

## К ВЫБОРУ РАСЧЕТНЫХ СЕТОК ПРИ ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В РАБОЧИХ КОЛЕСАХ СВЕРХЗВУКОВЫХ КОМПРЕССОРНЫХ СТУПЕНЕЙ

В статье рассматривается вопрос уменьшения вычислительных затрат при численном моделировании пространственных турбулентных течений газа в рабочих колесах сверхзвуковых компрессорных ступеней путем рационального выбора параметров расчетных сеток. Целью работы является выбор и обоснование применимости двух расчетных сеток, первая из которых предназначена для использования при прогнозировании энергетических характеристик рабочих колес, а вторая – при аэродинамической оптимизации геометрических параметров колес на основе численного моделирования течений газа. Для достижения этой цели выполнены многопараметрические расчеты пространственного течения в рабочем колесе Rotor-37 на основе методики численного моделирования, разработанной в Институте технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины. При проведении вычислений использованы три расчетные сетки, существенно отличающиеся по числу узлов. С привлечением имеющихся экспериментальных данных проанализировано влияние числа узлов выбранных расчетных сеток на точность определения энергетических характеристик исследуемого рабочего колеса и на изменение данных характеристик при варьировании геометрических параметров колеса. В результате выбраны две расчетные сетки. Применение первой (подробной) расчетной сетки при численном моделировании позволяет обеспечить удовлетворительную точность определения энергетических характеристик рабочего колеса. Вторая (более грубая) расчетная сетка ориентирована на применение при аэродинамической оптимизации колеса, ее использование позволяет с достаточной точностью учесть изменение энергетических характеристик колеса при варьировании его геометрических параметров. Полученные результаты могут быть использованы при аэродинамической оптимизации геометрических параметров рабочих колес сверхзвуковых компрессорных ступеней.

У статті розглядається питання зменшення обчислювальних витрат при чисельному моделюванні просторових турбулентних течій газу в робочих колесах надзвукових компресорних ступенів шляхом раціонального вибору параметрів розрахункових сіток. Метою роботи є вибір і обґрунтування застосовності двох розрахункових сіток, перша з яких призначена для використання при прогнозуванні енергетичних характеристик робочих коліс, а друга – при аеродинамічній оптимізації геометричних параметрів коліс на основі чисельного моделювання течій газу. Для досягнення цієї мети виконано багатопараметричні розрахунки просторової течії в робочому колесі Rotor-37 на основі методики чисельного моделювання, розробленої в Інституті технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України. При проведенні обчислень використано три розрахункові сітки, що істотно відрізняються по числу вузлів. Із залученням наявних експериментальних даних проаналізовано вплив числа вузлів обраних розрахункових сіток на точність визначення енергетичних характеристик досліджуваного робочого колеса й на зміну даних характеристик при варіюванні геометричних параметрів колеса. У результаті обрано дві розрахункові сітки. Застосування першої (докладної) розрахункової сітки при чисельному моделюванні дозволяє забезпечити задовільну точність визначення енергетичних характеристик робочого колеса. Друга (більш груба) розрахункова сітка орієнтована на застосування при аеродинамічній оптимізації колеса, її використання дозволяє з достатньою точністю врахувати зміну енергетичних характеристик колеса при варіюванні його геометричних параметрів. Отримані результати можуть бути використані при аеродинамічній оптимізації геометричних параметрів робочих коліс надзвукових компресорних ступенів.

The paper deals with the reduction in computations for the numerical simulation of three-dimensional turbulent gas flows through impellers of supersonic compressor stages using a rational choice of computational grid parameters. The present literature does not go into details regarding this issue. The aim of this work is to select and validate the applicability of two computational grids, the first of which is intended for predicting the power characteristics of impellers, and the second one is intended for the aerodynamic optimization of the geometric parameters of impellers on the basis of the numerical simulation of gas flows. To achieve the mentioned aim, the multi-parameter calculations of a 3D flow through the Rotor-37 impeller are carried out using the numerical simulation technique developed at ITM, NASU & SSAU. In calculations three grids, differing essentially in the number of nodes, are employed. Based on available experimental data, the effects of the number of nodes of selected computational grids on the accuracy of the power characteristics of the tested impeller and variations in these characteristics are analyzed using various geometric parameters of the impeller. As a result, two grids are selected. In the numerical simulation the first (detailed) computational grid provides a satisfactory accuracy of the determination of the impeller power characteristics. The second (cruder) computational grid is focused on applications in the aerodynamic optimization of the impeller. This grid takes into account variations in the power characteristics of the impeller with a sufficient accuracy in varying its geometrical parameters. The obtained results can be used for the aerodynamic optimization of geometric parameters of impellers of supersonic compressor stages.

Течение воздуха в рабочем колесе сверхзвуковой ступени компрессора имеет более сложную структуру по сравнению с течением в неподвижных лопаточных венцах. В случае, когда относительная скорость потока на входе в колесо превышает скорость звука, в межлопаточных каналах колеса возникает система скачков уплотнения, положение которых существенно зависит от режима работы колеса по расходу воздуха. Происходит взаимодействие скачков уплотнения с пограничным слоем на поверхностях лопаток, что может приводить к отрыву пограничного слоя и образованию радиальных течений вблизи поверхностей лопаток.

Для расчета параметров указанного пространственного течения широко применяются методы численного интегрирования осредненных уравнений Навье–Стокса, замкнутых с помощью различных моделей турбулентности. При этом выбор расчетной сетки в значительной степени определяет качество результатов численного моделирования. При прогнозировании энергетических характеристик рабочих колес компрессорных ступеней следует, по возможности, использовать подробные расчетные сетки, содержащие около 100000 узлов [1]. Более сложным является вопрос выбора расчетных сеток при решении задачи аэродинамической оптимизации компрессорных венцов с вычислением функции цели на основе численного моделирования пространственных турбулентных течений. Здесь применение подробных расчетных сеток приводит к неприемлемым временным затратам в связи с большим количеством обращений к функции цели, достигающим нескольких сотен или тысяч. Поэтому приходится использовать более грубые расчетные сетки, которые, однако, должны обеспечивать “чувствительность” результатов расчета к изменению геометрических параметров оптимизируемого лопаточного венца. В работе [2] возможность применения такого подхода объясняется наличием систематической ошибки при использовании сравнительно грубых расчетных сеток. Обоснование выбора расчетных сеток с небольшим числом узлов приведено в [3] применительно к задаче аэродинамической оптимизации геометрических параметров неподвижных компрессорных венцов. Однако сложность структуры течения в рабочих колесах сверхзвуковых компрессорных ступеней обуславливает необходимость отдельного рассмотрения вопроса выбора расчетных сеток как при прогнозировании энергетических характеристик рабочих колес, так и при их аэродинамической оптимизации.

Целью данной работы является выбор двух расчетных сеток и обоснование их применимости при численном моделировании пространственного турбулентного течения в рабочем колесе сверхзвуковой компрессорной ступени на основе методики, разработанной в Институте технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины (ИТМ НАНУ и ГКАУ). Первая (подробная) расчетная сетка должна быть предназначена для использования при прогнозировании энергетических характеристик рабочего колеса, вторая (более грубая) – при аэродинамической оптимизации геометрических параметров колеса на основе численного моделирования пространственных турбулентных течений газа.

Методика численного моделирования трехмерных турбулентных течений в межлопаточных каналах рабочих колес компрессорных ступеней, разработанная ранее в ИТМ НАНУ и ГКАУ [4], имеет следующие составляющие.

Уравнения математической модели течения записаны в относительной системе координат, связанной с лопатками колеса. В качестве основных переменных приняты контравариантные составляющие скорости потока.

Уравнение неразрывности и осредненные уравнения Навье – Стокса представлены в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div} (\rho \vec{V}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho v^i) + \text{div} (\rho \vec{V} v^i) = \text{div} (\mu \text{grad } v^i) + S^i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где

$$S^i = -g^{i\alpha} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} \left( \rho + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{1}{\Delta} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} \left\{ \Delta \left[ \lambda g^{i\alpha} \frac{1}{\Delta} \frac{\partial}{\partial q^j} (\Delta v^j) + \mu \left( g^{j\beta} \frac{\partial v^\alpha}{\partial q^\beta} + v^k g^{j\beta} \Gamma_{k\beta}^\alpha + v^k g^{\alpha\gamma} \Gamma_{k\gamma}^i \right) \right] \right\} - \Gamma_{\beta\alpha}^i (\rho v^\beta v^\alpha + \tilde{p}^{\beta\alpha}) + F^i;$$

$$\tilde{p}^{i\alpha} = -\lambda g^{i\alpha} \frac{1}{\Delta} \frac{\partial}{\partial q^j} (\Delta v^j) - \mu \left[ g^{j\beta} \frac{\partial v^\alpha}{\partial q^\beta} + g^{\alpha\gamma} \frac{\partial v^j}{\partial q^\gamma} + v^k (g^{j\beta} \Gamma_{k\beta}^\alpha + g^{\alpha\gamma} \Gamma_{k\gamma}^j) \right];$$

$v^j$  – контравариантные компоненты вектора скорости потока  $\vec{V}$ ;  $\tau$  – время;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $\mu = \mu_t + \mu_l$  – коэффициент суммарной вязкости (турбулентной и молекулярной);  $\lambda = -2\mu/3$ ;  $F^i$  – контравариантные компоненты вектора массовых внешних сил;  $q^j$  – криволинейные координаты;  $g_{i\gamma}$  – метрический тензор;  $\Delta = \sqrt{\det \|g_{i\gamma}\|}$ ;  $\Gamma_{k\gamma}^i$  – символы Кристоффеля;  $k$  – кинетическая энергия турбулентности.

Использована следующая форма записи уравнения энергии

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho E) + \text{div} (\rho \vec{V} E) = \text{div} \left( \frac{\kappa}{C_v} \text{grad } E \right) + S_c^E, \quad (3)$$

$$\text{где } S_c^E = -\frac{1}{\Delta} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} \left\{ \Delta \left[ v^\beta g_{k\beta} (p g^{k\alpha} + \tilde{p}^{k\alpha}) + \frac{\kappa}{C_v} g^{\alpha\beta} \frac{\partial (V^2/2)}{\partial q^\beta} \right] \right\} + \vec{V} \cdot \vec{F};$$

$E = C_v T + V^2/2$  ( $C_v$  – теплоемкость газа при постоянном давлении,  $T$  – температура);  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности.

Применены уравнения стандартной  $k$ – $\varepsilon$  модели турбулентности

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho k) + \text{div} (\rho \vec{V} k) = \text{div} (\mu_{ef,k} \text{grad } k) + S_c^k, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho \varepsilon) + \operatorname{div}(\rho \vec{V} \varepsilon) = \operatorname{div}(\mu_{ef,\varepsilon} \operatorname{grad} \varepsilon) + S_c^\varepsilon, \quad (5)$$

где  $S_c^k = G - \rho \varepsilon$ ;  $S_c^\varepsilon = C_1 \frac{\varepsilon}{k} G - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$ ;

$$G = \mu_t \left[ g_{\alpha\gamma} \left( \frac{\partial v^\gamma}{\partial q^\beta} + \Gamma_{\beta\rho}^\gamma v^\rho \right) \right] \times \left[ g^{\beta k} \frac{\partial v^\alpha}{\partial q^k} + g^{\alpha l} \frac{\partial v^\beta}{\partial q^l} + v^m (g^{\beta k} \Gamma_{mk}^\alpha + g^{\alpha l} \Gamma_{ml}^\beta) \right];$$

$\varepsilon$  – скорость диссипации кинетической энергии;  $\mu_{ef,k} = \mu_t$ ;  $\mu_{ef,\varepsilon} = \mu_t / 1,3$ ;  
 $C_1 = 1,44$ ;  $C_2 = 1,92$ .

В уравнении (2) члены сгруппированы таким образом, что контравариантные компоненты скорости потока в конвективном и диффузионном членах представлены как скаляры, т. е.

$$\operatorname{div}(\rho \vec{V} v^i) = \frac{1}{\Delta} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\Delta \rho v^i v^\alpha), \quad \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v^i) = \frac{1}{\Delta} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} \left( \Delta \mu g^{\alpha\gamma} \frac{\partial v^i}{\partial q^\gamma} \right).$$

Разностные аналоги уравнений (1) – (5) получены на основе метода контрольного объема и записаны на шахматной сетке. Совместное решение разностных аналогов уравнений (1) – (5) проводится по двухшаговому алгоритму коррекции давления и скорости *PISO*. При этом для решения разностных аналогов уравнений (2), (4) и (5) применяется метод суммарной аппроксимации (с использованием шага по времени в качестве релаксационного параметра), а уравнений (1), (3) – метод полинейного сканирования с нижней релаксацией.

Граничные условия при расчете течения в рабочем колесе компрессора формулируются следующим образом.

На входной поверхности расчетной области, расположенной на некотором расстоянии вверх по потоку от передних кромок лопаток колеса, задаются осредненные в окружном направлении распределения полного давления, температуры торможения, углов потока и параметров турбулентности по высоте проточной части. Все параметры задаются в абсолютном движении.

На боковых поверхностях расчетной области до входа в межлопаточный канал колеса и после выхода из него применяются условия периодичности для всех параметров течения.

На поверхностях лопаток и ограничивающих поверхностях проточной части колеса граничные условия ставятся на основе метода пристеночных функций, а тепловые потоки полагаются равными нулю.

На выходной поверхности расчетной области задаются нулевые значения производных параметров потока в направлении течения.

Режим течения воздуха в рабочем колесе определяется заданной величиной статического давления в одной точке на выходе из расчетной области.

Для расчетных исследований было выбрано рабочее колесо Rotor-37 сверхзвуковой компрессорной ступени, спроектированной и испытанной в США в Исследовательском центре им. Льюиса (NASA Lewis Research Center) [5].

С учетом имеющегося опыта применения описанной выше методики численного моделирования были использованы три равномерные расчетные сетки типа *H*, построенные на основе алгебраического метода. Первая сетка

содержала  $30 \times 40 \times 80$  узлов соответственно по высоте, ширине и длине межлопаточного канала (сетка № 1), вторая –  $20 \times 20 \times 50$  узлов (сетка № 2), третья –  $14 \times 14 \times 34$  узлов (сетка № 3). Расчетная сетка № 1 в межлопаточном канале колеса показана на рис. 1.

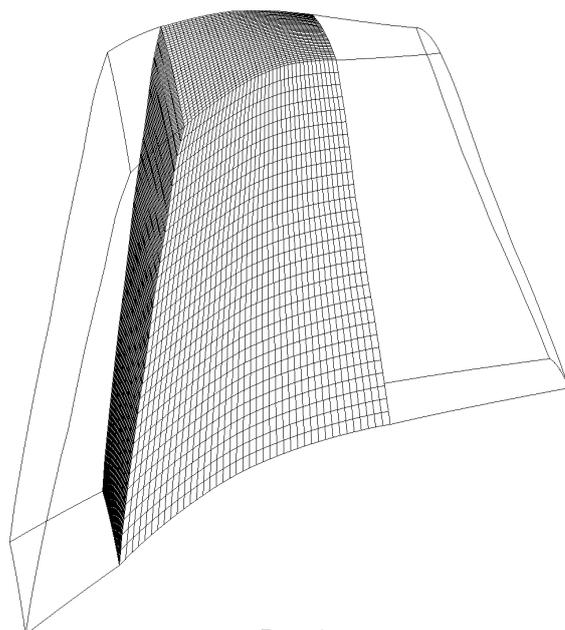


Рис. 1

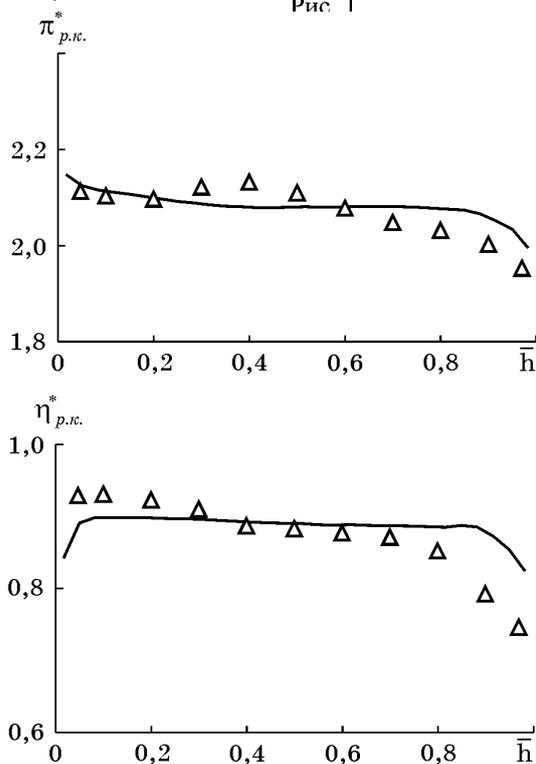


Рис. 2

На первом этапе численных исследований проведены расчеты с использованием трех указанных сеток и определены энергетические характеристики колеса Rotor-37. Время расчета одного режима течения по расходу воздуха в исследуемом рабочем колесе на ПЭВМ с процессором INTEL Core i3-3220 3,3 GHz при использовании сетки № 1 составляло несколько часов, при использовании сетки № 2 – 40...50 минут, сетки № 3 – 10...15 минут.

Распределения степени сжатия  $\pi_{p.k.}^*$  и адиабатического КПД  $\eta_{p.k.}^*$  по высоте проточной части  $\bar{h}$  за колесом на оптимальном режиме его работы по расходу воздуха показаны на рис. 2. Сплошными линиями обозначены результаты численного моделирования с использованием расчетной сетки № 1, маркерами – экспериментальные данные [5].

Энергетические характеристики рабочего колеса (зависимости степени сжатия и адиабатического КПД колеса от расхода воздуха  $G$ ), полученные с использованием расчетной сетки № 1, приведены на рис. 3 и 4. Эти графики обозначены позицией 1.

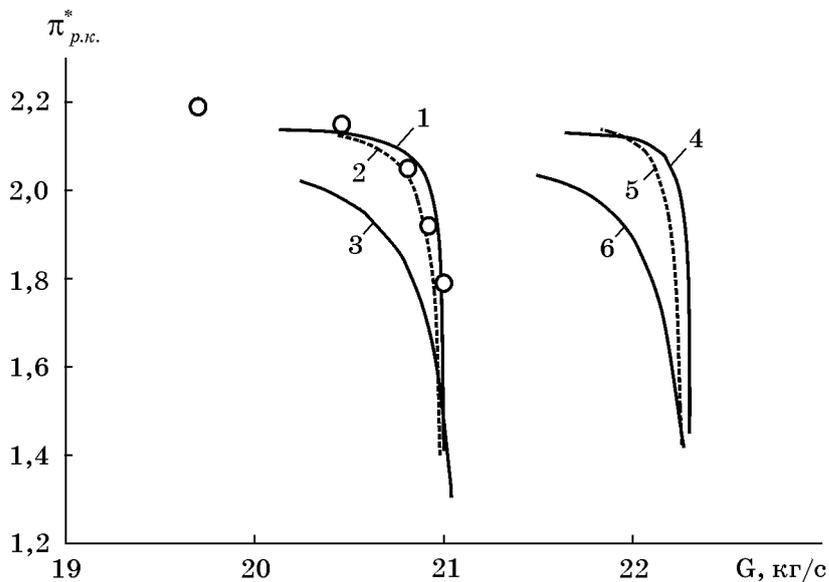


Рис. 3

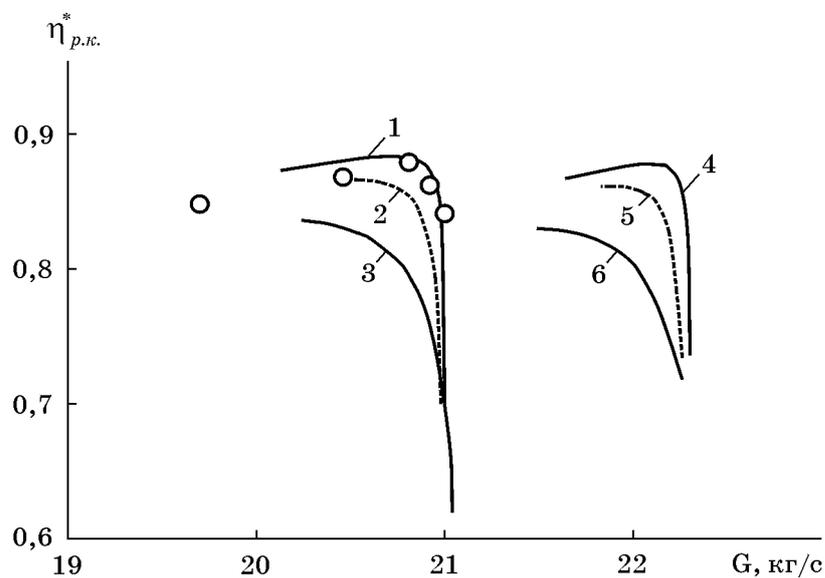


Рис. 4

Там же маркерами (кружками) показаны экспериментальные данные [5]. На рис. 3 и 4 приведены также энергетические характеристики рабочего колеса, рассчитанные при использовании расчетной сетки № 2 (позиция 2) и № 3 (позиция 3).

Результаты численного моделирования, приведенные на рис. 2 – 4, показывают, что применение расчетной сетки № 1 позволяет получить удовлетворительное согласование распределений степени сжатия и адиабатического КПД по высоте проточной части на выходе из колеса, а также энергетических характеристик колеса с имеющимися экспериментальными данными. При использовании расчетной сетки № 2 полученная зависимость степени сжатия колеса от расхода воздуха через колесо также удовлетворительно согласуется

с данными эксперимента (кривая 2 на рис. 3), однако зависимость адиабатического КПД колеса от расхода воздуха не имеет максимума, соответствующего оптимальному режиму работы колеса (кривая 2 на рис. 4). Применение расчетной сетки № 3 приводит к заметному отличию расчетных и экспериментальных значений энергетических характеристик колеса (кривые 3 на рис. 3 и 4).

Таким образом, расчетная сетка № 1 может быть рекомендована для использования при прогнозировании энергетических характеристик рабочих колес сверхзвуковых компрессорных ступеней на основе численного моделирования пространственных турбулентных течений.

На втором этапе исследований предпринята попытка показать, что при решении задачи аэродинамической оптимизации рабочих колес может быть использована расчетная сетка № 3. Для этого были изменены геометрические параметры исследуемого рабочего колеса Rotor-37, а именно: углы установки профилей во всех заданных сечениях лопатки были увеличены на  $3^\circ$ .

Энергетические характеристики нового рабочего колеса приведены на рис. 3 и 4, где позицией 4 обозначены результаты расчетов с использованием сетки № 1, позицией 5 – сетки № 2, позицией 6 – сетки № 3. Прослеживается увеличение значений максимального расхода воздуха, соответствующего режиму запираания нового колеса, по сравнению с соответствующими величинами для исходного рабочего колеса. Указанное увеличение значений расхода слабо зависит от применяемой расчетной сетки и составляет примерно 1,3 кг/с при использовании сетки № 1, 1,27 кг/с – сетки № 2 и 1,22 кг/с – сетки № 3.

Поскольку при аэродинамической оптимизации рабочих колес компрессоров в качестве функции цели часто используется значение адиабатического КПД колеса, рассмотрим изменение данной величины при переходе от исходного рабочего колеса к новому колесу.

Сравнение зависимостей 1 и 4 на рис. 4, полученных при использовании расчетной сетки № 1, показывает, что максимальное значение адиабатического КПД нового колеса уменьшилось на 0,7 % по сравнению с его значением для исходного колеса. Сравнение же зависимостей 2 и 5, а также 3 и 6, полученных при использовании соответственно сеток № 2 и № 3, затруднено вследствие того, что указанные зависимости не имеют максимумов внутри интервалов изменения расхода воздуха. В связи с этим в данной работе предложено сравнивать указанные зависимости с использованием осредненной по расходу величины адиабатического КПД

$$\bar{\eta}_{p.k.}^* = \frac{1}{G_2 - G_1} \int_{G_1}^{G_2} \eta_{p.k.}^* dG, \quad (6)$$

где  $(G_1, G_2)$  – интервал, на котором производится осреднение;  $G_2$  – значение расхода воздуха, соответствующее режиму запираания колеса.

Отметим, что при сравнении двух зависимостей  $\eta_{p.k.}^*(G)$  длина интервала осреднения  $(G_1, G_2)$  должна быть одинакова для обеих зависимостей.

С применением формулы (6) получены следующие результаты.

При использовании расчетной сетки № 2 осредненное значение адиабатического КПД  $\bar{\eta}_{р.к.}^*$  нового колеса уменьшилось на 0,6 % по сравнению с его значением для исходного колеса. При использовании расчетной сетки № 3 указанное уменьшение составило 1 %.

С учетом указанных обстоятельств расчетная сетка № 3 может быть рекомендована для применения при аэродинамической оптимизации геометрических параметров рабочих колес сверхзвуковых компрессорных ступеней.

**Выводы.** В результате многопараметрических расчетов обоснована применимость двух выбранных расчетных сеток (подробной и более грубой) при численном моделировании пространственных турбулентных течений в рабочих колесах сверхзвуковых компрессорных ступеней. Первая расчетная сетка может быть использована при прогнозировании энергетических характеристик рабочих колес, вторая – при аэродинамической оптимизации геометрических параметров рабочих колес с вычислением функции цели на основе численного моделирования пространственных турбулентных течений газа.

Полученные результаты предполагается использовать в дальнейшем при аэродинамической оптимизации геометрических параметров рабочих колес сверхзвуковых компрессорных ступеней.

1. *Denton J. D.* The Aerodynamics of Turbomachinery / *J. D. Denton* // Science Progress. – 1990. – Vol. 74, № 4. – P. 443 – 463.
2. *Крайко А. А.* Разработка эффективных прямых методов в задачах построения оптимальных аэродинамических форм / *А. А. Крайко* // Модели и методы аэродинамики : Девятая международная школа-семинар : сб. докладов и тезисов. – М. : МЦНМО, 2009. – С. 109 – 110.
3. *Кваша Ю. А.* О рациональном выборе расчетной сетки при аэродинамической оптимизации формы межлопаточных каналов компрессорных ступеней на основе численного моделирования турбулентных потоков / *Ю. А. Кваша, С. В. Мелашин, Е. Ю. Ямполь* // Техническая механика. – 2009. – № 4. – С. 57 – 67.
4. *Кваша Ю. А.* Расчет пространственного турбулентного потока в межлопаточных каналах сверхзвуковых компрессорных ступеней / *Ю. А. Кваша* // Техническая механика. – 1999. – №1. – С. 9 – 13.
5. Design and Overall Performance of Four Highly Loaded, High-Speed Inlet Stages for an Advanced High-Pressure-Ratio Core Compressor : NASA Technical Paper 1337. – 1978. – 132 p.

Институт технической механики  
НАН Украины и ГКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 03.07.13,  
в окончательном варианте 03.09.13