$

С другой стороны, коэффициент  $\beta_{j_N}^{(s-1)}$  в соответствии с (10) определяется равенством

$$\beta^{(s-1)} = -\frac{\rho^{(s-1)}}{\theta'(\eta)q^{(s-1)}} \left[ v^{(s-1)} - u^{(s-1)} \theta \left( \frac{dq}{d\xi} \right)^{(s-1)} \right]. \quad (15)$$

Выражение для коэффициента  $\beta_{j_N}^*$  можно записать аналогично, отличие будет лишь в производной  $dq/d\xi$

$$\beta^* = -\frac{\rho^{(s-1)}}{\theta'(\eta)q^{(s-1)}} \left[ v^{(s-1)} - u^{(s-1)} \theta \left( \frac{dq}{d\xi} \right)^{(s)} \right]. \quad (16)$$

Вычитая выражение (15) из (16), получим зависимость для определения  $dq/d\xi$  на каждом цикле итераций по нелинейности

$$\left( \frac{dq}{d\xi} \right)^{(s)} = \left( \frac{dq}{d\xi} \right)^{(s-1)} + \frac{\theta'(\eta)q^{(s-1)}}{\rho^{(s-1)}u^{(s-1)}\theta} \left[ \beta^* - \beta^{(s-1)} \right]. \quad (17)$$

Для определения следующего приближения асимптотической границы струи получим выражение

$$q^{(s)} = q^{(s-1)} + \left[ \left( \frac{dq}{d\xi} \right)^{(s)} - \left( \frac{dq}{d\xi} \right)^{(s-1)} \right] \Delta \xi. \quad (18)$$

Таким образом, при помощи выражений (17) и (18) внутри итерационного цикла по нелинейности определяются значения асимптотической границы струи  $q(\xi)$  и ее производной по продольной переменной  $dq/d\xi$ .

Способ 2. Потребуем, чтобы в узле  $j_N$  в сечении  $\xi_{n+1}$  выполнялось условие

$$u_{j_N}^* = u_\infty + \text{sgn}(u_\infty - u_0) \cdot \varepsilon_q, \quad (19)$$

где  $u_0$  – скорость на оси струи.

При решении уравнения (9) производная  $\partial u/\partial \xi$  в узле  $j_N$  аппроксимируется левыми разностями

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{j_N} \approx \frac{u_{j_N}^n - u_{j_N}^{n-1}}{\Delta \xi}.$$

Если определим  $\partial u/\partial \xi$  при помощи правосторонней аппроксимации, с учетом (19) получим

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{j_N}^* \approx \frac{u_{j_N}^* - u_{j_N}^n}{\Delta \xi} = \frac{u_\infty + \text{sgn}(u_\infty - u_0) \cdot \varepsilon_q - u_{j_N}^n}{\Delta \xi}. \quad (20)$$

Принимая во внимание выражение (20), уравнение (9), записанное в узле  $j_N$ , примет вид

$$\alpha_{j_N}^{(s-1)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( A_{j_N}^{u^{(s-1)}} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{j_N}^{(s)} \right) + \beta_{j_N}^* \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{j_N}^{(s)} + \gamma_{j_N}^{(s-1)} u_{j_N}^{(s)} = \phi_{j_N}^{(s-1)} \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{j_N}^*. \quad (21)$$

Здесь  $\beta_{j_N}^*$  определим таким образом, чтобы выражение (21) было удовлетворено на каждом цикле итераций по нелинейности

$$\beta_{j_N}^* = \frac{\phi_{j_N}^{(s-1)} \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{j_N}^{*(s)} - \gamma_{j_N}^{(s-1)} u_{j_N}^{(s)} - \alpha_{j_N}^{(s-1)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( A_{j_N}^{u^{(s-1)}} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{j_N}^{(s)} \right)}{\left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{j_N}^{(s)}}.$$

Далее значения  $dq/d\xi$  и  $q(\xi)$  определяем в соответствии с формулами (17) и (18) соответственно.

**Результаты расчетов.** Для верификации предложенной методики определения границы изобарической струи проведены тестовые и параметрические расчеты истечения плоских и осесимметричных струй в спутный поток и заторможенное пространство с учетом и без учета теплопереноса и диффузии.

Параметрические расчеты проводились с использованием 1-го и 2-го способов определения границы струи. Анализ результатов расчетов показал, что 1-й способ предпочтительней использовать для случая истечения струи в

затопленное пространство, когда имеет место большой градиент скорости в области смещения и скорость на границе струи стремится к нулю. В случае истечения в спутный поток лучше работает 2-й способ определения асимптотической границы струи.

При варьировании параметра  $\varepsilon_q$  достигается лучшее соответствие положения асимптотической границы струи ее экспериментальному значению. При уменьшении  $\varepsilon_q$  толщина струи увеличивается. В проведенных расчетах величина  $\varepsilon_q$  изменялась в пределах от 0,001 до 0,1. Расчет затопленных струй проводился при  $\varepsilon_q=0,1$ ; при истечении струй в спутный поток  $\varepsilon_q > 0,001$ . Варьирование параметра  $N_q$  от 1 до 5 не оказывает существенного влияния на параметры течения. Расчеты, результаты которых представлены на графиках, проводились при  $N_q=3$ .

В таблице 1 представлены параметры течения в начальном сечении, использованные при проведении тестовых расчетов.

Таблица 1

Номер варианта расчета	1	2	3	4	5
скорость струи $u_0$ , м/с	87	35	35	125	125
скорость спутного потока $u_\infty$ , м/с	0,5	0,5	0,5	62,7	62,7
статическая температура струи $T_0$ , К	300	300	350	600	300
статическая температура спутного потока $T_\infty$ , К	300	300	300	300	300
статическое давление $p$ , бар	1	1	1	1	1
характерное число Рейнольдса Re	$2,7 \cdot 10^5$	$3,6 \cdot 10^4$	$3,6 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^4$
начальная турбулентная вязкость $\bar{v}_{t0}$	100	100	100	100	330
массовая концентрация примеси в струе $c_{np0}$	0	0	0	0,1	0,1
массовая концентрация примеси в спутном потоке $c_{np\infty}$	0	0	0	0	0

Было выполнено сравнение с опытными данными Трюпеля [1], который исследовал профили скорости воздушной осесимметричной струи, вытекавшей из сопла радиусом 0,045 м со скоростью 87 м/с в заторможенное пространство. Параметры течения в начальном сечении, соответствующие опытными данным Трюпеля, приведены в варианте 1 таблицы 1.

На рисунке 1 представлены безразмерные профили скорости на основном участке осесимметричной затопленной струи по результатам расчетов в характерном сечении и по экспериментальным данным Трюпеля. Использование безразмерных переменных  $u/u_m$  и  $y/y_{0,5}$  (где  $u_m$  – скорость на оси струи;  $y_{0,5}$  – значение поперечной координаты  $y$ , при котором  $u = 0,5 \cdot u_m$ )

позволяет получить автомодельные профили продольной скорости на основном участке струи. Экспериментальные значения в различных сечениях обозначены следующим образом:  $\circ$  – профиль скорости в сечении  $x=0,6$  м;  $\Delta$  – в сечении  $x=0,8$  м;  $\square$  – в сечении  $x=1,0$  м;  $\times$  – в сечении  $x=1,2$  м;  $\bullet$  – в сечении  $x=1,4$  м. Характерный расчетный профиль представлен в конечном сечении  $x=1,4$  м и обозначен сплошной линией. Расчетная кривая хорошо коррелирует с экспериментальными значениями.

Для тестирования расчета течения в плоской струе использованы опытные данные Фертмана [1], который исследовал профили скорости воздушной струи, вытекавшей из прямоугольного насадка высотой 0,03 м и шириной 0,65 м в заторможенное пространство. Скорость струи при выходе из щели равнялась 35 м/с. Параметры течения в начальном сечении соответствуют варианту 2 таблицы 1.

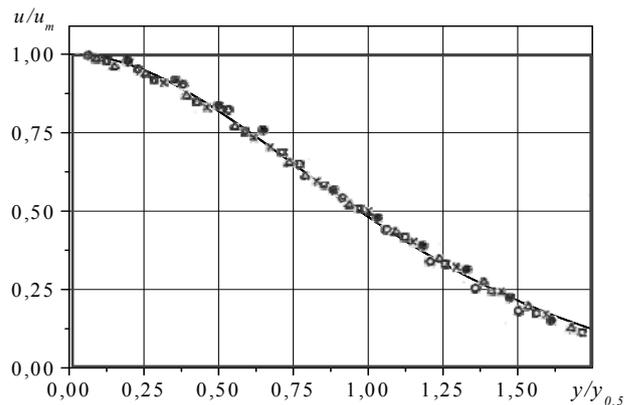


Рис. 1

На рисунке 2 приведены безразмерные профили скорости на основном участке плоской затопленной струи по результатам расчетов в характерном сечении и по экспериментальным данным Фертмана в автомодельных переменных. Экспериментальные значения в различных сечениях обозначены следующим образом:  $\circ$  – профиль скорости в сечении  $x=0,2$  м;  $\bullet$  – в сечении  $x=0,35$  м;  $\blacktriangledown$  – в сечении  $x=0,5$  м;  $\emptyset$  – в сечении  $x=0,6$  м;  $\Delta$  – в сечении  $x=0,75$  м. Характерный расчетный профиль представлен в конечном сечении  $x=0,75$  м и обозначен сплошной линией. Представленный график иллюстрирует удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных.

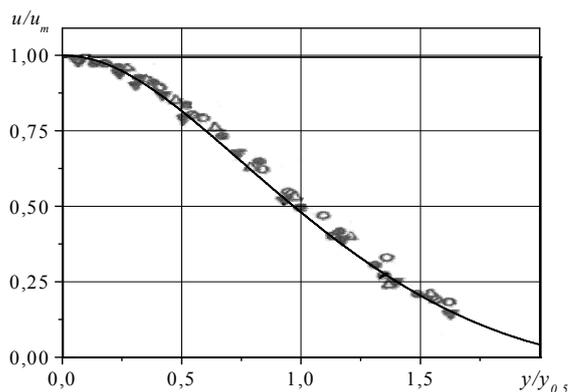


Рис. 2

При истечении затопленной струи нарастание ее толщины происходит по линейному закону [1]. Это справедливо для струй различной формы: плоских, плоскопараллельных и осесимметричных. На основном участке затопленной струи изолинии продольной составляющей скорости (изотахи) образуют факел, если скорость в данной точке отнесена к ее значению на срезе сопла ( $u/u_0$ ). Если же скорость отнесена к величине осевой скорости в том же сечении ( $u/u_m$ ), то изотахи на основном участке представляют собой прямые линии, сходящиеся в полюсе струи.

На рисунке 3 представлено поле изолиний продольной скорости, отнесенной к скорости истечения из сопла ( $u/u_0$ ), при истечении изобарической плоской затопленной струи.

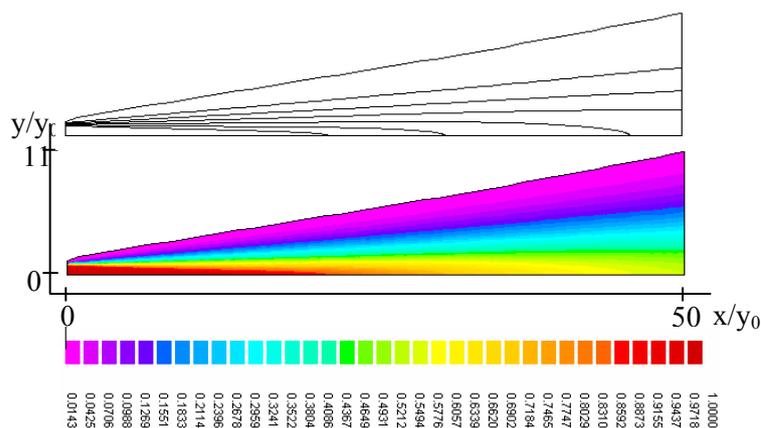


Рис. 3

**Перенос тепла в изобарической струе.** Проведены расчеты истечения изобарической осесимметричной затопленной струи с наличием теплопереноса. Перепад температур в начальном сечении струи и окружающем пространстве составил 50 К. Параметры течения в начальном сечении соответствуют варианту 3 таблицы 1.

На рисунке 4 представлены расчетные и экспериментальные профили избыточной температуры  $\Delta T / \Delta T_m$  и продольной скорости  $u / u_m$  в автономных переменных  $y / y_{0,5}$  на основном участке осесимметричной затопленной струи. Здесь  $\Delta T = T - T_\infty$  – разность между температурой в данной точке струи и в окружающей среде;  $\Delta T_m = T_m - T_\infty$  – разность между температурой на оси струи и в окружающей среде. Расчетные значения обозначены линиями (—, - - -). Представленные экспериментальные значения получены по результатам опытов различных авторов [1] в разных сечениях осесимметричной струи (по опытным данным Бородачева  $+ - u / u_m$ ,  $\circ - \Delta T / \Delta T_m$ ; по опытным данным Сивиркина  $\Delta - u / u_m$ ,  $\blacktriangle - \Delta T / \Delta T_m$ ; по опытным данным Катаока  $\emptyset - u / u_m$ ,  $\bullet - \Delta T / \Delta T_m$ ). Из рисунка видно, что характер распределения избыточных температур в затопленной изобарической струе аналогичен характеру распределения скорости, однако профили избыточной температуры являются более наполненными.

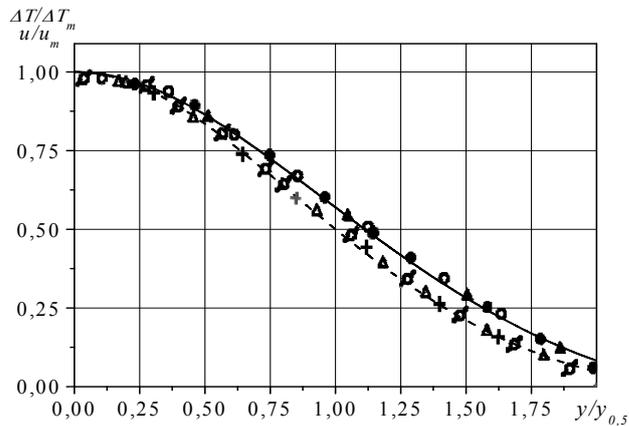


Рис. 4

**Перенос примеси в изобарической струе.** Исследовано распространение примеси при истечении изобарической струи. Диффузия примеси, находящейся в струе, имеет много общего с распространением тепла. Проведен расчет истечения изобарической струи, содержащей инертную примесь, в спутный поток. Результаты численных расчетов, а также многочисленные экспериментальные данные показывают, что профили избыточных значений скорости, температуры и концентрации в турбулентной струе, распространяющейся в спутном потоке жидкости, имеют такой же характер, как и в затопленной струе. В соответствии с рассмотренными экспериментальными данными Бородачева [1], полученными при истечении осесимметричной воздушной струи, содержащей гелий, в спутный поток воздуха, параметры течения в начальном сечении соответствуют варианту 4 таблицы 1.

На рисунке 5 представлены расчетные и экспериментальные профили концентрации гелия  $c/c_m$ , избыточных значений температуры  $\Delta T/\Delta T_m$  и продольной скорости  $\Delta u/\Delta u_m$  в автомодельных переменных  $y/y_{0,5}$  на основном участке осесимметричной затопленной струи. Расчетные значения продольной скорости обозначены  $\square$ , расчетные значения концентрации примеси —  $\circ$ , расчетные значения избыточной температуры —  $\triangle$ . Экспериментальные значения скорости ( $\bullet$ ) получены Форсталем и Шапиро, экспериментальные значения концентрации примеси ( $\circ$ ) получены Бородачевым [1]. Как видно из представленных графиков, профили концентрации примеси в поперечном сечении струи подобны профилям избыточной температуры, но отличаются от профилей скорости. Профили температуры и концентрации являются более наполненными.

Проведенные расчеты показали, что, так как при истечении струи в спутный поток градиенты скорости в области смешения, как правило, намного меньше, чем в затопленной струе, то, соответственно, значительно слабее нарастание турбулентности, процессы перемешивания протекают менее интенсивно, увеличивается длина начального и переходного участков и уменьшается угол наклона и толщина струи. Это значительно упрощает расчет параметров течения. В то же время использование автомодельных переменных позволяет сделать вывод, что наличие спутного потока не сказывается на характере распределения избыточных скорости, температуры и концентрации примеси в различных сечениях основного участка турбулентной изобарической струи.

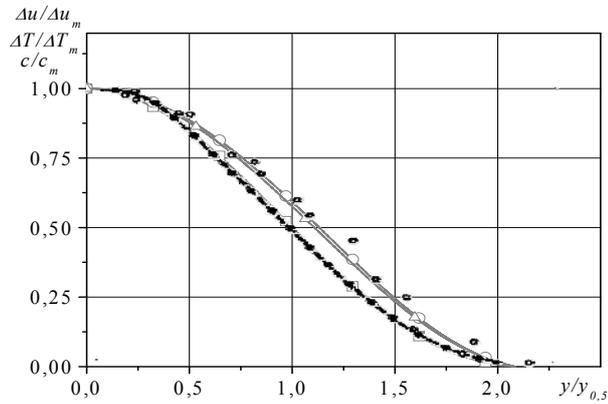


Рис. 5

При исследовании изобарических турбулентных струй в [1] получены эмпирические зависимости избыточных значений осевых скорости, температуры и концентрации на основном участке струи от безразмерного расстояния до полюса струи и длины переходного  $x_{nu}$  участка. Для осевой скорости они имеют следующий вид:

для плоской струи

$$\frac{\Delta u_m}{\Delta u_0} = 3,8 \sqrt{\frac{1}{x/y_0}}, \quad x_{nu}/y_0 = 14,4;$$

для осесимметричной струи

$$\frac{\Delta u_m}{\Delta u_0} = 12,4 \frac{1}{x/y_0}, \quad x_{nu}/y_0 = 12,4. \quad (22)$$

На рисунке 6 показано поведение избыточной осевой скорости струи  $\Delta u_m / \Delta u_0$  на начальном, переходном и основном участках при истечении осесимметричной изобарической струи, определенное в соответствии с выражениями (22) (— —) и полученное расчетным путем (—○—). Параметры течения в начальном сечении соответствуют варианту 5 таблицы 1.

Анализ результатов проведенных параметрических исследований показал существенное влияние выбранной модели турбулентности на расчетные характеристики струй. Использование модели турбулентности Секундова дает завышенное значение турбулентной вязкости, особенно при истечении струи в затопленное пространство, когда очень высоко значение градиента скорости в области смешения ( $\partial u / \partial \eta \sim 1000$  на начальном участке струи). Применение модели турбулентности SALSA дает лучшее согласование с экспериментальными данными.

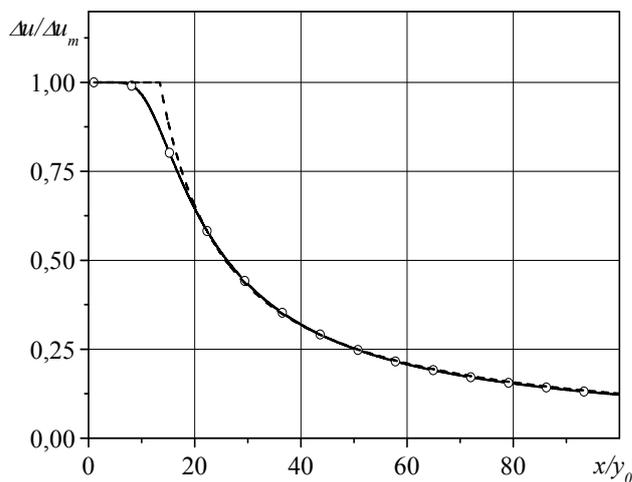


Рис. 6

**Выводы.** Разработан алгоритм расчета асимптотической границы струи в спутном потоке, который позволяет минимизировать размеры расчетной области и затраты вычислительных ресурсов.

Представленные результаты расчета турбулентной изобарической струи сжимаемого газа при истечении в спутный поток или затопленное пространство, выполненные в рамках модели «узкого канала», удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, что подтверждает работоспособность предложенного алгоритма.

Проведенные расчеты показывают сильное влияние используемой модели турбулентности на различные параметры струи. В дальнейшем предполагается численно исследовать влияние различных моделей турбулентности на газодинамические характеристики струй при наличии химической неоднородности и горения.

1. Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович, Т. А. Гиринович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова – М. : Наука, 1984. – 716 с.
2. Турбулентное смешение газовых струй / Г. Н. Абрамович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1974. – 340 с.
3. Лалин Ю. В. Внутренние течения газовых смесей / Ю. В. Лалин, М. Х. Стрелец. – М. : Наука. – 1989. – 368 с.
4. Rung T. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation / T. Rung, F. Thiele, U. Bung, M. Schatz // AIAA Journal. – 2003. – Vol. 4, № 7. – P. 1396 – 1399.
5. Тимошенко В. И. Газовая динамика высокотемпературных технологических процессов / В. И. Тимошенко. – Днепропетровск : Институт технической механики НАНУ и НКАУ, 2003. – 460 с.
6. Патанкар С. Тепло- и массообмен в пограничных слоях / С. Патанкар, Д. Сполдинг. – М. : Энергия, 1971. – 128 с.
7. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Том 2 : пер. с англ. / Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. – М. : Мир, 1990. – С. 393 – 728.

Институт технической механики  
НАН Украины и ГКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 10.04.2012,  
в окончательном варианте 20.04.2012